



СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМА АДАПТИВНОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКОГО СИГНАЛА И ЕГО ГАРМОНИК С УЧЕТОМ НАЛИЧИЯ АДДИТИВНЫХ ПОМЕХ ПОВЫШЕННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

М.С. Денисов, А.А. Зыков

ООО «ГЕОЛАБ», 119071, Москва, ул. Орджоникидзе, 12/4, Россия,

e-mail: denisovms@gmail.com

Алгоритм разделения вибросейсмического сигнала и его гармоник подразумевает предварительное прогнозирование гармоник с последующим их адаптивным вычитанием из коррелограммы. Для получения оценок фильтров адаптации используется статистический критерий, обеспечивающий минимум энергии результата вычитания. Амплитуды сигналов на трассе затухают за счет эффекта геометрического расхождения, что приводит к статистической неоднородности при формировании функционала. Следовательно, повышение надежности оценивания должно быть связано с увеличением амплитуд сигналов на больших временах регистрации. С другой стороны, на виброграммах всегда присутствует аддитивная помеха, и отношение сигнал/шум на больших временах понижается. С целью обеспечения компромисса между ростом амплитуд сигналов и сохранением удовлетворительного отношения сигнал/шум в окне настройки оператора в функционал включаются самонастраивающиеся весовые функции. Предлагается способ модификации функционала, позволяющий сохранить повышенное быстродействие алгоритма.

Вибросейс, гармоники, фильтрация, адаптация

IMPROVEMENT OF THE ALGORITHM FOR ADAPTIVE SEPARATION OF THE VIBROSEIS SIGNAL FROM ITS HARMONICS IN CASE OF STRONG ADDITIVE NOISE

M.S. Denisov, A.A. Zykov

GEOLAB Ltd, Ordzhonikidze Str., 12/4, Moscow, 119071, Russia,

e-mail: denisovms@gmail.com

An algorithm for separating a vibroseis signal from its harmonics implies preliminary prediction of harmonics with their subsequent adaptive subtraction from the correlogram. To obtain the adaptation filter estimates, a statistical criterion is used that minimizes the energy of the subtraction result. The amplitudes of the signals in a seismic trace decay due to geometrical spreading, which leads to statistical inhomogeneity in the objective formed. Therefore, an increase in the statistical reliability of estimation should be associated with an increase in signal amplitudes at large recording times. On the other hand, the source records always contain additive noise, and the signal-to-noise ratio decreases at longer times. In order to provide a compromise between the growth of signal amplitudes and maintaining a satisfactory signal-to-noise ratio in the operator adjusting gate, self-tuning weighting functions are included into the objective. A method for modifying the objective is proposed, which enables increased performance of the algorithm.

Vibroseis, harmonics, filtering, adaptation

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы, связанные с гармоническими искажениями вибросейсмических сигналов, продолжают привлекать самое пристальное внимание геофизиков. Как показали результаты многочисленных экспериментов, в глубь среды распространяется не просто сигнал, по форме отличающийся от теоретического свипа, а сигнал с наложенными на него гармониками.

Проблема становится особенно актуальной при обработке сейсмограмм, полученных по методике slip-sweep, когда замешиваются волновые поля от нескольких соседних пунктов возбуждения [Rozemond, 1996]. В этом случае интенсивные артефакты, связанные с сигналами, возбужденными текущим источником и отраженными от горизонтов в верхней части разреза, накладываются на слабые сигналы на записи предыдущего источника, отраженные от глубинных целевых горизонтов, маскируя их. После этого разделение протяженной записи от нескольких пунктов возбуждения на отдельные сейсмограммы становится крайне затруднительным.

В свое время эти соображения привели нас к необходимости разработки методики разделения сигнала и гармоник. Настоящее исследование продолжает и развивает ранние работы, начатые по инициативе М.Б. Шнеерсона, в которых он принимал самое активное участие (см., например, [Денисов, Шнеерсон, 2017, 2018; Денисов и др., 2019]). После отделения сигнала от гармоник переход от виброграммы к коррелограмме путем корреляции с теоретическим свипом становится корректным. При этом выделенные гармоники могут интерпретироваться не как помеха, а как дополнительная полезная информация, позволяющая расширять спектр сигнала и получать сейсмические записи с повышенной разрешающей способностью.

Для решения поставленной задачи нами ранее был предложен алгоритм оптимальной рекурсивной фильтрации (ОРФ) [Денисов, Егоров, 2019б], который представляет собой двухэтапную процедуру, на первом шаге которой реализуется прогнозирование поля помех. На втором шаге это поле адаптивно вычитается из коррелограммы. В процессе тестирования алгоритма выяснилось, что используемый в нем способ статистического оценивания операторов вычитания требует совершенствования с целью повышения устойчивости, и на это мы указывали в упомянутой работе. Здесь мы предложим методику, позволяющую достичь желаемой устойчивости, а также опробуем ее на модельных трассах и полевых сейсмограммах.

МОДЕЛЬ ТРАССЫ, СОДЕРЖАЩЕЙ ИСКАЖЕННЫЙ ГАРМОНИКАМИ ВИБРОСИГНАЛ

Нами используется традиционная сверточная модель сейсмической трассы. Следуя в русле прежних работ [Денисов, Егоров, 2019а], мы сохраним прежнее обозначение условных обозначений. Исходная виброграмма $v(t)$, где t – индекс дискретного времени, представляется в виде

$$v(t) = r(t) * q(t) * p(t) + \xi(t), \quad (1)$$

где $r(t)$ – последовательность коэффициентов отражения (иначе называемая *импульсная трасса*), $q(t)$ – сигнал, искаженный гармониками, $p(t)$ – фильтр, описывающий частотно-зависимое ослабление энергии волн (иначе говоря, эффект преимущественного затухания высокочастотных компонент сигнала) в верхней части разреза (ВЧР), $\xi(t)$ – аддитивная помеха. Определив безразмерную переменную t как индекс дискретного времени, будем также рассуждать о ее размерном эквиваленте, измеряемом в

секундах, который мы для простоты тоже обозначим через t , не оговаривая всякий раз то, что они связаны умножением на шаг дискретизации Δt . Звездочка обозначает свертку, т. е. $q(t) * p(t)$ – свертка функций $q(t)$ и $p(t)$. Тогда $q(t) * p(-t)$ – так называемая ретросвертка или функция взаимной корреляции (ФВК), определенная для детерминированных сигналов. Аналогично, $q(t) * q(-t)$ – автокорреляционная функция (АКФ) детерминированного сигнала.

В работе [Денисов, Егоров, 2019а] была обоснована следующая модель сигнала:

$$q(t) = \sum_{m=1}^M a_m(t) * q_m(t), \quad (2)$$

где $q_m(t)$ – m -я гармоника, $a_m(t)$ – фильтры. Мы условились, что $q_1(t)$ – основной свип (или *сигнал основного тона*) и $a_1(t) = \delta(t)$ – «дискретная дельта-функция» [Корн, Корн, 1974]. Относительно $r(t)$ делается предположение, что она является реализацией дискретного случайного процесса типа негауссовского белого шума, который обычно аппроксимируется в виде пуассоновского потока импульсов, амплитуды которых описываются нормальным распределением [Малкин, 1989; Walden, 1985]. Эффект геометрического расхождения приводит к тому, что амплитуды импульсов на трассе $r(t)$ уменьшаются с ростом t , поэтому процесс оказывается нестационарным и имеет переменную по временной координате дисперсию $\sigma_r^2(t)$, т. е. АКФ этого процесса выражается в виде

$$E\{r(t)r(\tau)\} \equiv \sigma_r^2(t)\delta(t-\tau),$$

где $E\{\}$ – символ математического ожидания.

Помеха $\xi(t)$ является реализацией дискретного стационарного белого шума с дисперсией σ_ξ^2 . Мы используем естественное предположение о некоррелированности процессов r и ξ , т. е. ФВК записывается как $E\{r(t)\xi(\tau)\} \equiv 0$ для любых t и τ . В наших предыдущих работах рассматривалась модель, не содержащая аддитивной помехи. Теперь мы вводим ее в рассмотрение, тем более, что исходные вибросейсмические записи всегда ей осложнены, и нам следует изучить вопросы, связанные с ее влиянием.

Гармоники являются линейно-частотно-модулированными (ЛЧМ) сигналами. Как было показано в работе [Денисов, Егоров, 2019б], их ФВК, с точностью до константы в фазовом спектре, также представляются в виде ЛЧМ-сигналов.

В нашей предыдущей статье [Денисов, Зыков, 2022] мы изучали гармонические искажения на примере реального сигнала толкающего усилия (в англоязычной литературе – ground force). Основной тон этого свип-сигнала в высокочастотной области, на колонке спектрально-временного анализа (СВАН) [Боганик, Гурвич, 2006], имел отклонение от линейной траектории, т. е. оказывался не ЛЧМ-сигналом. Насколько нам известно, аналогичные неточности часто встречаются на практике. Если при переходе от виброграммы к коррелограмме используется теоретический свип-сигнал, то будут наблюдаться дополнительные искажения, не связанные с эффектом гармоник. Однако такие искажения существенно отличаются от интересующих нас здесь помех, обусловленных наличием гармоник. Так как высокочастотные компоненты сигнала имеют некоторую фазовую подвижку относительно теоретической

фазы, то после корреляции с теоретическим свипом мы будем наблюдать неидеальную фокусировку сигнала, и результат корреляции окажется не нуль-фазовым. При этом он будет выглядеть как импульсный сигнал, а не как импульс на фоне отстоящего от него на достаточно протяженный временной интервал ЛЧМ-сигнала (а именно так после корреляции с основным свипом проявляется наличие гармоник [Денисов и др., 2019]). Разумеется, это потребует дальнейшей обработки. Как мы знаем, с искажениями амплитудных и фазовых спектров импульсных сигналов вполне уверенно справляются современные алгоритмы статистической деконволюции. Также важно помнить, что в трассе присутствует сверточная и, вообще говоря, не нуль-фазовая компонента, которую мы обозначили как $p(t)$. Результат неточной корреляции «сложится» с этим оператором (точнее говоря, войдет в нее в виде дополнительной сверточной компоненты, сохранив свойство импульсности такой функции), поэтому деконволюция, применяемая к коррелограмме, одновременно устранил как неточности корреляции, так и амплитудные и фазовые искажения, связанные с влиянием ВЧР.

АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И АДАПТИВНОГО ВЫЧИТАНИЯ ГАРМОНИК

Алгоритм ОРФ подразумевает прогнозирование помех, которые затем адаптивно вычитаются из коррелограммы, получаемой путем корреляции $v(t)$ с $q_1(t)$ и которую мы обозначаем через $z_1(t)$ (указывая на то, что для корреляции можно использовать не только гармонику первого порядка):

$$z_1(t) = v(t) * q_1(-t),$$

или, с учетом (1) и (2),

$$z_1(t) = r(t) * p(t) * \left(c_{11}(t) + \sum_{m=2}^{\infty} a_m(t) * c_{m1}(t) \right) + \xi(t) * q_1(-t), \quad (3)$$

где функции типа

$$c_{ml}(t) = q_m(t) * q_l(-t) \quad (4)$$

являются ФВК m -й и l -й гармоник. Аналогично, $c_{mm}(t) = q_m(t) * q_m(-t)$ – АКФ m -й гармоники. Для получения прогнозного поля требуется применить к $z_1(t)$ свертку с $c_{ml}(t)$. Результат прогнозирования обозначим через $z_1^{(n_i)}(t)$, где верхний индекс n указывает на то, что это трасса помехи (*noise*), а индекс i – порядковый номер модели помех (обычно прогнозируется несколько моделей).

Общий вид формул алгоритма ОРФ можно найти в указанной выше статье, а здесь для наших целей достаточно использовать максимально упрощенный их вариант, а именно, случай, когда прогнозируется только одна модель помехи (в терминах ОРФ это называется применением фильтра первого порядка для устранения гармоник второго порядка)

$$z_1^{(n_1)}(t) = z_1(t) * c_{21}(t). \quad (5)$$

Ниже, сделав необходимые оговорки, мы распространим полученные выводы на общий случай.

Для адаптивного вычитания модели из коррелограммы требуется получить оценку оптимального фильтра $\hat{a}_1(\tau)$, $\tau \in [\tau_1^{(\min)}, \tau_1^{(\max)}]$, что производится при помощи минимизации функционала

$$\hat{a}_1(\tau) = \arg \min_{\tilde{a}_1(\tau)} J(\tilde{a}_1(\tau)),$$

где

$$J(\tilde{a}_1(\tau)) = \sum_{t \in \Omega} \left(z_1(t) - \sum_{\tau=\tau_1^{(\min)}}^{\tau_1^{(\max)}} \tilde{a}_1(\tau) z_1^{(n_1)}(t-\tau) \right)^2. \quad (6)$$

Область Ω определяет окно настройки оператора. Фигурирующую в функционале (6) функцию, заключенную в круглые скобки, которую обозначим через $\varepsilon(t)$, обычно называют невязкой.

Так как мы имеем дело со случайными процессами, то было бы корректнее вместо детерминированного выражения (6) записать дисперсию невязки и именно ее использовать в виде функционала. Затем, продифференцировав дисперсию относительно каждого отсчета искомого фильтра и приравняв производную к нулю, свести поставленную оптимизационную задачу к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) [Кондратьев, 1976]:

$$\Phi a = b, \quad (7)$$

где вектор b составлен из ФВК случайных процессов $z_1(t)$ и $z_1^{(n_1)}(t)$, а матрица Φ – из АКФ процесса $z_1^{(n_1)}(t)$. После этого нам остается предложить способ оценивания авто- и взаимокорреляционных функций случайных процессов (именно так мы поступали ранее, например, в работе [Денисов, 1992]).

При решении большинства практических задач обработки сейсмических данных достаточно надежным оказывается способ оценивания АКФ и ФВК, основанный на методе наименьших квадратов (МНК). Несложно убедиться в том, что если проделать описанные выше преобразования, после чего подставить в СЛАУ (7) МНК оценки корреляционных функций, то получится система уравнений тождественная той, к которой мы бы пришли, если бы дифференцировали функционал (6). Поэтому мы сразу записываем выражение (6) и используем его для дальнейших рассуждений.

ВЛИЯНИЕ АДДИТИВНОГО ШУМА НА РЕЗУЛЬТАТ АДАПТАЦИИ

В результате выкладок, вынесенных в Приложение, мы показали, что при слабой интенсивности аддитивного шума ($\sigma_\xi^2 \ll \sigma_r^2$) получаемые оптимальные фильтры стремятся к своим истинным значениям: $\hat{a}_i(t) \rightarrow a_i(t)$, а при увеличении его уровня ($\sigma_\xi^2 \gg \sigma_r^2$) все фильтры стремятся к нулю: $\hat{a}_i(t) \rightarrow 0$.

Это значит, что чем выше уровень шума, тем больше энергии гармоник будет оставаться в трассах коррелограммы, т. е. шум снижает эффективность адаптивного вычитания. Понятно, что в предельном случае, когда шум существенно доминирует над сигналом и когда фильтры становятся нулевыми, на выходе алгоритма вычитания будем иметь не претерпевшую изменений коррелограмму. Поэтому,

принимая во внимание тот факт, что исходные виброграммы почти всегда характеризуются повышенным уровнем шумов, следует разработать методику защиты алгоритма оценивания фильтров от возможного влияния такой помехи.

На практике, в силу значительной длительности ЛЧМ-сигналов, которыми являются ФВК гармоник, всегда приходится иметь дело с протяженными окнами настройки оператора. В пределах таких окон, наряду с благоприятными для настройки областями, где сигнал доминирует над помехой, могут встречаться и временные интервалы, в которых доминирует помеха. Наличие последних негативно сказывается на работоспособности алгоритма. Поэтому представляется целесообразным модифицировать критерий (6) так, чтобы придавать меньший вес невязкам, полученным в зашумленных областях и увеличивать их вес в пределах благоприятных временных интервалов.

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСХОЖДЕНИЯ НА РЕЗУЛЬТАТ АДАПТАЦИИ

Рассуждая выше о свойствах последовательности коэффициентов отражения, мы упомянули эффект геометрического расхождения, который приводит к затуханию сигналов на трассе. Это обуславливает статистическую неоднородность критерия (6). Сигналы, наблюдаемые на больших временах вступления, почти незаметны на фоне интенсивных сигналов на малых временах, при этом все они включены в единое окно настройки. Полезная статистическая информация, содержащаяся в первых, теряется, и это может приводить к неустойчивости оценивания. Любая помеха, случайная или когерентная (к которой можно отнести поверхностные волны, воздушную волну и т. п.), наблюдаемая в области малых времен и, тем самым, имеющая интенсивность, значительно превосходящую интенсивность сигналов в нижней части окна настройки, исказит функционал (6). Неустойчивость проявится в повышенной чувствительности оценки получаемых фильтров адаптации к локальным особенностям реализации такой помехи.

Казалось бы, можно предварительно выровнять амплитуды, применив коррекцию геометрического расхождения. Однако такой подход в нашей задаче к успеху не приводит. Дело в том, что коррекция расхождения, реализуемая при помощи умножения отсчетов трассы на плавную возрастающую функцию, не искажает динамику сигнала только тогда, когда на длине сигнала эту функцию можно считать постоянной величиной. Это хорошо известная особенность процедуры. Если иметь в виду применение коррекции к исходной виброграмме, то предположение о постоянстве функции заведомо нарушается, т. к. вибросейсмические сигналы, в отличие от импульсных сигналов, обладают большой протяженностью.

После применения корреляции с основным свипом первая гармоника претерпевает фокусировку и трансформируется в импульсный сигнал. Казалось бы, применение коррекции расхождения к коррелограмме может быть обоснованным. Однако это не так. На коррелограмме каждая m -я гармоника превращается в ФВК $c_{m1}(t)$, являющуюся протяженным ЛЧМ-сигналом. Применение коррекции исказит динамику помехи, что сделает невозможным последующее ее прогнозирование с сохранением амплитуд. Следовательно, преобразование (5) должно применяться к трассам в их исходной динамике, а выравнивание амплитуд можно реализовать уже на стадии адаптивного вычитания. С этой целью мы используем весовую функцию $w(t)$, вводя ее в функционал (6), который принимает вид:

$$J(\tilde{a}_1(\tau)) = \sum_{t \in \Omega} \varepsilon^2(t) w^2(t). \quad (8)$$

Иначе говоря, процедура выравнивания амплитуд применяется к невязкам, и к обсуждению этого вопроса мы теперь переходим.

ПОСТРОЕНИЕ ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ

В соответствии с рассуждениями в двух предыдущих разделах, функция $w(t)$ призвана не только обеспечить одинаковую статистическую значимость всех сигналов на трассе, но и устранить негативное влияние аддитивной помехи. Иначе говоря, веса должны, во-первых, быть обратно пропорциональны среднему модулю амплитуды сигнала в окрестности каждого отсчета времени. Во-вторых, стремиться к нулю, если отношение сигнал/шум стремится к нулю.

Функция, соответствующая первому требованию, фактически оказывается функцией автоматической регулировки усиления (АРУ). Она хорошо знакома геофизику, и выражение для нее обычно записывают в виде:

$$x(t) = \frac{L+1}{\sum_{k=-L/2}^{L/2} |z_1(t-k)|},$$

где $L+1$ – размер скользящего окна, центрированного на временном отсчете t [Боганик, Гурвич, 2006].

С целью учета второго требования нам потребуется привлечь алгоритм оценивания отношения сигнал/шум. Это представляет собой особую тему, и мы планируем посвятить ей отдельное исследование, изучив специфику работы того или иного способа в нашей задаче. Поэтому здесь, ограничившись лишь ссылкой на работу [Шубик, 2011], в которой приводится достаточно полный обзор соответствующих методик, будем полагать, что такая оценка нам доступна в пределах каждого скользящего по трассе временного окна размера $L+1$, центрированного на временном отсчете t . Эту оценку мы обозначим как $\varphi(t)$.

Наличие помехи надо учитывать так, чтобы функция $w(t)$ стремилась к $x(t)$, если $\varphi(t)$ превосходит некоторое заданное пороговое значение γ . Если же $\varphi(t)$ стремится к нулю, то $w(t)$ должна стремиться к нулю. С этой целью удобно использовать функцию вида

$$y(t) = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{\varphi(t)}{\gamma} \right)^n}, \quad (9)$$

где параметр n определяет крутизну склона в окрестности порогового значения, ее график показан на рис. 1.

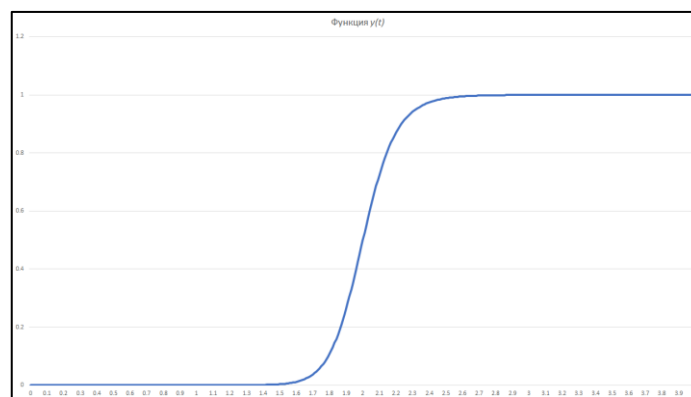


Рис. 1. График функции $y(n)$ при $n=20$ и $\gamma=2$. По горизонтальной оси отложены значения $\varphi(t)$

Ранее мы уже привлекали эту функцию, решая задачу подавления зеркальных частот, возникающих при несинфазном суммировании сейсмических трасс [Денисов, Фиников, 2005], где она хорошо себя зарекомендовала. В указанной статье также показано, что точка перегиба несколько не совпадает с пороговым значением, и предложен способ ее уточнения.

Тогда в функционал (8) подставляем

$$w(t) = x(t)y(t). \quad (10)$$

РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Если пренебречь краевыми эффектами, влияние которых незначительно при выборе протяженных окон настройки, минимизация функционала (6) (в нем не применяется весовая функция) сводится к решению СЛАУ с теплицевой матрицей, и для ее решения разработан вычислительно эффективный алгоритм Левинсона [Рапопорт, 1993]. Если в функционал вводится весовая функция, и он приобретает вид (8), то вместо традиционного критерия МНК имеем так называемый взвешенный МНК. После дифференцирования такого функционала и приравнивания производной к нулю приходим к СЛАУ, для решения которой уже не подходит алгоритм Левинсона, т. к. матрица оказывается хотя и симметричной, но не теплицевой. В таких случаях, как правило, применяют метод Холецкого [Марпл, 1990], обладающий меньшей вычислительной эффективностью.

Ситуация усугубляется, когда из коррелограммы вычитается не одна, а несколько моделей помех. Тогда оптимизационная задача сводится к решению СЛАУ, в левой части которой фигурирует блочная матрица. Если минимизируется функционал без весовой функции, то матрица оказывается блочно-теплицевой, и СЛАУ решается при помощи многоканального алгоритма Левинсона [Робинсон, Трейтел, 1980]. Если вводится весовая функция, то матрица оказывается блочно-симметричной, и СЛАУ решается при помощи многоканального алгоритма Холецкого [Джиган, 2004], что снижает вычислительную эффективность алгоритма.

К счастью, специфика нашей задачи, а именно доказанное в статье [Денисов, Зыков, 2022] свойство малой длины фильтров адаптации, позволяет преобразовать функционал с весовой функцией таким образом, что его минимизация сводится к СЛАУ с блочно-теплицевой матрицей. Такое решение основывается на преобразовании, предложенном Д.Б. Финиковым и М.С. Денисовым и описанном в отчете о научной деятельности ООО «Геотехсистем», выполненной по заказу компании Norsk Hydro в 2009 г. Суть

его заключается в следующем. Пусть мы имеем дело с короткими фильтрами адаптации. Если предположить, что это одноточечные фильтры, то, как следует из (6), умножение коррелограммы $z_1(t)$ и всех моделей помех $z_1^{(n_1)}(t)$ на одну и ту же функцию произвольного вида не приведет к смещению минимума функционала. В этом легко убедиться, если ввести в выражение (6) весовую функцию так, как это сделано в (8), и внести ее под скобку.

Прделаем эти же преобразования для фильтра произвольной длины. Тогда приходим к

$$J^{(w)}(\tilde{\alpha}_1(\tau)) = \sum_{t \in \Omega} \left(z_1(t)w(t) - \sum_{\tau=\tau_1^{(\min)}}^{\tau_1^{(\max)}} \tilde{\alpha}_1(\tau)w(t)z_1^{(n_1)}(t-\tau) \right)^2,$$

где мы ввели новое обозначение для функционала, $J^{(w)}$, подчеркивая, что теперь он включает в себя весовую функцию. Очевидно, что если в пределах длины фильтра $\tau \in [\tau_1^{(\min)}, \tau_1^{(\max)}]$ весовую функцию можно приближенно считать постоянной величиной, то последнее выражение переписывается как

$$J^{(w)}(\tilde{\alpha}_1(\tau)) \approx \sum_{t \in \Omega} \left(\tilde{z}_1(t) - \sum_{\tau=\tau_1^{(\min)}}^{\tau_1^{(\max)}} \tilde{\alpha}_1(\tau)\tilde{z}_1^{(n_1)}(t-\tau) \right)^2, \quad (11)$$

где введены обозначения $\tilde{z}_1(t) = z_1(t)w(t)$ и $\tilde{z}_1^{(n_1)}(t) = z_1^{(n_1)}(t)w(t)$. При использовании одноточечных фильтров последнее выражение переходит в равенство.

Исследование [Денисов, Зыков, 2022], помимо прочего, было посвящено анализу фильтров адаптации. Их свойства мы изучили на примере характерного реального сигнала толкающего усилия. Эффективная длина фильтров адаптации составила менее 150 мс. Затухание амплитуды сигнала на трассе, обусловленное геометрическим расхождением, обычно описывается при помощи гладкой степенной функции, поэтому $x(t)$ заведомо мало меняется на указанном временном интервале. С другой стороны, уровень некогерентной аддитивной помехи на трассе остается почти постоянным на протяжении всего интервала регистрации, тем самым $y(t)$ также представляет собой гладкую функцию. Сделанное предположение о том, что весовая функция аппроксимируется константой на интервале ~150 мс можно считать выполненным (в противном случае нам потребуется предварительно применить сглаживание функции $w(t)$), поэтому в дальнейшем будем заменять знак приближенного равенства знаком равенства.

Теперь вернемся к типичной ситуации, с которой всегда приходится иметь дело на практике. А именно, прогнозируются несколько моделей гармоник, $z_1^{(n_i)}(t)$, $i = 1, \dots, N$, где N – количество моделей, и все они включаются в минимизируемый функционал. Тогда (11) трансформируется в

$$J^{(w)}(\tilde{\alpha}_1(\tau)) = \sum_{t \in \Omega} \left(\tilde{z}_1(t) - \sum_{i=1}^N \sum_{\tau=\tau_i^{(\min)}}^{\tau_i^{(\max)}} \tilde{\alpha}_i(\tau)\tilde{z}_1^{(n_i)}(t-\tau) \right)^2, \quad (12)$$

где $\tilde{z}_1^{(n_i)}(t) = z_1^{(n_i)}(t)w(t)$. Задача взвешенного МНК сведена к традиционной оптимизационной задаче построения многоканального фильтра адаптации без применения весовых функций.

ПРИМЕР ОБРАБОТКИ: МОДЕЛЬНАЯ ТРАССА

Вначале продемонстрируем работоспособность алгоритма на модельной трассе. С этой целью был рассчитан искаженный вибросейсмический сигнал, содержащий наряду с основным свип-сигналом $q_1(t)$ две гармоники второго и третьего порядка, $q_2(t)$ и $q_3(t)$, при этом $a_2(t)$ и $a_3(t)$ заимствованы из статьи [Денисов, Зыков, 2022], где они посчитаны для реальной записи толкающего усилия (рис. 2). Последовательность коэффициентов отражения представляет собой пуассоновский поток импульсов, амплитуды которых описываются нормальным распределением с нулевым математическим ожиданием. Параметры свип-сигнала: диапазон частот 10–150 Гц, длительность 10 с. Эффект геометрического расхождения в модельную трассу вводится в виде нестационарности коэффициентов отражения, их амплитуда затухает по закону $1/t^2$.

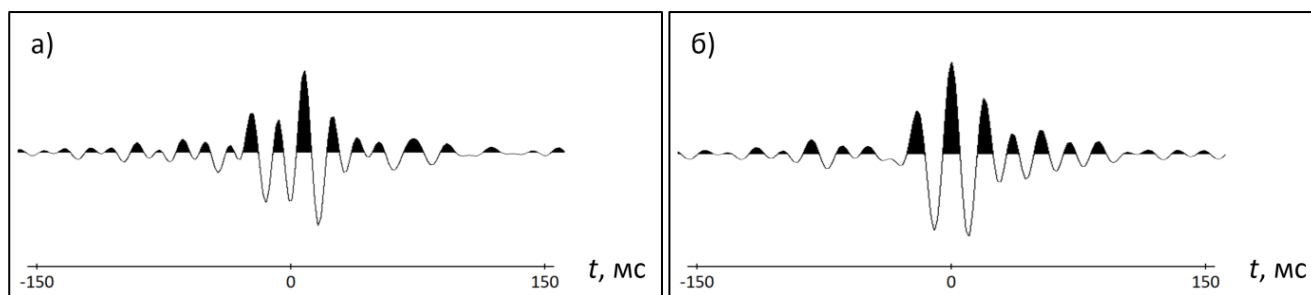


Рис. 2. Фильтры, использованные при моделировании гармоник: а – $a_2(t)$; б – $a_3(t)$. Фильтры приведены к диапазону частот основного свип-сигнала

Гармоники всегда накладываются как на сигнал основного тона, так и друг на друга, что чрезвычайно затрудняет интерпретацию волновой картины. Поэтому традиционным способом иллюстрирования эффектов, связанных с гармониками, является показ колонок СВАН, где, как известно, гармоники приобретают вид прямых линий, что является следствием применения линейной частотной модуляции. Наклон линий и диапазон частот вдоль линии зависят от номера гармоники. Эффект интерференции гармоник, связанных с одним и тем же импульсом, при этом разрешается.

Применив корреляцию с основным свипом, получим коррелограмму, она показана на рис. 3, а, а ее СВАН-колонок – на рис. 4, а. Наблюдаются помехи, являющиеся ФВК первой и второй гармоник и ФВК первой и третьей гармоник. На СВАН-колонке они имеют вид наклонных линий, в то время как сфокусированные сигналы, являющиеся АКФ основного свипа, выглядят как вертикальные полосы. Трудности, связанные с визуализацией быстроосциллирующих функций, приводят к тому, что на рисунке затухание амплитуд сигналов с ростом t кажется меньшим заданного.

Теперь наложим на виброграмму аддитивную помеху, представляющую собой стационарный гауссовский шум в диапазоне частот основного свипа, после чего перейдем к коррелограмме, используя корреляцию с основным свипом (рис. 3, б и 4, б). Сосредоточим внимание на фрагменте записи выше первых вступлений, в котором всегда наблюдаются наиболее интенсивные артефакты (рис. 3, в и 4, в).

С этой целью в запись введена временная подвижка 15 с, поэтому на трассе в интервале 0–15 с отсутствуют сфокусированные сигналы. При обработке данных, полученных по методике slip-sweep, в этой области высокоэнергетическая помеха интерферирует со слабыми сигналами, отраженными от целевых горизонтов. Аналогичные шумы корреляции наблюдаются и на всей трассе, однако там они менее заметны на фоне интенсивных сигналов. Тем не менее, их также необходимо отделить от сигнала, в том числе и для того, чтобы в дальнейшем использовать для расширения спектра. После разделения сигнала и каждой гармоники мы сфокусируем их при помощи корреляции. Для фокусировки гармоник применяется корреляция с сигналом соответствующей гармоники. Затем к каждой такой коррелограмме можно применить процедуру коррекции геометрического расхождения с последующим оптимальным суммированием результатов. В виде критерия оптимальности следует использовать требование максимизации отношения сигнал/шум на каждой частоте в диапазоне от нуля до частоты Найквиста. В результате получим трассу с максимально расширенным спектром и минимальным уровнем аддитивной помехи.

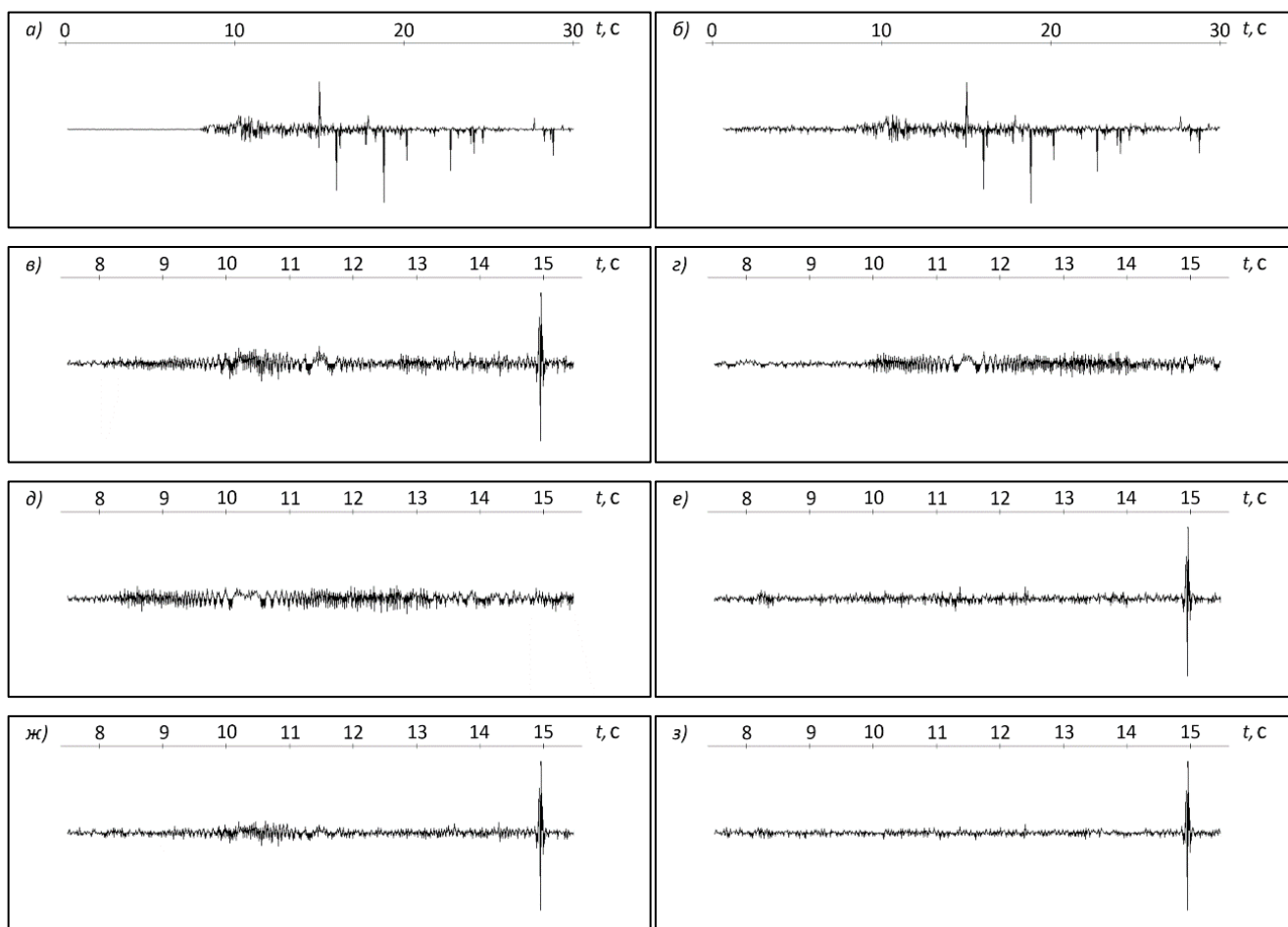


Рис. 3. Разделение сигнала и гармоник по модельной трассе: а – коррелограмма без добавления аддитивного шума, б – коррелограмма с добавленным шумом, в – увеличенный фрагмент коррелограммы в районе первых вступлений после наложения случайного аддитивного шума, г – результат прогнозирования помех, связанных со второй гармоникой, д – результат прогнозирования помех, связанных с третьей гармоникой, е – результат вычитания гармоник по зашумленной трассе без применения весовой функции, ж – результат вычитания гармоник по зашумленной трассе с весовой функцией АРУ, з – результат вычитания гармоник по зашумленной трассе с весовой функцией (10)

Результаты прогнозирования помех показаны на рис. 3, *г* и *д*, а СВАН-колонки – на рис. 4, *г* и *д*. Если сравнить их с данными на рис. 3, *в* и 4, *в*, то можно заключить, что модели помехи являются «кинематически» точными, однако требуется адаптация по динамике, что достигается путем минимизации функционала (12) с использованием той или иной весовой функции. Традиционно в задаче адаптации весовая функция не применяется, т. е. в (12) используется $w(t) \equiv 1$. Такой результат показан на рис. 3, *е* и 4, *е*. Очевидно, что в коррелограмме остается значительный фон гармонических искажений.

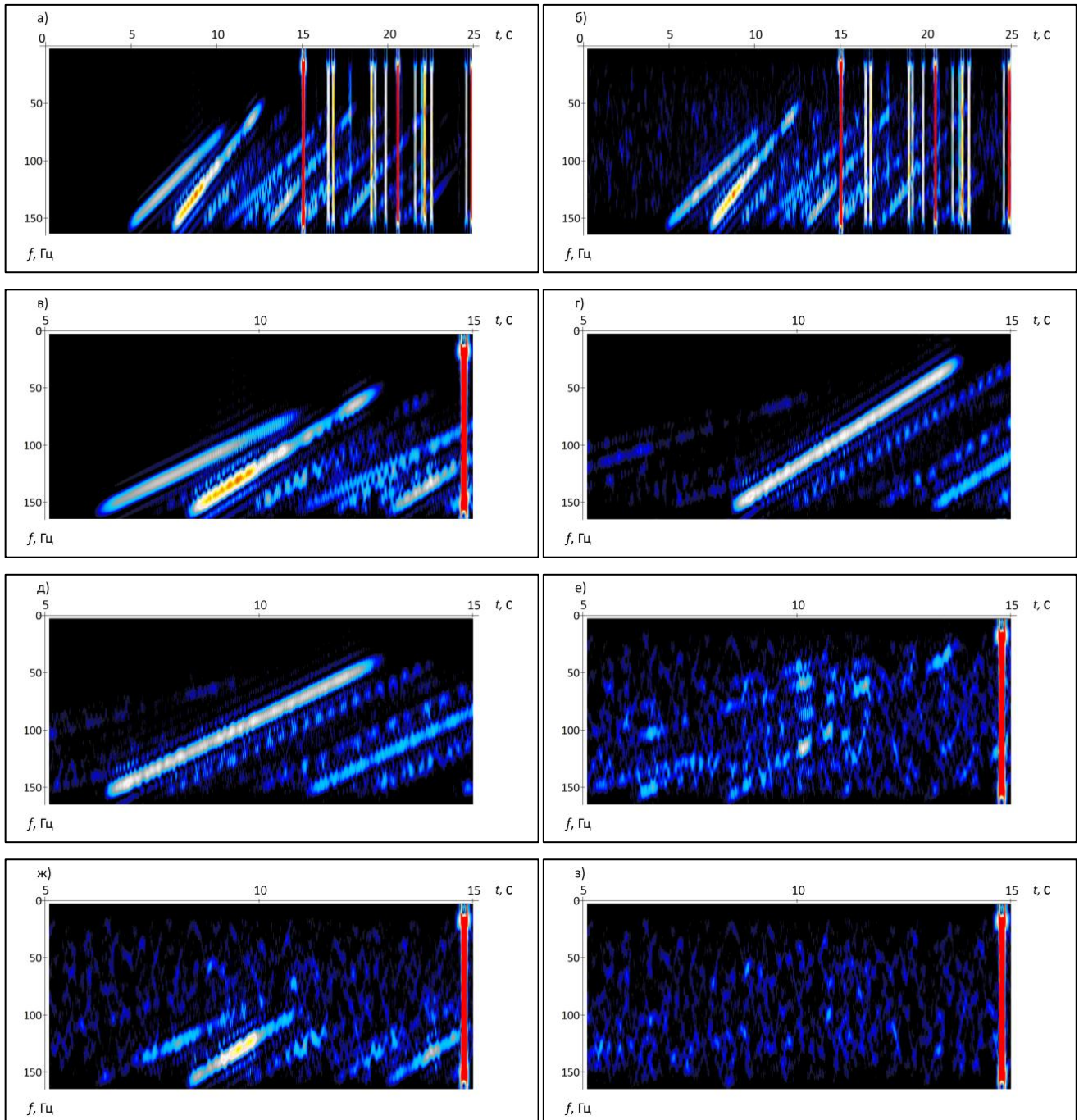


Рис. 4. СВАН трасс, показанных на рис. 3: *а* – коррелограммы без добавления аддитивного шума, *б* – коррелограммы с добавленным шумом, *в* – увеличенного фрагмента коррелограммы в районе первых вступлений после наложения случайного аддитивного шума, *г* – результата прогнозирования помех, связанных со второй гармоникой, *д* – результата прогнозирования помех, связанных с третьей гармоникой, *е* – результата вычитания гармоник по зашумленной трассе без применения весовой функции, *ж* – результата вычитания гармоник по зашумленной трассе с весовой функцией АРУ, *з* – результата вычитания гармоник по зашумленной трассе с весовой функцией (10)

Использование в функционале (12) функции АРУ, т. е. $w(t) = x(t)$ (такая весовая функция изображена на рис. 5, а) также не позволяет достичь желаемой точности вычитания помехи – см. рис. 3, ж и 4, ж. Напомним, что именно такой вариант весовой функции был нами ранее использован при обработке полевых сейсмограмм [Denisov et al., 2021].

Улучшения качества можно достичь, подставляя весовую функцию, посчитанную по формуле (10) и показанную на рис. 5, б. Как и следовало ожидать, она похожа на функцию АРУ на тех временных интервалах, где уровень аддитивного шума мал (ср. рис. 5, а и б), и стремится к нулю там, где шум начинает доминировать. Фактически, используемая нами весовая функция (10) оказывается самонастраивающейся, и это ее свойство обусловлено тем, что мы включили в нее «решающее правило» (9). Посчитанная функция $y(t)$ показана на рис. 5, в. При обработке полевых сейсмограмм и использовании протяженных окон настройки (ведь именно протяженные окна имеет смысл использовать в статистической задаче оценивания (11)) зашумленные участки могут наблюдаться не только на малых или больших временах регистрации, а быть произвольным образом расположенными в пределах окна. Включение в весовую функцию решающего правила (9) позволит их обнаружить и ослабить вклад в функционал. Результаты, полученные для $w(t)$, определяемой выражением (10), показаны на рис. 3, з и 4, з. Удалось достичь удовлетворительного уровня ослабления гармонических искажений, о чем, в первую очередь, свидетельствует отсутствие наклонных линий на СВАН-колонке.

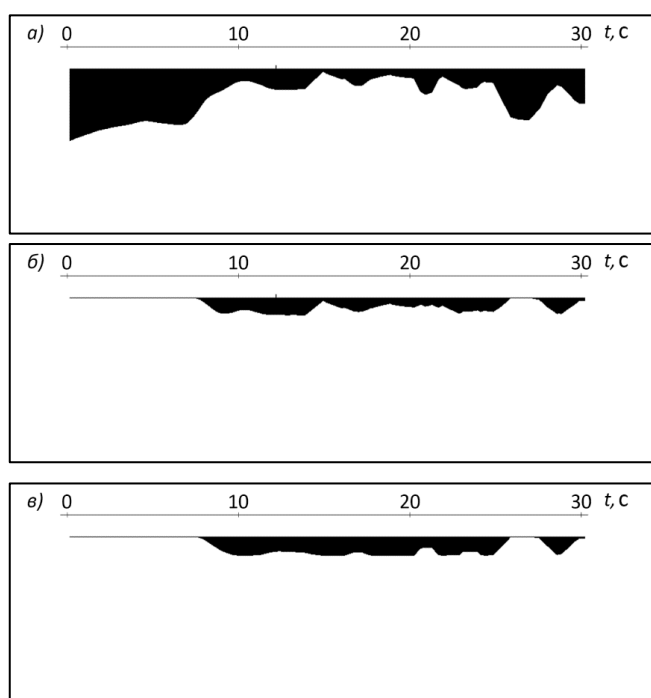


Рис. 5. Весовые функции: а – функция АРУ, б – функция (10), в – функция (9)

Модельный пример также позволяет привести количественную оценку качества результатов. Для этого процедуру вычитания гармоник применим к изолированному незашумленному импульсу (рис. 6, а), полученному в результате корреляции исходного искаженного вибросигнала с $q_1(t)$, т. е. импульсу, который наблюдается на трассе в виде интерференции с такими же импульсами, и который здесь мы будем называть «исходным». При вычитании используются посчитанные по зашумленной коррелограмме

адаптивные фильтры. Мы знаем, что энергия желаемого результата во временном интервале, предшествующем вступлению импульса, равна нулю. Тогда примем за условную единицу энергию в этой области, измеренную по исходному импульсу. На рисунке 6, б представлен результат удаления гармоник при помощи фильтров, полученных без применения весовой функции. На рисунке 6, в – с весовой функцией АРУ. На рисунке 6, г – с весовой функцией (10). Относительный уровень энергии фрагментов записей, показанных на рис. 6, б, в и г соответственно равен 0.5, 0.7 и 0.4. Считаем нелишним повторить, что все эффекты, наблюдаемые выше первых вступлений, имеют место и на всей длине трассы, где они, однако, маскируются интерференцией с другими импульсами.

Понятно, что наличие случайной аддитивной помехи не позволяет полностью устранить гармоники, т. к. в фильтры вносится смещение, и их импульсные характеристики стремятся к нулю, снижая эффективность вычитания. Однако величина смещения оказывается минимальной именно для предложенного нами варианта обработки.

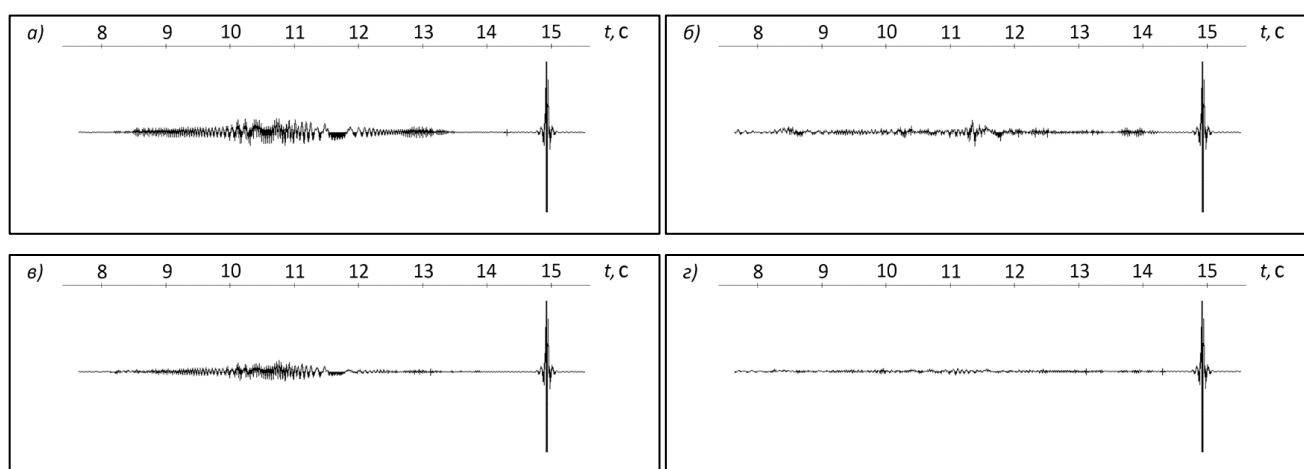


Рис. 6. Изолированный незашумленный импульс, использованный для получения количественной оценки качества удаления гармоник: а – исходный импульс, в котором наблюдаются гармонические искажения; б – результат удаления гармоник при помощи фильтров, использованных для получения трассы на рис. 3, в; в – результат удаления гармоник при помощи фильтров, использованных для получения трассы на рис. 3, ж; г – результат удаления гармоник при помощи фильтров, использованных для получения трассы на рис. 3, з.

ПРИМЕР ОБРАБОТКИ: ПОЛЕВАЯ КОРРЕЛОГРАММА

При обработке результатов полевых наблюдений мы имитируем данные методики slip-sweep, накладывая друг на друга две записи различных продольных сечений площадной (3D) виброграммы. При этом в одно из сечений введена временная подвижка (которую можно отождествить с понятием slip-time из англоязычной литературы) так, что время вступления сигнала, связанного с началом работы следующего источника, составляет приблизительно 7.5 с (slip-time = 30 % от длины свипа). Время первого вступления сигнала от предыдущего источника около 1.5 с. Параметры свип-сигнала: диапазон частот 6–125 Гц, длительность 24 с.

В данном случае сейсмограмма, связанная со вторым источником, намеренно переусилена относительно сейсмограммы, связанной с первым источником, при их замешивании. Сделано это для того, чтобы гармоники были лучше видны на фоне сигнала от первого источника. Дело в том, что реальные данные, которые были нам предоставлены, характеризуются невысоким уровнем гармонических

искажений. Из публикаций, посвященных проблеме гармоник в данных slip-sweep, мы видим, что их энергия на практике сопоставима с энергией сигнала, с которым они интерферируют на фрагменте сейсмограммы от предыдущего источника (т. е. в области «средних» и «больших» времен, где сигналы успели претерпеть ослабление амплитуды за счет эффекта геометрического расхождения). Подбирая уровень усиления второй сейсмограммы при суммировании с первой, мы пытались достичь именно этого эффекта. Так, если в работе, полностью посвященной проблеме гармоник в вибросейсмических данных [Ведерников и др., 2001], наглядно демонстрируется, что суммарный уровень гармоник может достигать 20–30 % от энергии сигнала, то в имевшихся в нашем распоряжении данных их уровень составил лишь 4–5 %.

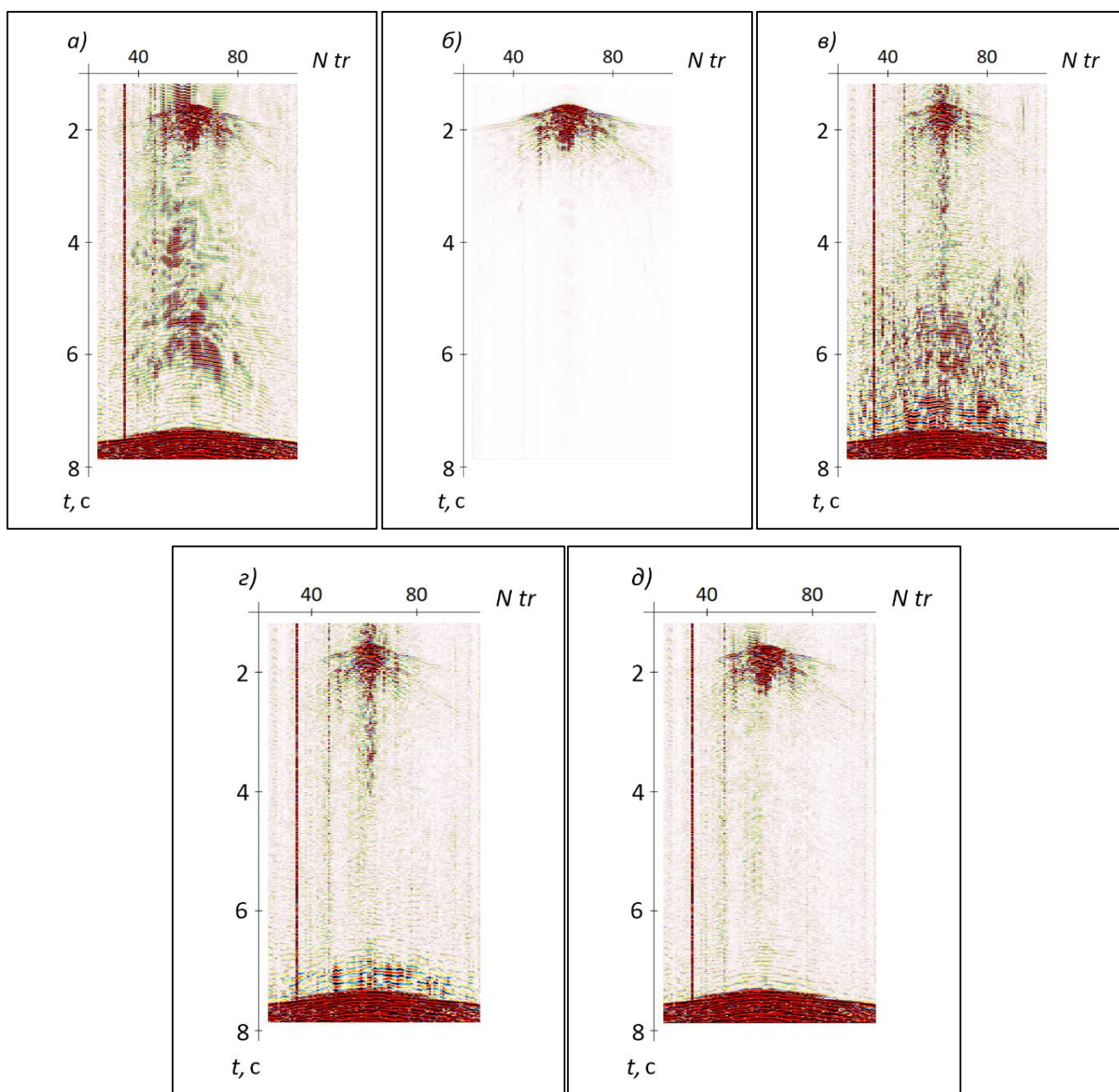


Рис. 7. Полевые коррелограммы: а – исходные данные, б – идеальные данные, не содержащие помех от нижележащей коррелограммы, в – результат вычитания гармоник без применения весовой функции, з – результат вычитания гармоник с весовой функцией АРУ, д – результат вычитания гармоник с применением весовой функции (10). Через *Ntr* обозначен порядковый номер трассы на коррелограмме

В результате корреляции с опорным свипом приходим к коррелограмме, которая представлена на рис. 7, а. В данной ситуации мы можем приблизительно (т. е. с достаточной для интересующей нас задачи точностью) сформировать желаемый результат, которым является коррелограмма, свободная от гармонических искажений, связанных с нижележащей сейсмограммой. Чтобы прийти к такой коррелограмме, используем для ее расчета только виброграмму от предыдущего источника, не накладывая на нее нижележащей виброграммы. Тогда в интервале времен выше 7.5 с полученная коррелограмма (она показана на рис. 7, б) будет почти, т. е. с точностью до собственных гармонических искажений, совпадать с желаемым результатом обработки.

Из сравнения рис. 7, а и б следует, что запись во всем показанном интервале времен зашумлена, и этот шум связан с корреляционными помехами от нижележащей виброграммы. Такая помеха распространяется даже выше первых вступлений коррелограммы предыдущего источника, т. е. затрагивает не одну, а сразу несколько коррелограмм.

Были спрогнозированы корреляционные шумы, связанные со второй и третьей гармониками, после чего они адаптивно вычитались из исходной коррелограммы. Так как полевые данные всегда осложнены помехами различной природы, для усиления эффекта вычитания использовались прогнозные поля, полученные для соседних трасс. Тем самым повышается возможность привлечения более «чистых» моделей помехи. Иначе говоря, применялся многоканальный адаптивный фильтр. Длина фильтров адаптации была выбрана 200 мс. Результаты вычитания гармоник без применения весовой функции, а также с функцией АРУ и функцией (10) представлены соответственно на рис. 7, в, г и д. Очевидно, что результат на рис. 7, д имеет минимальный уровень гармонических помех и наиболее близок к желаемой коррелограмме.

СВАН-колонки для одной трассы, выбранной в области малых удалений источник–приемник, показаны на рис. 8. СВАН-анализ помогает более уверенно интерпретировать сигнал на записях. Например, казалось бы, результат на рис. 7, г оказывается вполне удовлетворительным, т. к. амплитуды гармоник значительно ослаблены. Однако, сравнивая СВАН-колонки на рис. 8, б и г, можно заметить, что вычитание исказило форму сигнала. В самом деле, в области первых вступлений вышележащей коррелограммы (1.5–2.5 с) на СВАН-колонке идеальная запись (рис. 8, б) выглядит как две красных полосы (напомним, что каждая полоса на СВАН соответствует сфокусированному импульсу), а на результате обработки эта структура разрушена. Очевидно, что искажение связано с тем, что использование критерия МНК в задаче вычитания малоамплитудной помехи, интерферирующей с интенсивным сигналом, приводит к неустойчивости. Адаптивные фильтры неизбежно имеют тенденцию ослаблять интенсивные полезные сигналы за счет недостаточно полного удаления (или даже некоторого усиления) помех. Известны попытки использования неквадратичных критериев в оптимизационной задаче, и иногда это помогает. Так, в работе [Guitton, Verschuur, 2004] предлагается применять метод наименьших модулей в аналогичной нашей задаче адаптивного вычитания кратных волн. Использование самонастраивающихся весовых функций позволило нам добиться устойчивости адаптивного алгоритма, однако мы планируем совершенствовать методику, оснастив ее возможностью использования неквадратичных критериев.

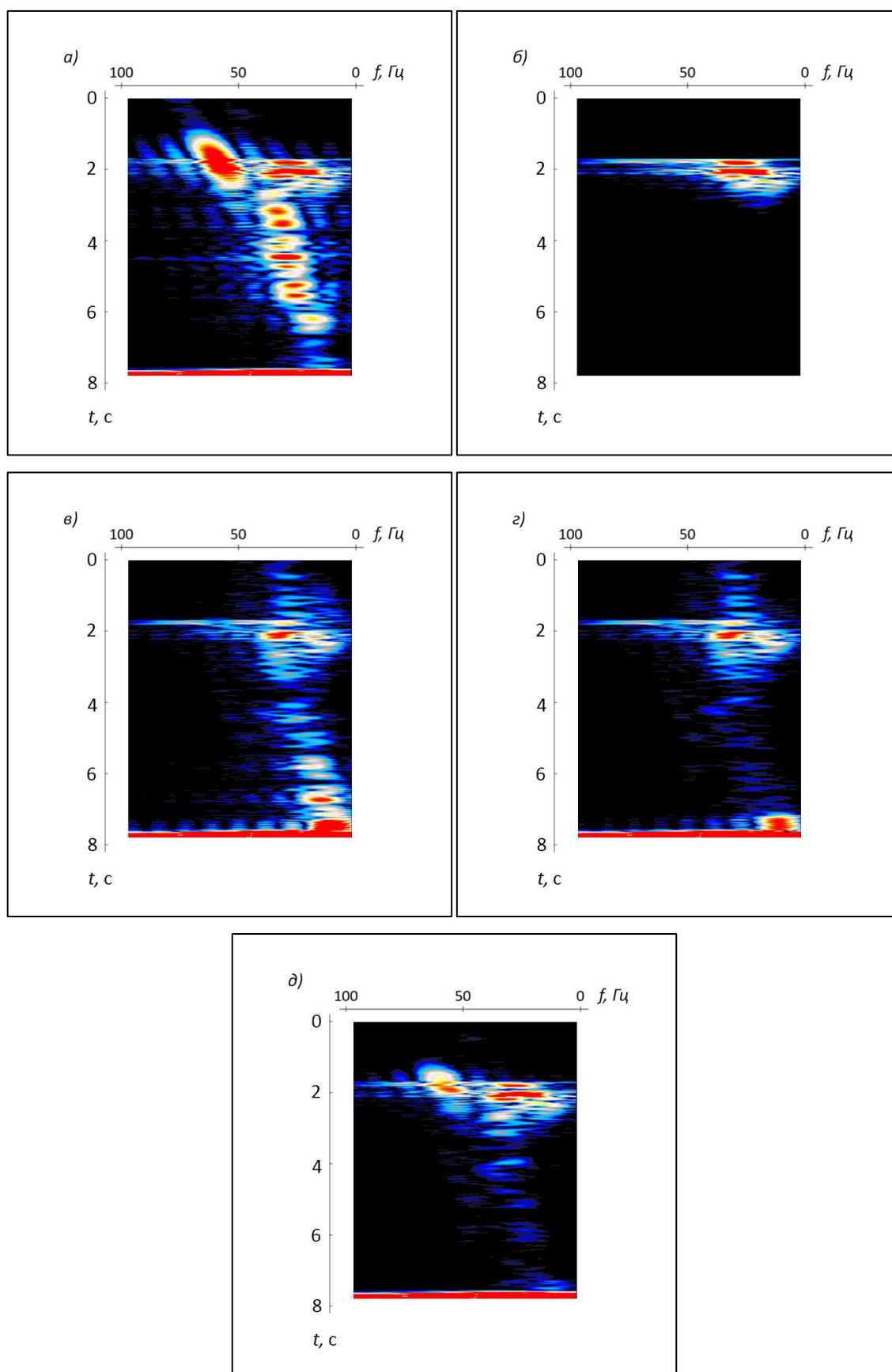


Рис. 8. СВАН-колонки трассы, выбранной в области малых удалений источник-приемник: а – исходные данные, б – идеальные данные, не содержащие помех от нижележащей коррелограммы, в – результат вычитания гармоник без применения весовой функции, г – результат вычитания гармоник с весовой функцией АРУ, д – результат вычитания гармоник с применением весовой функции (10)

Анализ СВАН-колонок также показал, что энергетический столб в районе трассы с порядковым номером 30 хотя и является корреляционным шумом, но не связан с гармоническими искажениями сигнала. Поэтому наш алгоритм его не затрагивает, а для удаления таких помех геофизик располагает достаточным арсеналом средств.

Трасса, использованная для построения СВАН-колонки, представлена на рис. 9, а. Второй сигнал переусилен относительно первого, о чем мы выше привели соответствующий комментарий. Относительную амплитуду гармоник можно оценить, сравнивая эту трассу с желаемой (рис. 9, б). После вычитания без применения весовой функции (рис. 9, в) на трассе наблюдается остаточный фон помех, поэтому такой результат нельзя считать приемлемым. При использовании функции АРУ происходит искажение формы сигнала, особенно заметное в области первого вступления на сейсмограмме предыдущего источника (рис. 9, г). Результат, полученный при помощи весовой функции (10), можно считать удовлетворительным (рис. 9, д).

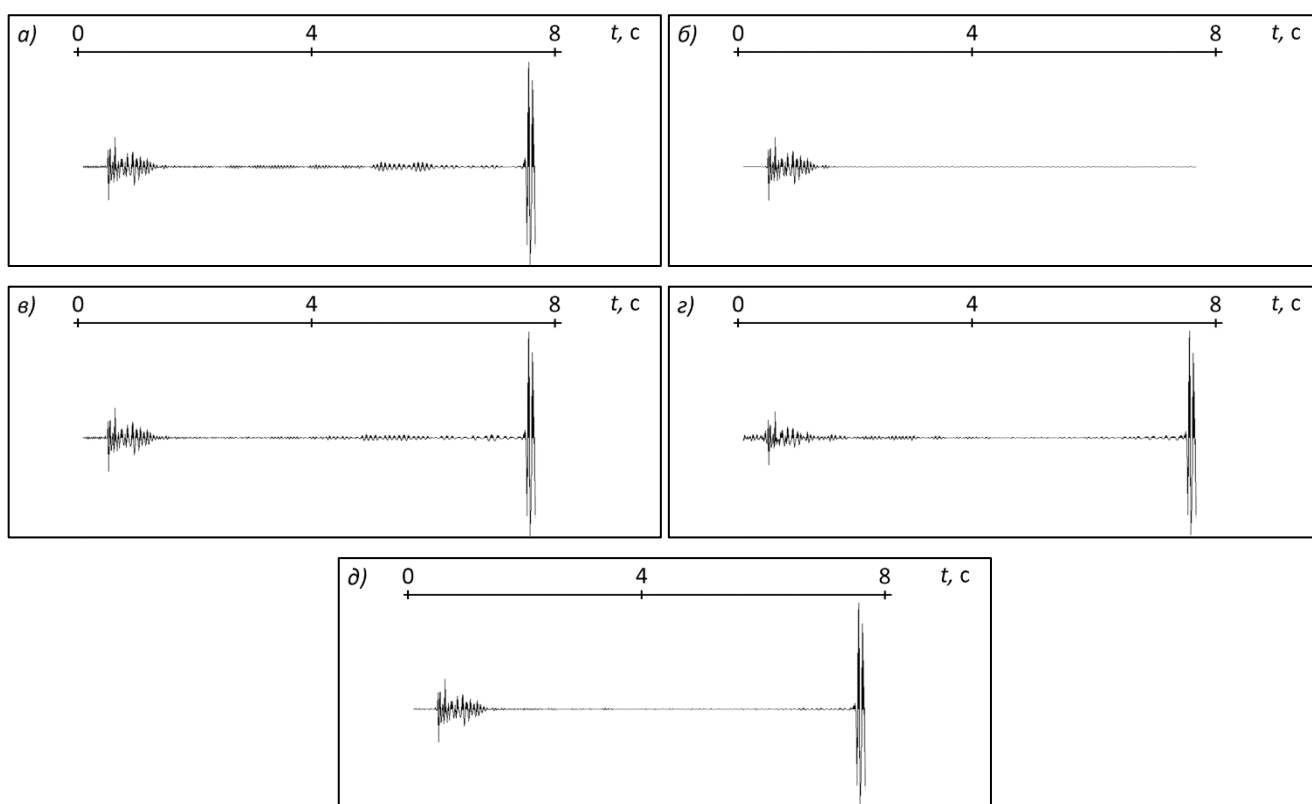


Рис. 9. Трасса, использованная для построения СВАН-колонки на Рис. 8: а – исходные данные, б – идеальные данные, не содержащие помех от нижележащей коррелограммы, в – результат вычитания гармоник без применения весовой функции, г – результат вычитания гармоник с весовой функцией АРУ, д – результат вычитания гармоник с применением весовой функции (10).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование посвящено совершенствованию ранее предложенного алгоритма разделения вибросейсмического сигнала и его гармоник. После разделения появляется возможность извлечения из гармоник полезной информации с целью расширения спектра сейсмической трассы. Будет получена коррелограмма отдельно для каждой гармоники, после чего предстоит решить задачу оптимального суммирования таких коррелограмм. На суммарной коррелограмме необходимо не только получить

расширенный спектр сигнала, но и достичь максимального доминирования по энергии сигнала над помехой. Задачу оптимального суммирования нужно решать для каждой частоты, и это означает, что требуется разработать оптимальный многоканальный фильтр.

В рассуждениях мы использовали понятие отношения сигнал/шум. Очевидно, что в каждой решаемой задаче надо не только указывать конкретный способ его вычисления, но и отдельно определять, что есть *сигнал* и что есть *шум*, исходя из поставленных целей. К примеру, одна и та же геофизическая величина в разных задачах может являться как сигналом, так и шумом. Выше, рассуждая о шуме, мы имели в виду аддитивную помеху, описанную в модели трассы (1). На самом деле, помехой в задаче статистического адаптивного удаления гармонических искажений оказывается также и сфокусированный на коррелограмме импульс, являющийся АКФ первой гармоники. Почти во всех задачах обработки сейсмических данных такой импульс рассматривается как сигнал, несущий полезную информацию. Проблема заключается в том, что импульсы интерферируют со спрогнозированной помехой, причем значительно превосходят ее по интенсивности, что затрудняет настройку фильтров вычитания.

Проведенное нами в статье [Денисов, Егоров, 2019б] доказательство несмещенности оценок фильтров адаптации, получаемых в результате минимизации функционала (11), подобно всем аналогичным доказательствам, носит статистический характер. Речь ведется о том, что, во-первых, алгоритм позволяет получать несмещенные оценки, и, во-вторых, дисперсия оценок уменьшается с увеличением размера окна настройки. Если окно имеет ограниченную протяженность, то решающее влияние на результат оценивания оказывает особенность конкретной реализации интерференции импульсов АКФ и помех, что мы наблюдали на рис. 7, а и рис. 8, а. Поэтому в качестве одного из направлений дальнейшего совершенствования статистической устойчивости адаптивного алгоритма мы видим явное включение в понятие *шума* импульсов полезных отражений, сфокусированных на коррелограмме. При этом *сигналом* окажутся только корреляционные помехи. Это, в частности, позволит более уверенно доопределить весовую функцию $w(t)$ в области выше первых вступлений.

Авторы благодарят И.Р. Ягудина и Р.М. Гафарова (Башнефтегеофизика) за предоставленные полевые виброграммы и разрешение на их демонстрацию.

ЛИТЕРАТУРА

- Боганик Г.Н., Гурвич И.И. Сейсморазведка. – Тверь: АИС, 2006. – 744 с.
- Ведерников Г.В., Максимов Л.А., Жарков А.В. Исследование кратных гармоник вибросигналов // Геофизика. – 2001. – Спецвыпуск к 30-летию «Сибнефтегеофизики». – С. 33–38.
- Денисов М.С. Эффективные и робастные оценки корреляционных функций // Геология, геофизика и разработка нефтяных месторождений. – 1992. – № 12. – С. 12–16.
- Денисов М.С., Фиников Д.Б. Способ подавления шумов дискретизации при суммировании сейсмических трасс (на примере моделирования кратных волн) // Геофизика. – 2005. – № 1. – С. 12–16.
- Денисов М.С., Шнеерсон М.Б. Использование гармоник для расширения спектрального состава волн в вибрационной сейсморазведке. Часть 2 // Технологии сейсморазведки. – 2017. – № 3. – С. 36–54.
- Денисов М.С., Шнеерсон М.Б. О природе гармоник в вибросейсмическом методе разведки и возможности их использования для расширения спектра сигнала // Геофизика. – 2018. – № 3. – С. 24–27.

- Денисов М.С., Егоров А.А.** Построение модели вибросейсмического сигнала, осложненного гармониками // Геофизические технологии. – 2019а. – № 1. – С. 72–83, doi: 10.18303/2619-1563-2019-1-72.
- Денисов М.С., Егоров А.А.** Оптимизационная рекурсивная фильтрация как способ подавления гармоник в методе вибросейс // Геофизические технологии. – 2019б. – № 2. – С. 23–53, doi: 10.18303/2619-1563-2019-2-23.
- Денисов М.С., Зыков А.А.** Исследование особенностей реальных вибросейсмических сигналов, осложненных гармоническими помехами // Геофизические технологии. – 2022. – № 1. – С. 30–48, doi: 10.18303/2619-1563-2022-1-30.
- Денисов М.С., Егоров А.А., Шнеерсон М.Б.** Опробование алгоритма оптимизационной рекурсивной фильтрации для подавления гармоник на модельных и полевых коррелограммах // Геофизические технологии. – 2019. – № 2. – С. 54–66, doi: 10.18303/2619-1563-2019-2-54.
- Джиган В.И.** Быстрый многоканальный RLS-алгоритм с регуляризацией и стабилизацией // Электроника (Известия вузов). – 2004. – № 1. – С. 83–90.
- Кондратьев И.К.** Линейные обрабатывающие системы в сейсморазведке. – М.: Недра, 1976. – 175 с.
- Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
- Малкин А.Л.** Негауссовская статистическая модель сейсмической записи // Геология и геофизика. – 1989. – № 1. – С. 105–115.
- Марпл-мл. С.Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
- Рапопорт М.Б.** Вычислительная техника в полевой геофизике. – М.: Недра, 1993. – 352 с.
- Робинсон Е., Трейтел С.** Цифровая обработки сигналов в геофизике / В кн. Применение цифровой обработки сигналов. Под ред. Э. Оппенгейма. – М.: Мир, 1980. – С. 486–544.
- Шубик Б.М.** Принципы построения самонастраивающихся процедур обработки сейсмических данных // Геология и минерально-сырьевые ресурсы Сибири. – 2011. – № 3. – С. 39–47.
- Denisov M.S., Egorov A.A., Shneerson M.B.** Optimization-based recursive filtering for separation of signal from harmonics in vibroseis // Geophysical Prospecting. – 2021. – Vol. 69 (4). – P. 779–798, doi: 10.1111/1365-2478.13084.
- Guitton A., Verschuur D.J.** Adaptive subtraction of multiples using the L1-norm // Geophysical Prospecting. – 2004. – Vol. 52 (1). – P. 27–38, doi: 10.1046/j.1365-2478.2004.00401.x.
- Rozemond H.J.** Slip-sweep acquisition // 66th SEG Annual Meeting and Exposition: Expanded Abstracts. – Denver, 1996. – P. 64–67, doi: 10.1190/1.1826730.
- Walden A.T.** Non-Gaussian reflectivity, entropy, and deconvolution // Geophysics. – 1985. – Vol. 50 (12). – P. 2297–2904, doi: 10.1190/1.50120001.1.

REFERENCES

- Boganik G.N., Gurvich I.I.** Seismic Exploration [in Russian]. – AIS, Tver, 2006. – 744 p.
- Denisov M.S.** Efficient and robust estimators of autocorrelation functions // Geology, Geophysics and Development of Oil Deposits. – 1992. – Vol. 12. – P. 12–16.
- Denisov M.S., Finikov D.B.** Method for aliasing attenuation during seismic data summation (on the example of modeling multiple reflections) // Geofizika. – 2005. – Vol. 1. – P. 12–16.
- Denisov M.S., Shneerson M.B.** Utilization of harmonics to broaden the bandwidth in Vibroseismic. Part 2. // Seismic Technologies. – 2017. – Vol. 3. – P. 36–54.

- Denisov M.S., Shneerson M.B.** Nature of harmonics in the Vibroseis method and the possibility of their utilization to broaden the signal frequency band // *Geofizika*. – 2018. – Vol. 3. – P. 24–27.
- Denisov M.S., Egorov A.A.** Constructing a model of vibroseis signal complicated by harmonics // *Russian Journal of Geophysical Technologies*. – 2019a. – Vol. 1. – P. 72–83, doi: 10.18303/2619-1563-2019-1-72.
- Denisov M.S., Egorov A.A.** Optimization-based recursive filtering for vibroseis harmonic noise elimination // *Russian Journal of Geophysical Technologies*. – 2019b. – Vol. 2. – P. 23–53, doi: 10.18303/2619-1563-2019-2-23.
- Denisov M.S., Zykov A.A.** Study of properties of real vibroseis signals contaminated by harmonic noise // *Russian Journal of Geophysical Technologies*. – 2022. – Vol. 1. – P. 30–48, doi: 10.18303/2619-1563-2022-1-30.
- Denisov M.S., Egorov A.A., Shneerson M.B.** Testing the optimization-based recursive filtering algorithm to suppress harmonics on model and field correlograms // *Russian Journal of Geophysical Technologies*. – 2019. – Vol. 2. – P. 54–66, doi: 10.18303/2619-1563-2019-2-54.
- Denisov M.S., Egorov A.A., Shneerson M.B.** Optimization-based recursive filtering for separation of signal from harmonics in vibroseis // *Geophysical Prospecting*. – 2021. – Vol. 69 (4). – P. 779–798, doi: 10.1111/1365-2478.13084.
- Djigan V.I.** Fast multichannel RLS-algorithm with regularization and stabilization // *Electronics (Izvestiya vuzov)*. – 2004. – Vol. 1. – P. 83–90.
- Guitton A., Verschuur D.J.** Adaptive subtraction of multiples using the L1–norm // *Geophysical Prospecting*. – 2004. – Vol. 52 (1). – P. 27–38, doi: 10.1046/j.1365-2478.2004.00401.x.
- Kondratiev I.K.** Linear processing systems in seismic exploration [in Russian]. – Nedra, Moscow, 1976. – 175 p.
- Korn G., Korn T.** Handbook of mathematics [in Russian]. – Nauka, Moscow, 1974. – 832 p.
- Malkin A.L.** Non-Gaussian statistical model of seismic trace // *Russian Geology and Geophysics*. – 1989. – Vol. 30 (1). – P. 105–115.
- Marple Jr. S.L.** Digital spectral analysis and its applications [in Russian]. – Mir, Moscow, 1990. – 584 p.
- Rapoport M.B.** Computing technology in field geophysics [in Russian]. – Nedra, Moscow, 1993. – 352 p.
- Robinson E., Treitel S.** Digital signal processing in geophysics, in: Oppenheim E. (Ed.), *Application of digital signal processing* [in Russian]. – Mir, Moscow, 1980. – P. 486–544.
- Rozemond H.J.** Slip-sweep acquisition // 66th SEG Annual Meeting and Exposition: Expanded Abstracts. – Denver, 1996. – P. 64–67, doi: 10.1190/1.1826730.
- Shubik B.M.** Principles of building self-adjusting seismic data processing procedures // *Geology and Mineral Resources of Siberia*. – 2011. – Vol. 3. – P. 39–47.
- Vedernikov G.V., Maksimov L.A., Zharkov A.V.** Study of multiple harmonics of vibroseis signals // *Geofizika*. – 2001. – Special Issue to 30th Anniversary of “Sibneftegeophysics”. – P. 33–38.
- Walden A.T.** Non-Gaussian reflectivity, entropy, and deconvolution // *Geophysics*. – 1985. – Vol. 50 (12). – P. 2297–2904, doi: 10.1190/1.50120001.1.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Утверждение 1. Пусть $x(t) = d(t) * r(t)$ и $y(t) = e(t) * r(t)$, где $r(t)$ – реализация дискретного стационарного эргодического случайного процесса типа белого шума, $d(t)$ и $e(t)$ – детерминированные сигналы. Тогда ФВК случайных процессов $x(t)$ и $y(t)$ выражается в виде:

$$E\{x(t) * y(-t)\} = \sigma_r^2 (d(t) * e(-t)). \quad (\text{П1})$$

Доказательство

В выражение для ФВК случайных процессов подставим их представление в виде свертки:

$$E\{x(t) * y(-t)\} = E\{x(t)y(t+\tau)\} = E\left\{\sum_i \sum_k r(i)d(t-i)r(k)e(t+\tau-k)\right\},$$

где i и k – дискретные индексы суммирования. Внеся знак математического ожидания под скобку и действуя им на случайные величины, имеем

$$\begin{aligned} E\{x(t) * y(-t)\} &= \sum_i \sum_k d(t-i)e(t+\tau-k)E\{r(k)r(i)\} = \sigma_r^2 \sum_i \sum_k d(t-i)e(t+\tau-k)\delta(k-i) = \\ &= \sigma_r^2 \sum_i d(t-i)e(t+\tau-i). \end{aligned}$$

Введем обозначение $\theta = t - i$. Тогда

$$E\{x(t) * y(-t)\} = \sigma_r^2 \sum_{\theta} d(\theta)e(\theta + \tau).$$

Или, учитывая что сумма в правой части последнего равенства является ФВК функций $d(t)$ и $e(t)$, приходим к (П1), что и требовалось доказать.

Следствие

Из доказанного утверждения вытекает, что если функции $d(t)$ и $e(t)$ состоят из нескольких сверточных компонент (их количество обозначим соответственно через L и M): $d(t) = d_1(t) * d_2(t) * \dots * d_L(t)$, $e(t) = e_1(t) * e_2(t) * \dots * e_M(t)$, то

$$E\{x(t) * y(-t)\} = \sigma_r^2 (d(t) * e(-t)) = \sigma_r^2 (d_1(t) * d_2(t) * \dots * d_L(t) * e_1(-t) * e_2(-t) * \dots * e_M(-t)).$$

Если проделать выкладки, аналогичные приведенным выше, то легко понять, что для случайных процессов $x(t) = d(t) * r(t)$ и $y(t) = e(t) * \xi(t)$, где $E\{r(t)\xi(\tau)\} \equiv 0$, выполняется

$$E\{x(t) * y(-t)\} \equiv 0 \quad (\text{П2})$$

для любых сигналов $d(t)$ и $e(t)$.

Утверждение 2. При слабой интенсивности аддитивной помехи (т. е. когда выполняется условие $\sigma_{\xi}^2 \ll \sigma_r^2$) решение СЛАУ (7) имеет свойство стремиться к желаемому решению: $\hat{a}_i(t) \rightarrow a_i(t)$. Если помеха интенсивна ($\sigma_{\xi}^2 \gg \sigma_r^2$), то решение СЛАУ (7) стремится к нулю: $\hat{a}_i(t) \rightarrow 0$.

Доказательство

Пусть в области настройки оператора можно пренебречь нестационарностью амплитуд потока коэффициентов отражения и принять его дисперсию равной постоянной величине σ_r^2 , т. е. иметь дело с дискретным стационарным эргодическим процессом. Это допущение представляется оправданным, т. к. в данной ситуации нас интересуют качественные характеристики эффекта влияния аддитивного шума. Также мы пока ограничимся рассмотрением случая наличия только двух гармоник, $q(t) = q_1(t) + a_2(t) * q_2(t)$, что значительно упростит выкладки. Затем, сделав необходимые комментарии, мы обобщим полученный вывод на общий случай их произвольного числа.

По этим же причинам будем выписывать выражения для получаемых моделей гармоник с точностью до первого порядка. Дело в том, что при прогнозировании гармоник появится также и член второго порядка, что связано с рекурсивным характером метода ОРФ и о чем мы подробно рассуждали в работе [Денисов, Егоров 2019б]. Здесь же мы пренебрегаем моделями помех выше первого порядка. Ниже мы обоснуем корректность сделанного допущения.

В матрице СЛАУ фигурирует АКФ спрогнозированной помехи, которая после отбрасывания членов выше первого порядка и подстановки (5) с учетом (4) записывается в виде

$$E\{z_1^{(n_1)}(t) * z_1^{(n_1)}(-t)\} = E\{(q_1(-t) * q_2(t) * r(t) * p(t) + q_1(-t) * q_2(t) * q_1(-t) * \xi(t)) * (q_1(t) * q_2(-t) * r(-t) * p(-t) + q_1(t) * q_2(-t) * q_1(t) * \xi(-t))\}.$$

Раскроем внутренние скобки, после чего подействуем оператором математического ожидания на каждый из четырех полученных членов. С учетом свойства (П2) два из них обнуляются, а оставшиеся принимают форму

$$E\{z_1^{(n_1)}(t) * z_1^{(n_1)}(-t)\} = \sigma_r^2(q_2(t) * q_2(-t) * p(t) * p(-t)) + \sigma_{\xi}^2(q_2(t) * q_2(-t)). \quad (\text{П3})$$

При выводе последних равенств мы воспользовались доказанным выше утверждением, а также следствием из него. Кроме того, мы учли тот факт, что оператор $q_1(t) * q_1(-t)$ при его свертке с интересующими нас сигналами не меняет их форму, и при записи формул его можно опустить. Действительно, он представляет собой АКФ первой гармоники, которая в сигнальном диапазоне частот имеет равномерный амплитудный спектр, а фазовый спектр этой функции равен нулю. Иначе говоря, он представляет собой полосовой фильтр. Будем считать, что наши сигналы уже были подвергнуты полосовой фильтрации на предварительных стадиях обработки коррелограмм или виброграмм, поэтому применение дополнительной полосовой фильтрации в том же диапазоне частот сигналы не меняет.

Теперь изучим особенности вектора правой части СЛАУ, сформированного из ФВК:

$$E\{z_1(t) * z_1^{(n_1)}(-t)\} = E\{(r(t) * p(t) + q_1(-t) * q_2(t) * a_2(t) * r(t) * p(t) + q_1(-t) * \xi(t)) * (r(t) * p(t) + q_1(t) * q_2(-t) * a_2(t) * r(t) * p(t) + q_1(t) * \xi(-t))\}.$$

$$* (q_1(t) * q_2(-t) * r(-t) * p(t) + q_1(t) * q_2(-t) * q_1(t) * \xi(-t)) \}.$$

Раскроем внутренние скобки, после чего подействуем оператором математического ожидания на каждый из шести полученных членов. С учетом свойства (П2) три из них обнуляются, а оставшиеся принимают форму

$$E \{ z_1(t) * z_1^{(n)}(-t) \} = \sigma_r^2 (q_1(t) * q_2(-t) * p(t) * p(-t)) + \sigma_r^2 (q_2(t) * q_2(-t) * p(t) * p(-t) * a_2(t)) + \sigma_\xi^2 (q_1(t) * q_2(-t)), \quad (\text{П4})$$

где, как и ранее, мы игнорируем сверточный оператор $q_1(t) * q_1(-t)$, а также пользуемся доказанным выше утверждением и следствием из него.

Размерность СЛАУ определяется длиной искомого фильтра (или, в общем случае, набора фильтров) $\hat{a}_i(t)$,

$$t \in [\tau_i^{(\min)}, \tau_i^{(\max)}]. \quad (\text{П5})$$

Напомним (см. определение (4)), что фигурирующее в первом и третьем слагаемых равенства (П4) выражение $q_1(t) * q_2(-t)$ является ФВК первой и второй гармоник $c_{12}(t)$. При этом $c_{21}(t) = c_{12}(-t)$. С точностью до константы в фазовом спектре эта ФВК является ЛЧМ-сигналом и обладает свойством

$$c_{21}(t) \approx 0 \quad \text{при} \quad t < T_1, \quad (\text{П6})$$

где

$$T_1 = \frac{T f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}, \quad (\text{П7})$$

где $f_{\min}$ и $f_{\max}$ – соответственно начальная и максимальная частоты колебаний основного свипа, T – длительность свипа. На рисунке П1 показана функция $c_{12}(t)$, из сравнения которой с АКФ основного свипа можно убедиться в том, что первая отстоит от отсчета нулевого времени на временной интервал T_1 . В общем случае для ФВК m -й и первой гармоник, $c_{1m}(t)$ выполняется

$$c_{1m}(t) \approx 0 \quad \text{при} \quad t < \frac{(m-1)T f_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}. \quad (\text{П8})$$

В работе [Денисов, Зыков, 2022] нами был изучен характерный сигнал толкающего усилия, записанный в полевых условиях. Эффективная длина фильтров адаптации составила менее 150 мс. При использованных параметрах возбуждения колебаний ($T = 18$ с, $f_{\min} = 5$ Гц, $f_{\max} = 105$ Гц) в соответствии с (П7) приходим к значению $T_1 = 900$ мс, что заведомо превосходит размеры фильтров адаптации.

Выше мы сделали допущение о том, что гармоники прогнозируются только с точностью до первого порядка, а старшие порядки можно игнорировать. Понятно, что, например, спрогнозированная гармоника второго порядка определяется сверточной компонентой вида $c_{12}(t) * c_{12}(t)$. Характерный вид такой компоненты показан на рис. П1. Она отстоит от импульса АКФ первой гармоники на удвоенный временной интервал $2T_1$, тем самым ее наличие (а также наличие всех прогнозных гармоник более высоких порядков) никак не влияет на корректность наших рассуждений. Более того, сама гармоника по своей интенсивности оказывается значительно ниже свипа основного тона. Поэтому и порождаемый ей в процессе прогнозирования артефакт $c_{12}(t) * c_{12}(t)$, а также аналогичные ему артефакты старшего порядка $c_{12}(t) * c_{12}(t) * c_{12}(t)$ и т. д., по своей интенсивности оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с полученной при помощи прогнозирования гармоникой первого порядка.

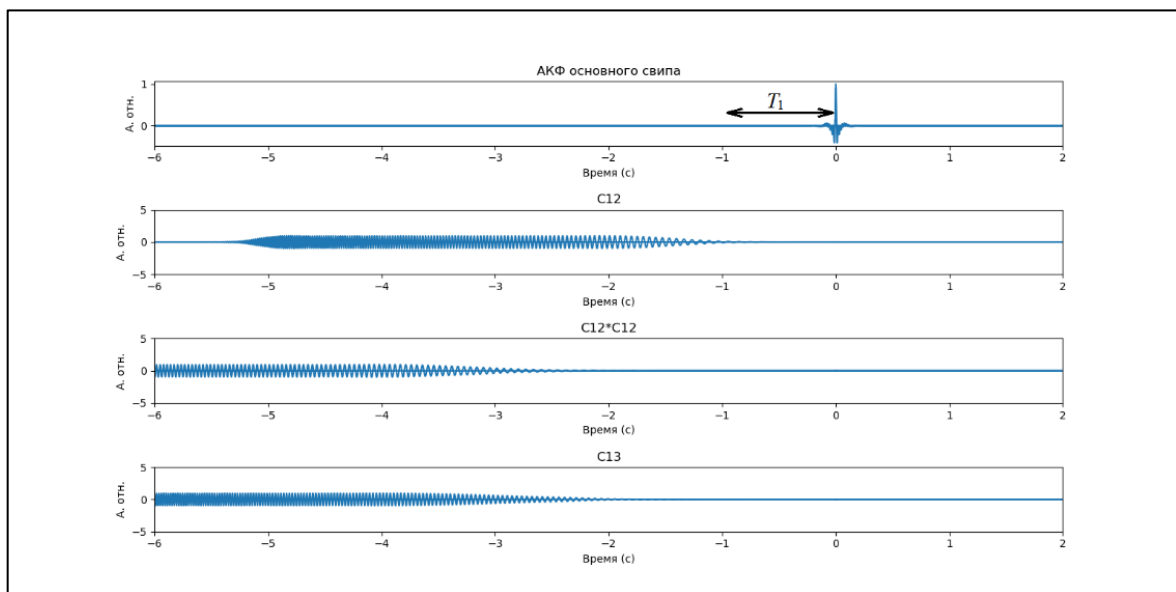


Рис. П1. Функции, фигурирующие в левой и правой частях СЛАУ. Сверху вниз: АКФ $q_1(t) * q_1(-t)$, ФВК $c_{12}(t)$, автосвертка $c_{12}(t) * c_{12}(t)$, ФВК $c_{13}(t)$. Также условно показан временной интервал T_1 , рассчитываемый согласно формуле (П7).

Заметим, что в правой части выражения (П4) только один член не равен нулю при выборе размерности СЛАУ в соответствии с (П5). В самом деле, первый член выражается в виде свертки ФВК $c_{12}(t)$ с коротким нуль-фазовым фильтром $p(t) * p(-t)$. (Вопросы, касающиеся взаимосвязи эффективной длины сигнала и его фазового спектра мы рассматривали в уже цитированной работе [Денисов, Зыков, 2022], где, в частности, указывали на тот факт, что нуль-фазовый сигнал всегда имеет минимальную длину.) Принимая во внимание свойство (П6), приходим к заключению, что в диапазоне (П5) первый член равен нулю. Эти соображения применимы и к третьему члену, являющемуся умноженной на дисперсию помехи ФВК $c_{12}(t)$.

При выборе диапазона временных отсчетов (П5) нулю не равен только второй член, содержащий АКФ сигналов $p(t)$ и $q_2(t)$. В самом деле, АКФ ЛЧМ-сигнала $q_2(t)$ представляет собой нуль-фазовый сигнал с равномерным в соответствующем диапазоне частот амплитудным спектром, т. е. является

полосовым фильтром. Основная энергия такого фильтра компактно сосредоточена в области малых времен t . Аналогичными свойствами обладает АКФ сигнала $p(t)$. Поэтому именно второй член определяет свойства вектора правой части.

Матрица СЛАУ состоит из только что проанализированных АКФ сигналов $p(t)$ и $q_2(t)$. То есть оба члена в правой части равенства (ПЗ) оказываются значимыми во временном диапазоне (П5).

Теперь рассмотрим два предельных случая слабой и сильной аддитивной помехи. В первой ситуации, когда выполняется неравенство $\sigma_{\xi}^2 \ll \sigma_r^2$, в матрице доминирует член $\sigma_r^2(q_2(t) * q_2(-t) * p(t) * p(-t))$. Правая часть всегда равна $\sigma_r^2(q_2(t) * q_2(-t) * p(t) * p(-t) * a_2(t))$ и от уровня аддитивной помехи не зависит. Очевидно, что решение стремится к истинному оператору адаптации: $\hat{a}_2(t) \rightarrow a_2(t)$. Во втором случае мы имеем дело с неравенством $\sigma_{\xi}^2 \gg \sigma_r^2$, и это означает, что в матрице доминирует член $\sigma_{\xi}^2(q_2(t) * q_2(-t))$, который прямо пропорционален дисперсии помехи. Поэтому, чтобы обеспечить оптимальное отображение в правую часть, которая от уровня помехи не зависит, вектор решения будет стремиться к нулю: $\hat{a}_2(t) \rightarrow 0$.

До этого момента мы имели дело с виброграммой, содержащей только две гармоники. Если же в ней наблюдается целый набор гармоник старшего порядка $q_m(t)$, $m > 2$, то в результате корреляции со свипом основного тона они породят ФВК $c_{1m}(t)$, которые, согласно свойству (П8), отстоят от отсчета нулевого времени на величину заведомо большую, чем T_1 , так как

$$\frac{(m-1)Tf_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}} > \frac{Tf_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}. \quad (\text{П9})$$

На рисунке П1 изображена ФВК $c_{13}(t)$, которую можно сравнить с $c_{12}(t)$, чтобы убедиться в этом. Следовательно, их вклад в вектор правой части СЛАУ (в данном случае – вектор, сформированный ФВК коррелограммы и трассы спрогнозированной второй гармоники) будет также нулевым. При этом, что очевидно, вклад в матрицу сохранится. Таким образом, в ситуации наличия множества гармоник полученные нами свойства решения СЛАУ не изменятся.

Однако важно отметить, что если в исходных данных имеются гармоники выше второго порядка, то для дальнейшего адаптивного вычитания требуется вначале их спрогнозировать. При прогнозировании второй гармоники мы применяли свертку (5) коррелограммы с $c_{21}(t)$. Аналогично, для прогнозирования m -й гармоники требуется применить свертку с $c_{m1}(t)$: $z_1(t) * c_{m1}(t)$. Тогда мы получим целый набор спрогнозированных моделей гармоник, и для их вычитания нам потребуются многоканальные алгоритмы адаптации [Кондратьев, 1976]. Как и прежде, мы придем к СЛАУ, но матрица станет блочной, а вектор правой части будет составлен из набора векторов, являющихся ФВК коррелограммы со спрогнозированными моделями. Выше мы изучили свойства ФВК коррелограммы с моделью второй гармоники. Модели старших гармоник сохраняют интересующую нас особенность разделения АКФ основного свипа и функций $c_{m1}(t)$ временными интервалами (П9), превосходящими T_1 , т. е. заведомо

достаточными для того, чтобы первый член равенств, аналогичных равенству (П4), оказывался равным нулю в диапазоне (П5). Поэтому правая часть по-прежнему не зависит от дисперсии аддитивного шума.

При этом на главной диагонали матрицы расположены блоки, сформированные из АКФ спрогнозированных моделей гармоник. Следовательно, матрица обладает всеми описанными выше свойствами: ее элементы прямо пропорциональны как дисперсии импульсной трассы, так и дисперсии аддитивного шума.

Тем самым Утверждение 2 доказано.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

ДЕНИСОВ Михаил Сергеевич – доктор физико-математических наук, директор по науке ООО «ГЕОЛАБ». Основные научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

ЗЫКОВ Андрей Александрович – геофизик ООО «ГЕОЛАБ», аспирант ИФЗ РАН. Основные научные интересы: обработка данных сейсморазведки, инженерная геофизика, e-mail: zyrokin@yandex.ru.

*Статья поступила в редакцию 3 июня 2022 г.,
принята к публикации 1 ноября 2022 г.*