



КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМОТОМОГРАФИИ

И.Ю. Кулаков, Н.А. Щелканова, Т.А. Ступина

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 1, Россия,
e-mail: StupinaTA@ipgg.sbras.ru*

В работе рассматривается проблема формализованной оценки разрешения в задачах сейсмической томографии. Показано, что применение традиционного метода на базе расчета матрицы разрешения может приводить к неверным выводам в случае использования сетки параметризации с разным шагом. Предложена альтернативная версия оценки разрешения на основе восстановления единичных аномалий фиксированной формы. Разработан также алгоритм оценки разрешения в зависимости от направления.

Оценка качества решения; матрица разрешения; томографическая инверсия; синтетическая модель; функция размытия

QUANTITATIVE EVALUATION OF SPATIAL RESOLUTION IN SEISMIC TOMOGRAPHY

I.Yu. Koulakov, N.A. Schelkanova, T.A. Stupina

*Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS,
Koptug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
Novosibirsk State University, Pirogova Str., 1, Novosibirsk, 630090, Russia,
e-mail: StupinaTA@ipgg.sbras.ru*

We consider a problem of formal evaluation of spatial resolution in seismic tomography. We have shown that a traditional method of resolution estimate based on calculation of the resolution matrix appears to be misleading in a case of using the parameterization grid with different spacing. We have proposed an alternative algorithm based on reconstruction of a series of unit anomalies of fixed shapes. Furthermore, we have developed an algorithm for the direction dependent resolution estimates.

Resolution estimate; resolution matrix; tomographic inversion; synthetic model; spreading function

ВВЕДЕНИЕ

В задачах сейсмотомографии при изучении земных недр исследователи сталкиваются с проблемами, связанными с сильно неравномерным распределением данных, невозможностью расположить источники и приемники в пространстве для оптимального просвечивания изучаемого объекта, а также с высоким уровнем шума в данных. Все эти факторы приводят к тому, что в полученных томографических моделях зачастую возникают ложные аномалии, которые могут быть неверно интерпретированы. Большой проблемой при выполнении томографической инверсии является неоднозначность решения и неравномерное пространственное разрешение результата. Таким образом,

просто показывать конечные карты и профили, полученные в результате исследований методом сейсмотомографии, не достаточно. Необходимо предоставить подтверждение того, что полученные аномалии действительно могут отражать реальные геологические структуры, расположенные внутри Земли и дать объективные оценки неоднозначности их определения. Для этого требуется проделывать немалую дополнительную работу по верификации полученных результатов.

Важным этапом такой работы является оценка пространственного разрешения, показывающая, насколько решение надежно в каждой точке области исследования и какой минимальный размер аномалии возможно восстановить в данной части модели. Для оценки разрешения используют методы, основанные на сингулярном разложении томографической матрицы [Song, Zhang, 1999], анализе ее свойств, включая расчет матрицы разрешения [Kissling et al., 2001], и/или синтетическое моделирование [Humphreys, Clayton, 1988; Koulakov et al., 2010].

Многие авторы, представляя результаты томографической инверсии, делают предпочтение формализованным подходам оценок качества инверсии. Например, в статье [Daly et al., 2008] при изучении строения Эфиопского рифта методом пассивной томографии область с надежным определением сейсмических скоростей определяется путем задания порога нескольких формальных параметров: «We consider regions where the spread function is < 2 , the DWS (суммарная длина луча на ячейку) is > 50 and the RDE (диагональные элементы матрицы разрешения, ДЭМП) is > 0.2 are the minimum requirements for classification of areas of moderate to good resolution». Аналогичные оценки делались в работах [Reyners et al., 1999; Husen et al., 2004; Patanè et al., 2006] и многих других. Следует отметить, что некоторые авторы считают этот метод оценки разрешения абсолютно необходимым при выполнении томографических исследований и настаивают на его выполнении, например, при рецензировании статей других авторов.

В данной работе проводится проверка эффективности этого подхода с использованием синтетического моделирования на базе достаточно простой версии томографического алгоритма. В случае, если оценка качества решения, основанная на расчете матрицы разрешения, окажется не совсем адекватной, это может привести к неправильным выводам при интерпретации результатов томографии, базирующихся на нем. Кроме того, в данной работе предлагаются альтернативные способы формальной оценки качества решения, которые учитывают проблемы, выявленные в традиционных подходах.

АЛГОРИТМ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для расчетов в настоящем исследовании применялся алгоритм томографии BASIC ТОМО [Кулаков, 2020], на основе которого была разработана процедура расчета матрицы разрешения и альтернативные методы оценки пространственного разрешения.

Этот алгоритм является учебной версией процедуры инверсии. Он обладает следующими особенностями:

- лучи принимаются прямыми линиями;
- параметризация: прямоугольные блоки с постоянными скоростями;
- референтная модель: постоянная скорость с известным значением;
- для инверсии матрицы первых производных используется алгоритм LSQR [Nolet, 1987];
- регуляризация выполняется путем сглаживания, которое заключается в добавлении уравнений, минимизирующих разность значений искомых параметров в соседних ячейках, имеющих следующий вид:

$$W^{sm} (dx_k - dx_m) = 0,$$

где W^{sm} – коэффициент сглаживания, dx_k и dx_m – значения параметров в соседних ячейках с номерами k и m .

В рамках этого программного комплекса можно достаточно просто создавать различные синтетические модели с произвольной конфигурацией синтетических аномалий и задавать различные системы наблюдений. Этот алгоритм удобен для изучения различных аспектов практической реализации томографической инверсии, включая изучение эффекта сглаживания, параметризации, влияние системы наблюдений и шума в данных.

Следует отметить, что в настоящем исследовании для оценки свойств матрицы разрешения мы используем алгоритм, в котором не учитываются нелинейные эффекты задачи сейсмической томографии, и лучи представляют собой прямые линии. При этом надо иметь в виду, что свойства матрицы разрешения, которые являются главным объектом данного этапа исследований, принципиальным образом не зависят от того, являются ли лучи прямыми линиями или их форма зависит от неоднородного распределения скорости в среде. Такой упрощенный подход позволяет существенно ускорить проведение расчетов, что дает возможность оперативно протестировать создаваемые прототипы алгоритмов. В дальнейшем возможно адаптировать разработанные методики для более реалистичной модели.

СИНТЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И СИСТЕМА НАБЛЮДЕНИЙ

В данной работе была создана синтетическая двумерная модель «Соляной купол», изображающая приближенный к реальности геологический разрез (рис. 1). Размер исследуемой области составляет 5000 x 2000 м.

В качестве системы наблюдений была задана система из трех скважин, в которых были установлены приемники. Источники в этой модели были установлены на поверхности. Принимались во внимание все комбинации пар источников и приемников на заданных линиях. Синтетические времена считались путем интегрирования вдоль прямых линий в синтетической модели. При решении обратной задачи референтная скорость представляется известной и постоянной, поэтому в качестве входных данных для томографической инверсии использовались временные невязки, а выходных параметров – аномалии скорости относительно референтной модели. В данной системе наблюдений количество лучей получилось 2595 (рис. 2).

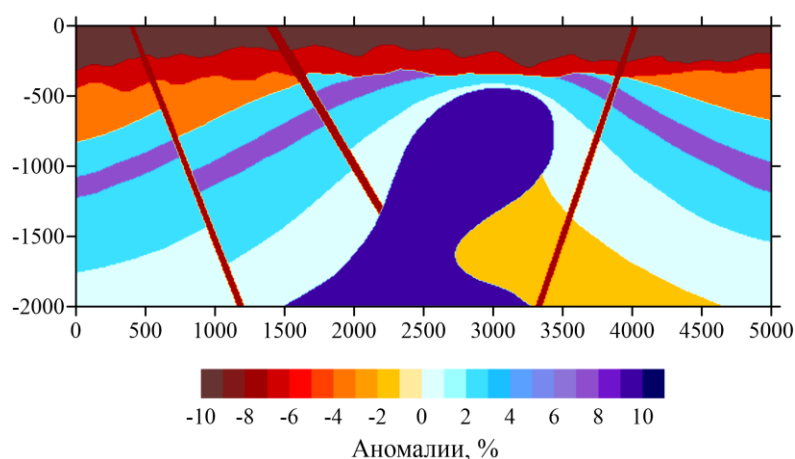


Рис. 1. Синтетическая двумерная модель «Соляной купол»

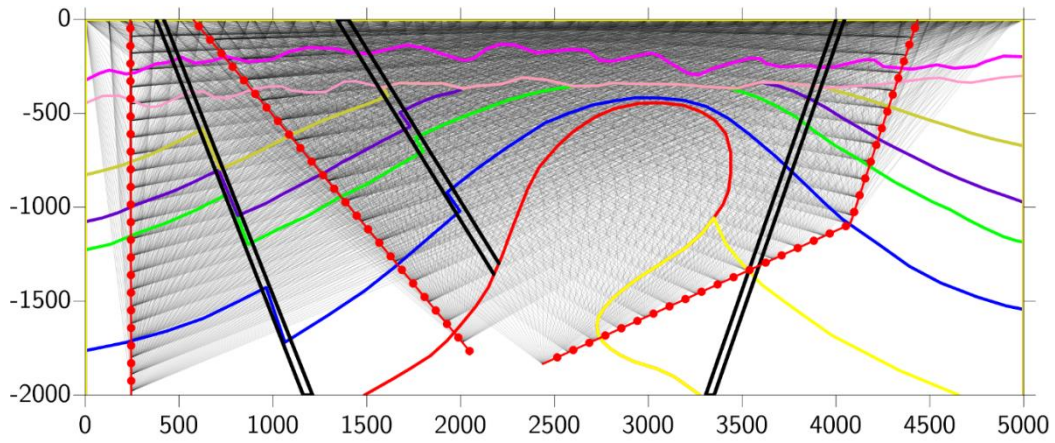


Рис. 2. Положение скважин (красные линии с точками) и распределение лучей (серые линии) в используемой системе наблюдений (2595 лучей). Цветные линии показывают конфигурацию синтетической модели

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА МАТРИЦЫ РАЗРЕШЕНИЯ

В большинстве случаев практическая реализация сейсмической томографии сводится к решению системы линейных уравнений:

$$\sum_{j=1}^M S_{ij} x_j = d_i, \quad i = 1, N,$$

где x – M -мерный вектор неизвестных параметров, d – N -мерный вектор данных, S – размера $M \times N$ первых производных, S_{ij} – отражает изменение i -го параметра (например, времени пробега i -го луча) за счет единичной вариации j -го параметра (например, скорости в j -й ячейке). Если решение этой системы уравнений подразумевает расчет обратной матрицы S^{-1} , то искомые параметры могут быть найдены следующим образом:

$$x_j = \sum_{i=1}^N S_{ji}^{-1} d_i, \quad j = 1, M.$$

Матрица разрешения R вычисляется как:

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^N S_{ji}^{-1} S_{ik}.$$

В идеальном случае матрица разрешения должна быть равна матрице с единичными значениями на диагонали и нулевыми значениями для прочих элементов: $R=I$. Однако, в большинстве практических исследований из-за неопределенности матрицы первых производных мы получаем псевдообратную матрицу S^+ :

$$R_{jk} = \sum_{i=1}^N S_{ji}^+ S_{ik}.$$

В этом случае диагональные элементы матрицы разрешения R не равны единице и размазываются по соседним ячейкам. Считается, что чем ближе значения диагонального элемента матрицы разрешения к единице, тем меньше степени неоднозначности решения и тем выше разрешение в текущей ячейке. Это свойство диагональных элементов матрицы разрешения (ДЭМР) используется многими авторами для оценки качества решения.

Во многих случаях вычислить обратную матрицу не представляется возможным. Большинство авторов, работающих с крупными массивами данных, используют методы инверсии, не предусматривающие расчет обратной матрицы, например, LSQR алгоритм, [Paige, Saunders, 1982]. Для такого случая разработан ряд методик, позволяющих строить матрицу разрешения без расчета обратной матрицы, например, [Yao et al., 1999]. Наиболее распространенный метод основан на проведении так называемого «спайк-теста» [Spakman, Nolet, 1988]. Согласно этому методу, для каждого параметра модели вычисляется вектор данных по формуле:

$$\delta t_j = \sum_{i=1}^N S_{ij} \delta \sigma_i,$$

где $\delta \sigma_i = \{1 \text{ внутри клетки; } 0 \text{ вне клетки}\}$.

Для текущей клетки результат инверсии является аналогом одной строки в матрице разрешения. В случае высокого разрешения инверсия даст надежное восстановление аномалии в этой клетке с амплитудой около 1 и близкие к нулю решения во всех остальных клетках. В случае низкого разрешения значения в текущей клетке будут существенно меньше единицы; частично эти значения «размажутся» по соседним блокам. Проведя такую инверсию для всех клеток параметризационной сетки, можно получить полную матрицу разрешения. В этом случае ее диагональные элементы можно визуализировать и использовать для оценки качества решения. Эта процедура была реализована в рамках настоящей работы для описанной выше синтетической модели. Результаты расчетов матриц разрешения показаны в следующем разделе.

РАСЧЕТ ДЭМР ДЛЯ СИНТЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Как было упомянуто ранее, принято считать, что диагональные элементы матрицы разрешения (ДЭМР) показывают, насколько хорошо восстанавливается каждый отдельный параметр x_j модели при инверсии. Иными словами, чем ближе значение ДЭМР к единице, тем надежнее результат восстановления.

Восстановление синтетической модели в системе наблюдений, показанной на (рис. 2), производится с использованием различных сеток для параметризации модели. При этом приводится результат спайк-теста для одной клетки, расположенной в центральной части модели, и значения ДЭМР для всей изучаемой области. Кроме того, приведены результаты восстановления синтетической модели для каждого случая.

Крупная сетка (250 x 250 м) дает почти идеальный результат спайк-теста (0.99). Значения ДЭМР в области, покрытой лучами, больше 0.5, то есть по общепринятым критериям имеют высокое разрешение. Вместе с тем, можно видеть, что восстановление синтетической модели с помощью грубой сетки дает лишь общие очертания аномалий и не позволяет выделить детали модели (рис. 3).

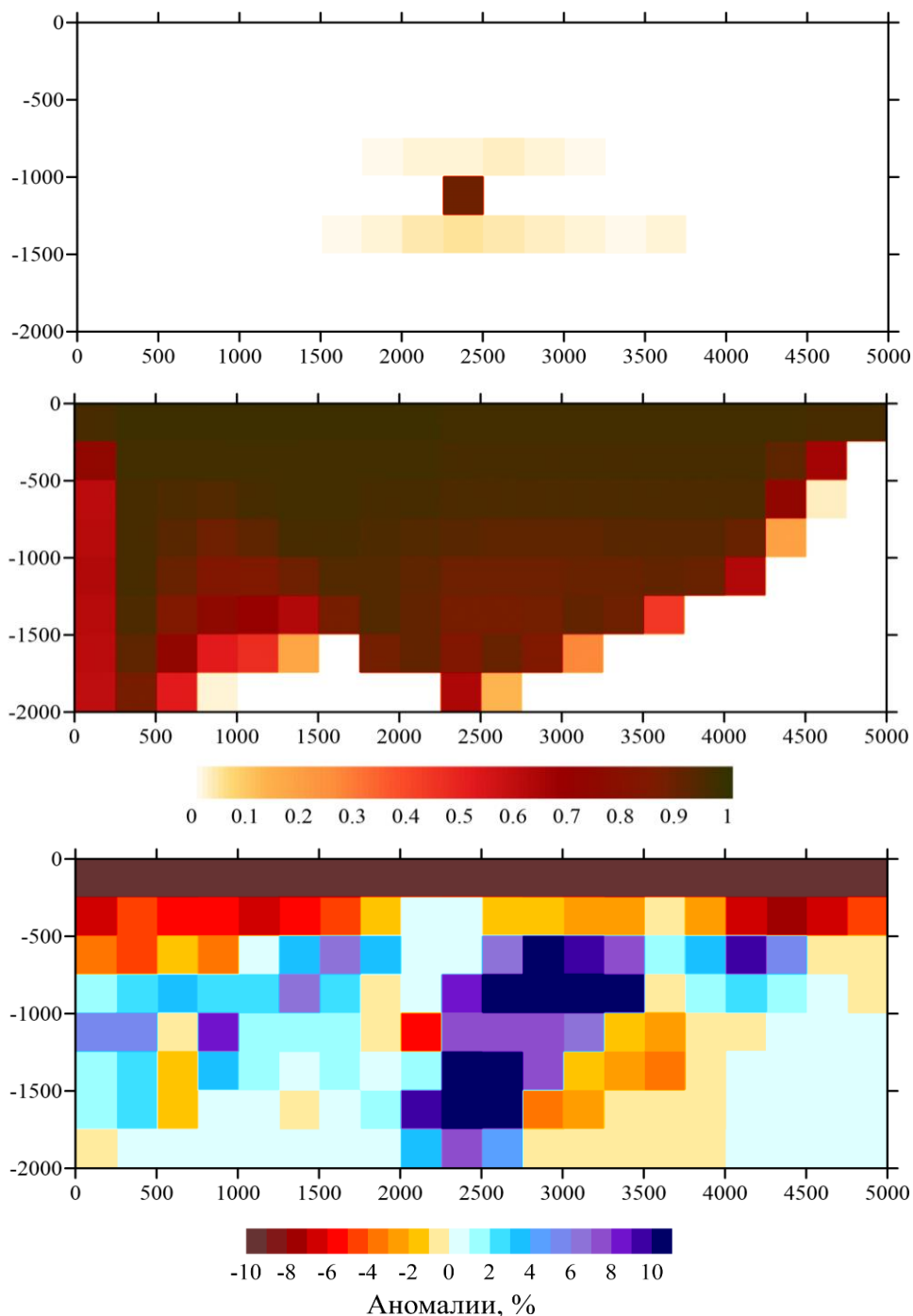


Рис. 3. Анализ ДЭМР для сетки с крупным размером блоков (250 x 250 м). Сверху: спайк-тест по восстановлению аномалии в одном блоке в центральной части области. Посередине: значения ДЭМР для всех блоков параметризационной сетки. Снизу: результат восстановления синтетической модели.

Спайк-тест для сетки среднего размера (100 x 100 м) показывает более низкие значения (0.35) по сравнению со случаем с крупными блоками. То же самое можно сказать и о значениях ДЭМР, которые находятся в диапазоне 0.2–0.7. Тем не менее, качество восстановления модели намного лучше по сравнению с предыдущим результатом (рис. 4).

Наконец, мелкая сетка (10 x 10 м) дает очень низкие значения аномалии в клетке для спайк-теста (0.01). Значения ДЭМР по всей области не превосходит 0.05, что по общепринятым нормам является некондиционным результатом. Несмотря на это, именно такая сетка обеспечивает наилучшее

восстановление искоемых структур (рис. 5). Такой эффект возникает из-за того, что значения модели в маленьких ячейках имеют более сильную зависимость друг от друга, чем в случае крупной сетки, поэтому они дают меньшие значения ДЭМР.

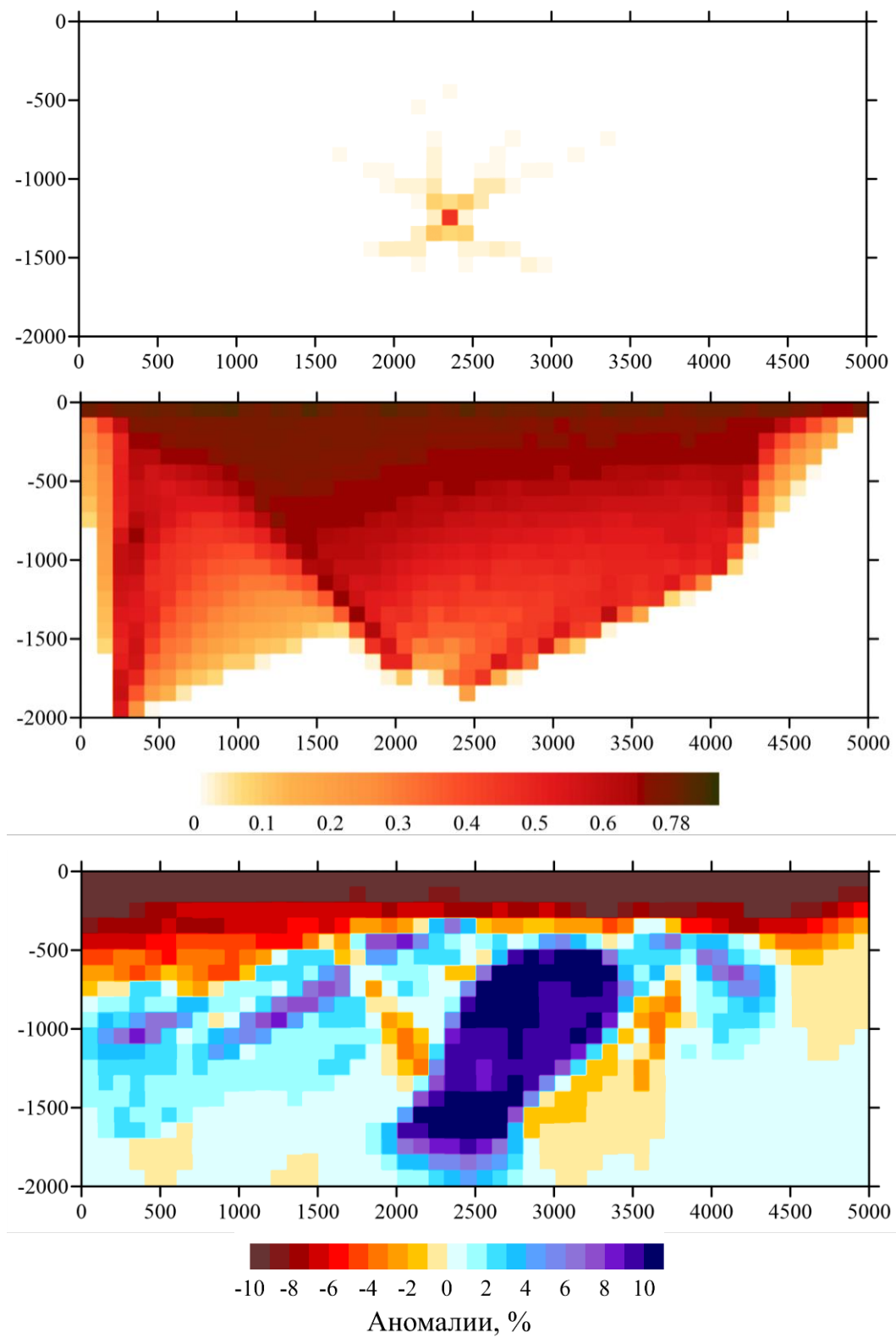


Рис. 4. То же самое, что на рис. 3, но для сетки с шагом 100 x 100 м

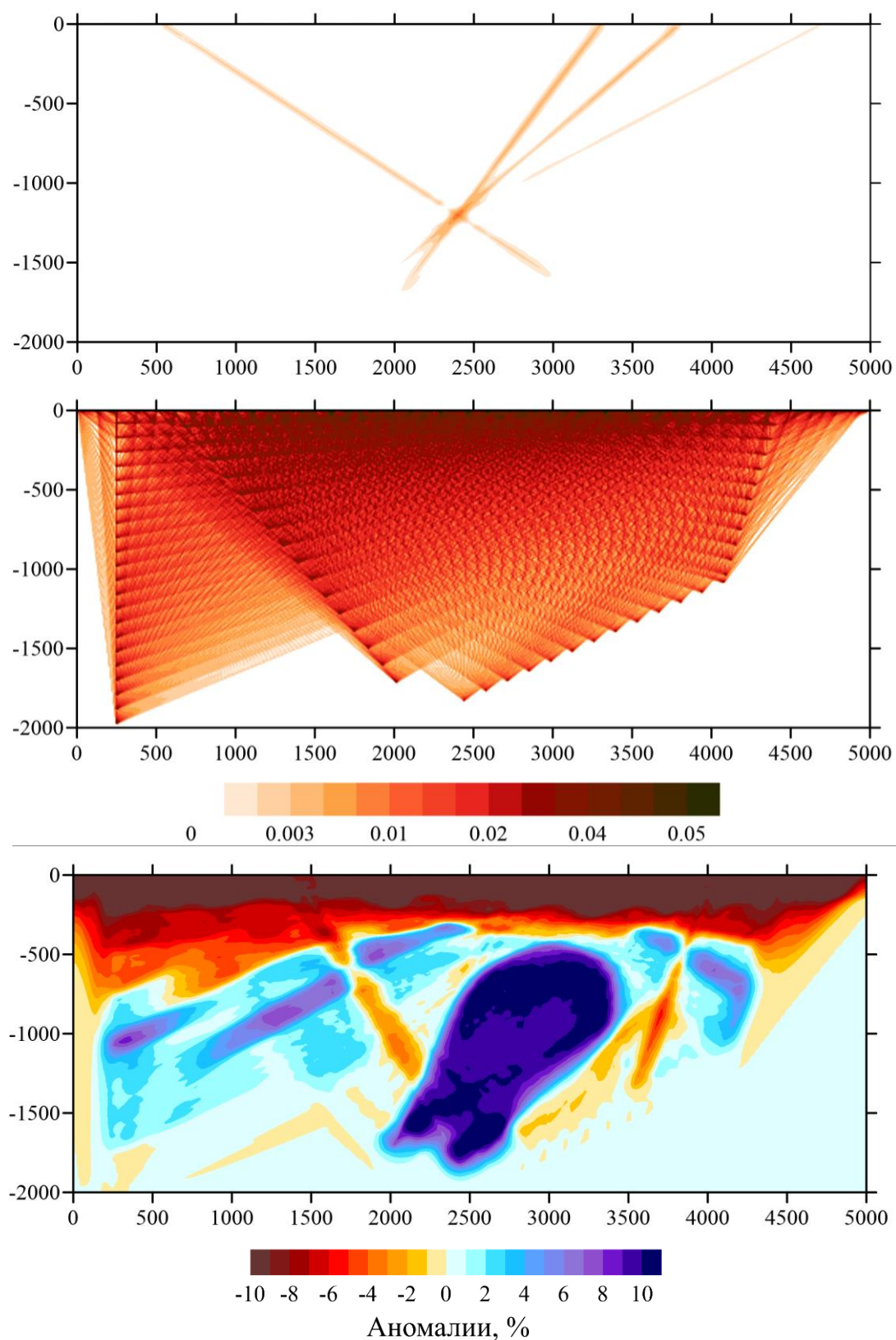


Рис. 5. То же самое, что на рис. 3, но для сетки с шагом 10 x 10 м

Из этих трех примеров можно видеть, что модель восстанавливается различным образом в зависимости от размера ячеек: чем меньше размеры блоков, тем лучше восстановление. Вместе с тем, формальные оценки на основе ДЭМР дают противоположный результат: наилучшее разрешение согласно

этому критерию получается на базе крупных клеток, а наихудшее – по мелкой сетке. Приведенные примеры показывают, что если бы мы следовали исключительно формальным критериям, основанным на значениях ДЭМР, как предлагают некоторые авторы, то выбрали бы модель, которая обладает заведомо худшим качеством восстановления изучаемых объектов и забраковали бы модель с наилучшим качеством. В случае работы с реальными данными, когда искомое распределение неизвестно, такого рода стратегия неизбежно приведет к ошибочным результатам. Таким образом, данный пример показывает, что использование матрицы разрешения как основной метрики для оценки качества решения не является адекватным.

АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ СПОСОБ ОЦЕНКИ РАЗРЕШЕНИЯ

В связи с вышесказанным возникает необходимость в создании другого метода определения пространственного разрешения. Предлагается оценивать его не по конкретной параметризации, а по некоторым аномалиям фиксированного размера с единичной амплитудой неоднородности. При этом данные для инверсии рассчитываются путем перемножения матрицы первых производных на вектор значений аномалий в клетках, равных единице внутри аномалии и нулю вне ее.

$$\delta t_j = \sum_{i=1}^N S_{ij} \delta \sigma_i,$$

где $\delta \sigma_i = \{1 \text{ внутри аномалии}; 0 \text{ вне аномалии}\}$.

Требуется, чтобы размер исследуемой аномалии был заведомо большим, чем параметризационная ячейка. Значение восстановленной неоднородности в центре рассматриваемой аномалии говорит нам о качестве восстановления: чем ближе оно к единице, тем лучше восстановление. Отметим, что в некоторых случаях значение восстановленной аномалии может быть больше единицы, что связано с тем, что томография сглаживает границы аномалии, и для достижения нужного интегрального эффекта по лучам центральный пик должен быть несколько выше искомого значения.

Для расчета пространственного разрешения, аналогичного оценке ДЭМР, проводится инверсия путем проведения последовательного восстановления множества таких клеток, расположенных регулярным образом. Значения аномалии в центре текущей клетки будут выступать в качестве метрики качества решения. Следует отметить, что форма аномалии может быть разной, например, квадрат или круг.

На рис. 6 показаны результаты восстановления отдельных аномалий круговой формы, расположенных в разных частях исследуемой области с неравномерным распределением лучей (см. рис. 2). Рисунок 7 демонстрирует объединение результатов этих тестов на одном профиле. Получен ожидаемый результат, что наилучшее разрешение модели близко к единице в местах, где имеется максимальное пересечение лучей, и понижается до нуля в областях, где данные отсутствуют. На рисунке 7 внизу также показан результат оценки разрешения для более мелкого шага задания аномалий, который дает более детальное распределение этой метрики. Этот тест дает возможность оценить потерю амплитуды в областях с недостаточным покрытием данными, что позволяет скорректировать значения аномалии при интерпретации результатов томографии. Отметим, что эти значения привязаны к фиксированному размеру исследуемой фигуры. При более крупных аномалиях величины разрешения будут, естественно, выше. Таким образом, используя такую метрику, можно описать величину разрешения

модели следующим образом: «в данной части области аномалия такого-то размера восстанавливается с точностью столько-то процентов». Это позволяет проводить геологическую интерпретацию на количественном уровне, что было невозможно при реализации традиционных подходов.

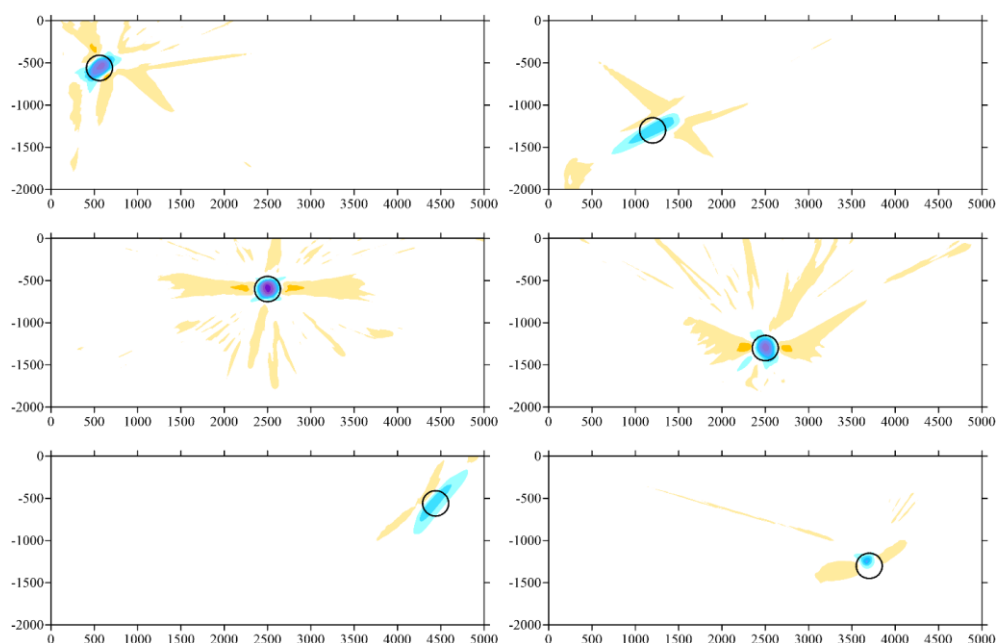


Рис. 6. Результаты восстановления круглых аномалий фиксированного размера в разных частях изучаемой области по системе наблюдения, показанной на рисунке 2. Контуры исходных аномалий показаны черными линиями

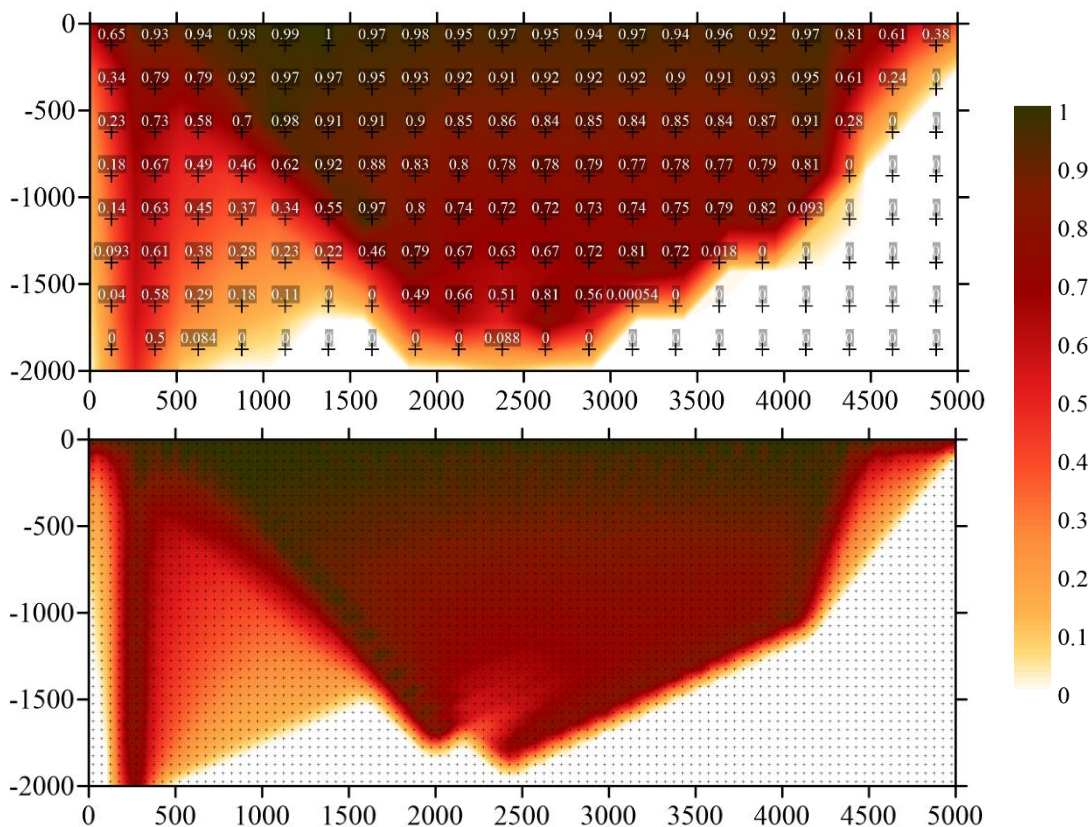


Рис. 7. Функции разрешения, составленные из спайк-тестов аномалий круглой формы одинакового радиуса с шагом 250 м (сверху) и 50 м (внизу) для системы наблюдений со скважинами (рис. 2). Цифры на верхнем рисунке показывают значения восстановленной функции в центрах круговых аномалий (исходное значение – 1)

ФУНКЦИЯ РАЗМЫТИЯ

Представление оценки пространственного разрешения с помощью метода, представленного в предыдущем разделе, имеет недостаток – он не учитывает зависимость разрешения от направления. В случае, если лучи в системе наблюдения имеют некоторое доминирующее направление (например, при межскважинном просвечивании), это может вызвать размытие аномалий вдоль лучей. При интерпретации полученной модели необходимо понимать, являются ли полученные вытянутые аномалии результатом размытия (размазывания) вдоль лучей или они отражают реальные геологические структуры. Для этого вводится дополнительная метрика, которая показывает степень размытия в каждой точке среды в разных направлениях. Графически функцию размытия можно представить в виде эллипсообразной фигуры, в которой расстояние до центра аномалии показывает степень размытия (рис. 8). Формально эту функцию R в зависимости от угла φ можно представить следующим образом:

$$R(\varphi) = R_0 * (1 - (A_1 - A_2(\varphi))),$$

где R_0 – максимальный радиус фигуры на карте в случае отсутствия разрешения; A_1 – значение восстановленной аномалии в центре исследуемого круга; A_2 – значение аномалии за пределами круга (в рассматриваемом случае принимается расстояние от центра, равное 1.5 радиуса аномалии). При таком представлении, если разрешение в томографии идеальное, и размытия нет, то фигура стягивается в точку; если разрешение отсутствует, то расстояние имеет максимальное значение, равное R_0 .

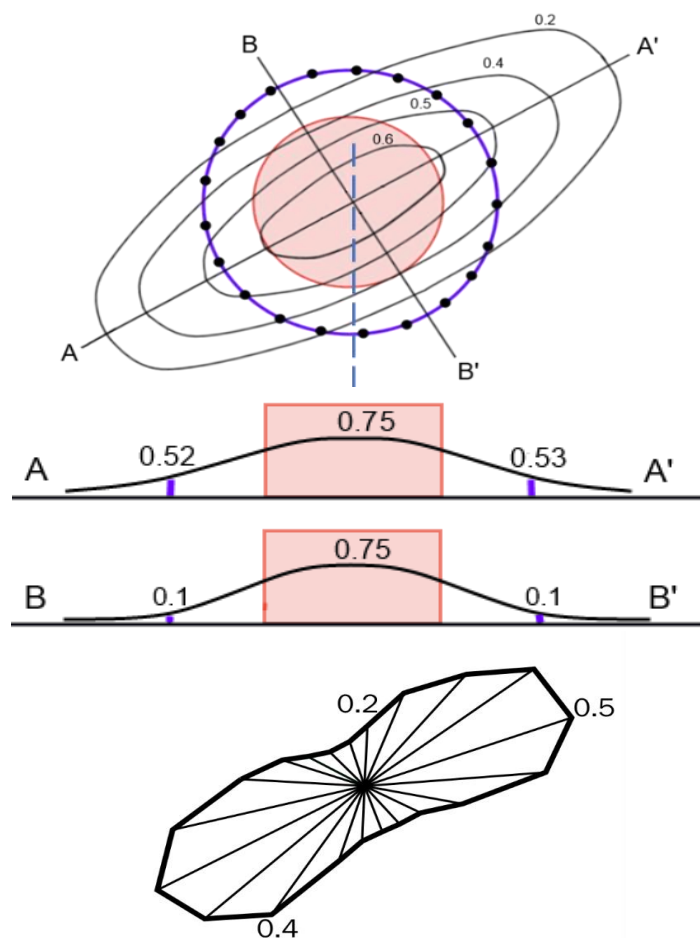


Рис. 8. Схема, показывающая принцип вычисления функции размазывания

На рисунке 9 показан пример построения такой функции для одной аномалии (сверху) и для всей области (снизу). Получен ожидаемый результат, что в местах, где присутствуют лучи с разными направлениями, наша метрика стягивается в точку, а там, где нет разрешения – она представляет собой окружность с максимальным радиусом. В случае доминирующей направленности лучей функция размытия демонстрирует вытянутые контуры.

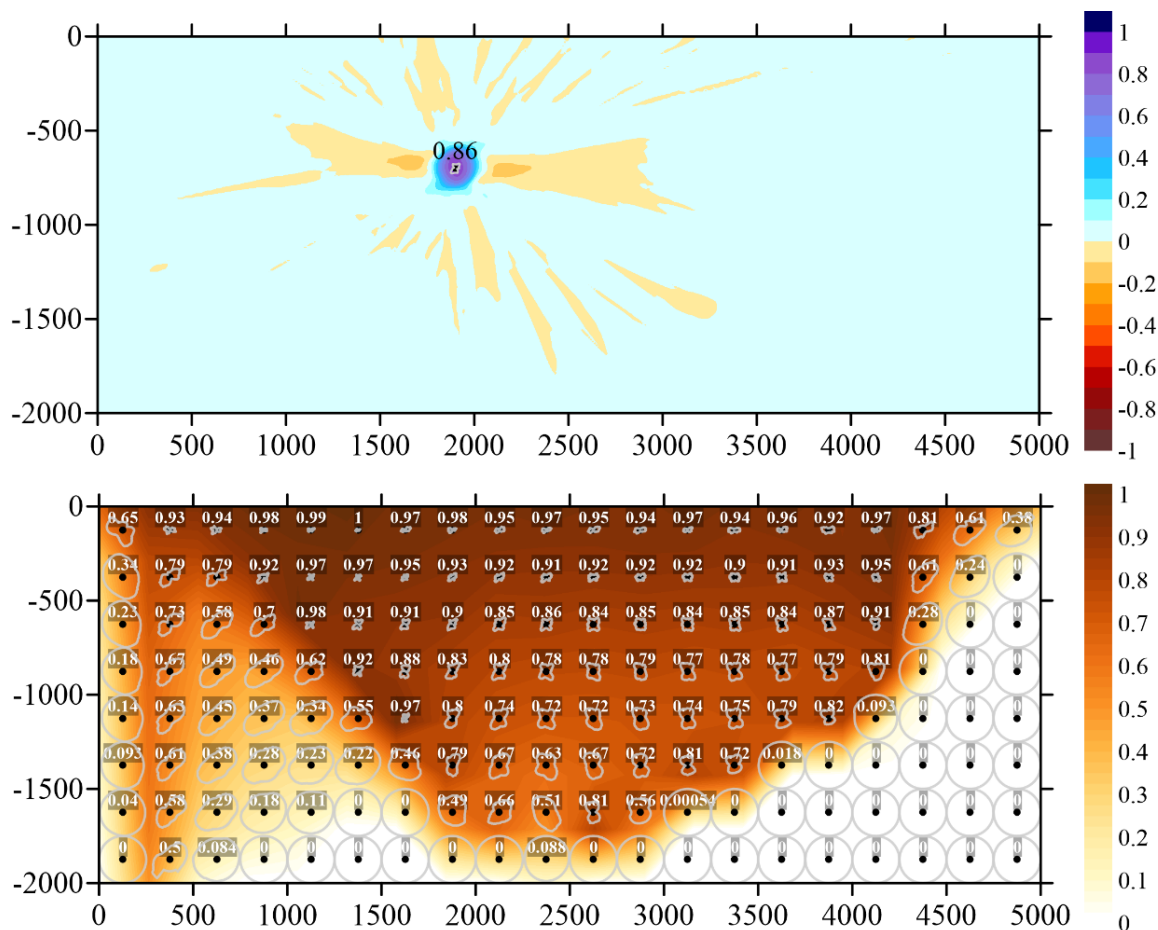


Рис. 9. Построение функции размытия для одной точки (вверху) и для всей области наблюдения вместе с функцией разрешения (внизу). Серые контуры показывают степень размазывания в каждой точке: чем больше радиус, тем сильнее размазывание

ВЫВОДЫ

В работе показано, что формальные критерии, заключающиеся в расчете диагональных элементов матрицы разрешения, в некоторых случаях приводят к выбору модели с худшим качеством восстановления изучаемых объектов и могут забраковать модель с наилучшим качеством. Стратегия такого рода в случае работы с реальными данными неизбежно приведет к некачественным результатам, ведь искомое распределение неизвестно. Иначе говоря, использование матрицы разрешения, как основной метрики для оценки качества решения, не является достаточно надежным методом.

В работе представлен альтернативный способ оценки разрешения с помощью аномалий фиксированного размера, сильно превосходящего параметризационную ячейку. Пространственное разрешение в этом случае получается путем восстановления множества таких аномалий, а в качестве метрики берутся значения в центрах аномалий: чем ближе они к единице, тем точнее восстановление.

Использование аномалий разного размера позволяет проводить геологическую интерпретацию на количественном уровне, что было невозможно при реализации традиционных подходов.

Помимо этого, была предложена и исследована функция размытия, которая позволяет дополнительно получить информацию о зависимости разрешения от направления просвечивания. Ее использование при инверсии реальных данных может позволить отделить артефакты, вызванные неидеальной геометрией лучей, от полезных аномалий, связанных с геологическими структурами.

ЛИТЕРАТУРА

Кулаков И.Ю. Алгоритм линеаризованной томографии BASIC TOMO // Геофизические технологии. – 2020. – № 1. – С. 40–54.

Daly E., Keir D., Ebinger C.J., Stuart G.W., Bastow I.D., Ayele A. Crustal tomographic imaging of a transitional continental rift: The Ethiopian rift // *Geophysical Journal International*. – 2008. – Vol. 172, No. 3. – P. 1033–1048.

Humphreys E., Clayton R.W. Adaptation of back projection tomography to seismic travel time problems // *Journal of Geophysical Research. Solid Earth*. – 1988. – Vol. 93 (B2). – P. 1073–1085.

Husen S., Smith R.B., Waite G.P. Evidence for gas and magmatic sources beneath the Yellowstone volcanic field from seismic tomographic imaging // *Journal of Volcanology and Geothermal Research*. – 2004. – Vol. 131, Issues 3–4. – P. 397–410.

Kissling E., Husen S., Haslinger F. Model parametrization in seismic tomography: A choice of consequence for the solution quality // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. – 2001. – Vol. 123, Issues 2–4. – P. 89–101.

Koulakov I., Stupina T., Kopp H. Creating realistic models based on combined forward modeling and tomographic inversion of seismic profiling data // *Geophysics*. – 2010. – Vol. 75, Issue 3, Article B115.

Nolet G. Seismic wave propagation and seismic tomography // *Seismic Tomography. With Application in Global Seismology and Exploration Geophysics*. – Dordrecht, Springer, 1987. – P. 1–23.

Paige C.C., Saunders M.A. LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares // *ACM Transactions on Mathematical Software*. – 1982. – Vol. 8, No. 1. – P. 43–71.

Patanè D., Barberi G., Cocina O., De Gori P., Chiarabba C. Time-resolved seismic tomography detects magma intrusions at Mount Etna // *Science*. – 2006. – Vol. 313, Issue 5788. – P. 821–823.

Reyners M., Eberhart-Phillips D., Stuart G. A three-dimensional image of the shallow subduction: crustal structure of the Raukumara Peninsula, New Zealand // *Geophysical Journal International*. – 1999. – Vol. 137, Issue 3. – P. 873–890.

Song L.P., Zhang S.Y. Singular value decomposition-based reconstruction algorithm for seismic traveltimes tomography // *IEEE transactions on image processing*. – 1999. – Vol. 8, No. 8. – P. 1152–1154.

Spakman W., Nolet G. Imaging algorithms, accuracy, and resolution in delay time tomography // *Mathematical Geophysics*. – Reidel, Dordrecht, 1988. – P. 155–187.

Yao Z.S., Roberts R.G., Tryggvason A. Calculating resolution and covariance matrices for seismic tomography with the LSQR method // *Geophysical Journal International*. – 1999. – Vol. 138, Issue 3. – P. 886–894.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

КУЛАКОВ Иван Юрьевич – д.г.-м.н., член-корреспондент РАН, заместитель директора ИНГГ СО РАН. Основные научные интересы: численные методы решения прямых и обратных задач геофизики, методы сейсмической томографии. E-mail: KoulakovIY@ipgg.sbras.ru

ЩЕЛКАНОВА Наталья Александровна – студентка геолого-геофизического факультета НГУ. Основные научные интересы: методы сейсмической томографии, моделирование.

СТУПИНА Татьяна Александровна – к.ф.-м.н., научный сотрудник лаборатории сейсмической томографии ИНГГ СО РАН. Основные научные интересы: геостатистика, обработка и анализ сейсмических данных, методы построения оценок качества моделей.