Геофизические технологии, № 3, 2022, с. 25–33 **www.rjgt.ru**
doi: 10.18303/2619–1563–2022–3–25 УДК 519.6, 550.8

ЕДИНЫЙ ПОДХОД К ТРЕХМЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА КАРОТАЖА ГАЛЬВАНИЧЕСКИМИ И ИНДУКЦИОННЫМИ ЗОНДАМИ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

О.В. Нечаев, М.И. Эпов, В.Н. Глинских

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
e-mail: NechayevOV@ipgg.sbras.ru

В статье рассматривается единый подход к моделированию каротажных зондов, обладающих как гальваническими, так и индукционными источниками электрического поля. Данный подход основан на свойствах функциональных пространств, используемых в методе конечных элементов, и позволяет осуществлять единую программную реализацию для различных методов каротажа. В качестве примера использования предложенного подхода рассматривается процесс каротажа в анизотропной среде с наклоном главных осей анизотропии.

Каротаж, анизотропные среды, метод конечных элементов

A UNIFIED APPROACH TO THREE-DIMENSIONAL MODELING OF THE LOGGING PROCESS BY GALVANIC AND INDUCTION PROBES IN ANISOTROPIC MEDIA

O.V. Nechaev, M.I. Epov, V.N. Glinskikh

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
e-mail: NechayevOV@ipgg.sbras.ru

The article considers a unified approach to modeling logging probes with both galvanic and induction electric field sources. This approach is based on the properties of the functional spaces used in the finite element method and allows for a single software implementation for various logging methods. As an example of the use of the proposed approach, the logging process in an anisotropic medium with a slope of the main axes of anisotropy is considered.

Logging, anisotropic media, finite element method

ВВЕДЕНИЕ

Начиная от поиска перспективных объектов, определения их запасов и заканчивая контролем за разработкой месторождений, активно используются современные геофизические методы, позволяющие получить исчерпывающую информацию о нефтяных и газовых резервуарах. При изучении геологической среды большую роль играет реконструкция удельного электрического сопротивления (УЭС) горных пород по данным электрокаротажных зондирований. Оценка содержания углеводородов в резервуарах выполняется по значениям УЭС горных пород на основе измерений в скважине методами электрического каротажа. Данные каротажные зонды можно разделить на два типа: гальванические и индукционные. Первый тип зондов (например, БК и БКЗ) как правило в качестве источника использует стационарный ток или постоянную разность потенциалов, приложенных к электродам, имеющим контакт с внешней средой. Второй тип зондов (ИК, ВИКИЗ и др.) для возбуждения вторичного электромагнитного поля в геологической среде использует нестационарный ток (чаще гармонический), протекающий в генераторной катушке.

Современной тенденцией к интерпретации каротажных диаграмм является совместное использование данных, полученных от различных зондов, что значительно повышает качество восстановления свойств околоскажинного пространства [Михайлов и др., 2017; Nechaev et al., 2021; Сухорукова и др., 2022]. В этой связи становится удобным иметь единый подход к моделированию каротажных зондов, обладающих различными типами источников электромагнитного поля. Благодаря этому становится возможным в рамках единой программной базы быстро реализовывать решение прямой задачи каротажного зондирования для различных типов зондов, что, в свою очередь, облегчает реализацию совместной инверсии каротажных данных.

В работе рассматривается единый подход к моделирования каротажных зондов, обладающих как стационарными–гальваническими, так и нестационарными–индукционными источниками электрического поля. Это становится возможным благодаря свойствам используемых для вариационной постановки функциональных пространств [Nédélec, 1986], а так же векторному методу конечных элементов [Hiptmair, 2002], обеспечивающему выполнение закона сохранения зарядов в сложных по своему физическому строению областях естественным образом.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для моделирования электрического поля, порождаемого стационарным источником тока, введем электрический потенциал φ такой, что $E = -\operatorname{grad}\varphi$, распределение которого в области моделирования описывается следующей краевой задачей:

$$-\operatorname{div}\sigma\operatorname{grad}\varphi = \operatorname{div}J, \tag{1}$$

$$\varphi\big|_{\Gamma^0} = 0, \tag{2}$$

где σ – удельная электрическая проводимость $\sigma = \rho^{-1}$, Γ^0 – внешняя граница области моделирования, на которой электрический потенциал считается равным нулю (расстояние от токового электрода до внешней границы выбирается таким образом, чтобы оно существенно не влияло на значение электрического потенциала на измерительных электродах), J – плотность тока в источнике. Следует отметить, что в этом случае предполагается, что $\operatorname{div}J \neq 0$, в противном случае задача будет сводиться к уравнению магнитостатики.

Если сторонний ток является нестационарным, то можно выделить два случая. Первый – ток является гармоническим, и второй – зависимость тока от времени описывается некоторый функцией. Второй случай можно свести к первому при помощи преобразования Фурье, поэтому далее будем рассматривать только гармоническую зависимость тока от времени при некоторой фиксированной циклической частоте.

Напряженность электрического поля, порождаемого гармоническим током, в области моделирования описывает следующая краевая задача:

$$\operatorname{curl}\mu^{-1}\operatorname{curl}E + (i\omega\sigma - \omega^2\varepsilon)E = -i\omega J, \tag{3}$$

$$E \times \vec{n}\big|_{\Gamma_0} = 0, \tag{4}$$

где E – амплитуда напряженности электрического поля, ω – частота тока в источнике, μ – магнитная проницаемость, ε – диэлектрическая проницаемость, i – мнимая единица, $\vec{n}$ – вектор нормали для границы Γ^0. Каких-либо ограничений на $\operatorname{div} J$ не накладывается.

Оба уравнения (1) и (3) выводятся из системы уравнений Максвелла, исходя из предполагаемых свойств источника стороннего тока. Следствием этого является то, что уравнение (1) может быть так же получено из (3), путем взятия div от обеих частей (3), делением левой и правой части равенства на $i\omega$, устремлением частоты ω к нулю и вводом скалярного потенциала $E = -\operatorname{grad}\varphi$. При этом должно выполняться $\operatorname{div} J \neq 0$.

ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА И ОСОБЕННОСТИ ЕЕ ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Для решения краевых задачи (1)–(2) и (3)–(4) будем использовать метод конечных элементов [Шайдуров, 1989; Hiptmair, 2002]. Пусть Ω – трехмерная, возможно неоднородная по физическим свойствам, область моделирования с липщиц-непрерывной границей. Введем следующие функциональные пространства:

$$H^1(\Omega) = \{\psi \in L^2(\Omega) : \operatorname{grad}\psi \in L^2(\Omega)\},$$

$$H_0^1(\Omega) = \{\psi \in H^1(\Omega) : \psi\big|_{\Gamma_0} = 0\},$$

$$H(\mathrm{curl};\Omega) = \{v \in [L^2(\Omega)]^3;\ \mathrm{curl}\, v \in [L^2(\Omega)]^3\},$$

$$H_0(\mathrm{curl};\Omega) = \{v \in H_0(\mathrm{curl};\Omega); v \times \vec{n}\big|_{\Gamma_0} = 0\},$$

где $L^2(\Omega)$ – пространство Лебега. Для элементов введенных пространств определим следующее скалярное произведение:

$$(u, v) = \int_\Omega u \cdot v \, d\Omega.$$

Для краевой задачи (3)–(4) сформулируем вариационную постановку [Hiptmair, 2002]: *найти* $E \in H_0(\mathrm{curl};\Omega)$ *такое, что* $\forall v \in H_0(\mathrm{curl};\Omega)$ *выполняется:*

$$\int_\Omega \mu^{-1} \mathrm{curl}\, E \cdot \mathrm{curl}\, v \; d\Omega + \int_\Omega (i\omega\sigma - \omega^2\varepsilon) E \cdot v \; d\Omega = -\int_\Omega i\omega J \cdot v \; d\Omega. \tag{5}$$

Для краевой задачи (1)–(2) сформулируем вариационную постановку [Шайдуров, 1989]: *найти* $\varphi \in H_0^1(\Omega)$ *такое, что* $\forall \psi \in H_0^1(\Omega)$ *выполняется:*

$$\int_\Omega \operatorname{grad}\varphi \cdot (\sigma \operatorname{grad}\psi d\Omega) = \int_\Omega \operatorname{div} J \cdot \psi d\Omega. \tag{6}$$

Для введенных пространств имеет место следующее свойство вложения:

$$\operatorname{grad}\psi \in \mathrm{H}(\mathrm{curl};\Omega), \forall\psi \in \mathrm{H}_0^1(\Omega), \tag{7}$$

так как $\operatorname{curl}\operatorname{grad}\psi = 0$. Вариационная постановка (5) выполняется для всех $v \in H(\mathrm{curl};\Omega)$, согласно (7), возьмем $v = \operatorname{grad}\psi,\ \psi \in H_0^1(\Omega)$, и тогда (5) примет вид:

$$\int_\Omega \frac{1}{\mu}\operatorname{curl}E\cdot\operatorname{curl}\operatorname{grad}\psi(i\omega\sigma-\omega^2\varepsilon)E\cdot grad\,\psi\ d\Omega = \int_\Omega -i\omega J\cdot grad\,\psi\, d\Omega\,.$$

Учитывая свойство $\operatorname{curl}\operatorname{grad}\psi = 0$, получим:

$$\int_\Omega (i\omega\sigma-\omega^2\varepsilon)E\cdot\operatorname{grad}\psi\ d\Omega = \int_\Omega -i\omega J\cdot\operatorname{grad}\psi\, d\Omega\,.$$

Далее, деля левую и правую части равенства на $-i\omega$ и устремляя частоту ω к нулю, получаем:

$$\int_\Omega \sigma E\cdot\operatorname{grad}\psi\ d\Omega = \int_\Omega J\cdot\operatorname{grad}\psi\, d\Omega\,.$$

Поскольку теперь мы имеем дело со стационарным источником тока, в правой части равенства положим $E = -\operatorname{grad}\varphi$, а в левой части воспользуемся формулой интегрирования по частям и тем фактом, что $\psi \in H_0^1(\Omega)$. В результате получаем:

$$\int_\Omega \sigma\operatorname{grad}\varphi\cdot\operatorname{grad}\psi\ d\Omega = \int_\Omega \operatorname{div}J\,\psi\, d\Omega\,.$$

Таким образом, вводя дополнительные условия стационарности на сторонний ток и используя свойства введенных пространств, из вариационной постановки (5) можно естественным образом получить вариационную постановку (6).

Для построения дискретного аналога вариационной задачи (5) будем аппроксимировать элементы пространства $H(\mathrm{curl};\Omega)$ элементами дискретного подпространства $H^h(\mathrm{curl};\Omega)$, в качестве базисных функций которого возьмем векторные элементы p порядка на тетраэдральной сетке [Webb, 1999]. Данные базисные функции можно разделить на две группы. Первая группа – это базисные функции, являющиеся градиентами скалярных функций p+1 порядка, а вторая группа функций – это функции, дополняющие первую группу до полного базиса подпространства $H^h(\mathrm{curl};\Omega)$. Используя множество данных скалярных функций, можно определить базис дискретного подпространства пространства $H_0^1(\Omega)$. Исходя из данного способа построения дискретных подпространств, аналогичным образом можно показать, что и из дискретной вариационной постановки для задачи (3)–(4) можно получить дискретную вариационную постановку для задачи (1)–(2), путем ввода аналогичных условий на источник стороннего тока.

Матрица системы линейных алгебраических уравнений и ее правая часть, построенные для вариационной задачи (5) с использованием введенных ранее базисных функций, будут иметь блочную структуру. Один из блоков будет сгенерирован при помощи базисных функций, являющихся градиентами скалярных функций. Элементы этой подматрицы, с точностью до множителей (зависящих от физических параметров конкретной задачи), будут соответствовать элементам матрицы линейных алгебраических уравнений, полученной после дискретизации вариационной задачи (6).

Для улучшения спектральных свойств матриц, получаемых после дискретизации исходных задач, можно ортогонализовать базисные функции. Полная ортогонализация привела бы к резкому увеличению количества ненулевых элементов матрицы. В [Webb, 1999] предлагается проводить частичную ортогонализацию, т. е. разбить базисные функции на множество групп, а затем выполнить ортогонализацию внутри каждой группы. Векторные базисные функции высоких порядков могут быть ассоциированы с ребром, гранью или с самим тетраэдром. Это зависит от того, как определяется степень свободы конкретной базисной функции: интегралом вдоль ребра, интегралом по грани или интегралом по всему геометрическому элементу соответственно. Поскольку одно ребро, грань или элемент для базисов высоких порядков ассоциированы с несколькими функциями, будем использовать это свойство в качестве разделителя на группы. Так же при разделении на группы будем учитывать, является ли базисная функция градиентом скалярной функции или нет. Определение групп ортогонализации подобным образом не приводит к увеличению количества ненулевых элементов матрицы, к изменению ее портрета, а также к изменению, раннее введенной, блочной структуры матрицы. В [Webb, 1999] для ортогонализации используется стандартное скалярное произведение, в данной работе базисные функции внутри одной группы ортогонализуются относительно билинейной формы, которая используется для построения вариационной постановки. В качестве метода решения систем линейных алгебраических систем будем использовать symmetric QMR [Freund, Nachtigal, 1995], являющийся вариантом метода QMR, ориентированного на решение СЛАУ с симметричными матрицами. В данном случае мы не можем использовать метод сопряженных градиентов, так как матрица задачи (3)–(4) не является положительно определенной.

Таким образом, мы можем иметь унифицированные типы данных и вычислительные методы для задач типа (1)–(2) и (3)–(4) в рамках одного программного комплекса. Особенно это полезно, когда необходимо смоделировать исследование одного и того же участка скважины при помощи различных типов каротажных приборов.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Рассмотрим моделирование процесса каротажного зондирования при помощи разработанного единого подхода. В качестве тестовой геоэлектрической модели выберем трещиноватый флюидонасыщенный карбонатный коллектор, окруженный плохо проводящим изотропным пластом с удельным сопротивлением 1000 Ом·м (рис. 1). Наличие микротрещин в коллекторе на макроуровне будет отображаться как наличие анизотропных свойств у соответствующего удельного сопротивления. Отклонение направления распространения трещин от горизонтальной плоскости будет приводит к повороту главных осей анизотропии вокруг оси *OY*. Горизонтальное удельное сопротивление коллектора во всех тестах равно 100 Ом·м, вертикальное удельное сопротивление будет принимать значения 200 или

400 Ом·м, углы поворота диагонального тензора анизотропии будут равны 0, 30, 60 и 90 градусам, мощность – 5 м. Необходимо отметить, что в силу симметричности рассматриваемых зондов относительно оси *OZ*, поворот осей анизотропии относительно оси *OX* или одновременный поворот относительно осей *OX* и *OY* всегда можно свести к эквивалентной модели с поворотом осей только относительно оси *OY*, путем поворота результирующего тензора анизотропии относительно оси *OZ*.

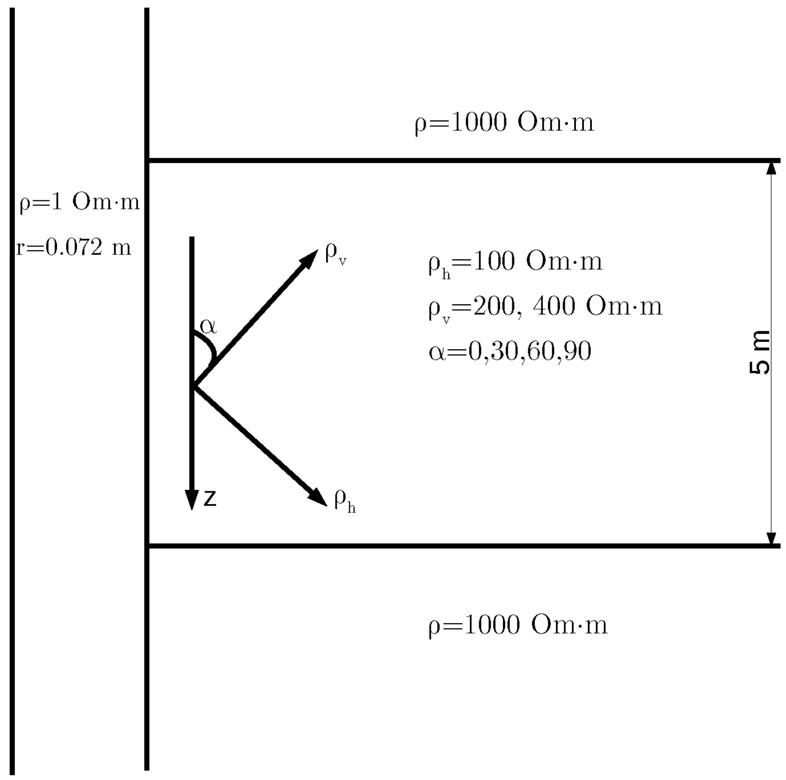

Рис.1. Тестовая геоэлектрическая модель

В качестве примера каротажного зонда с индукционным источником возбуждения электромагнитного поля возьмем зонд ВИКИЗ длиной 1.4 м с частотой тока в генераторной катушке 1.75 МГц. А в качестве примера зонда со стационарным гальваническим источником электромагнитного поля будем использовать зонд БКЗ A4.0M0.5N.

На рисунках 2 и 3 приведены каротажные диаграммы разностей фаз зонда ВИКИЗ 1.4 м в зависимости от значений вертикальной компоненты УЭС. Рисунки 4 и 5 содержат каротажные диаграммы кажущегося УЭС зонда БКЗ A4.0M0.5N в зависимости от значений вертикальной компоненты УЭС. Как следует из приведенных примеров моделирования каротажа трещиноватого коллектора, при интерпретации результатов измерений зондов также необходимо учитывать и угол наклона осей анизотропии – микротрещин пород, образующих коллектор. Особенно сильно влияние угла наклона будет сказываться на результатах, полученных при помощи зондов ВИКИЗ, так как в силу их конструкционных особенностей измерения этих зондов чувствительны только к эффективной горизонтальной составляющей тензора удельного сопротивления, которая, в свою очередь, при наличии угла наклона, зависит и от вертикальной составляющей диагонального (в системе координат относительно плоскости распространения трещин) тензора удельного сопротивления.

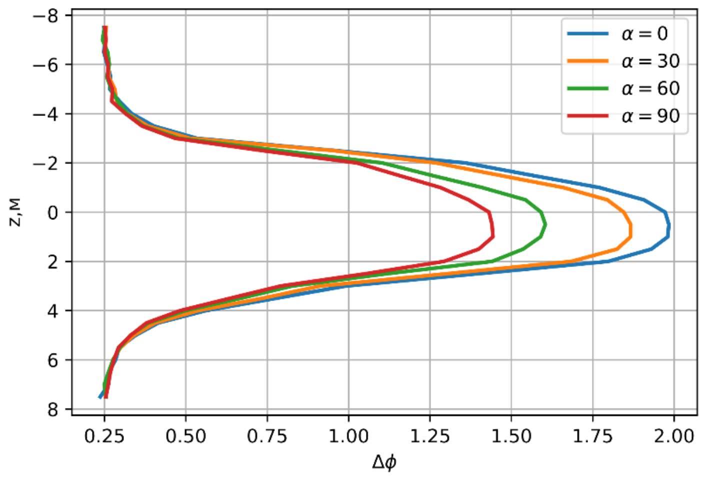

Рис. 2. Синтетические каротажные диаграммы разностей фаз зонда ВИКИЗ 1.4 м при вертикальной компоненте УЭС пласта 200 Ом·м и различных углах наклона главных осей анизотропии – α

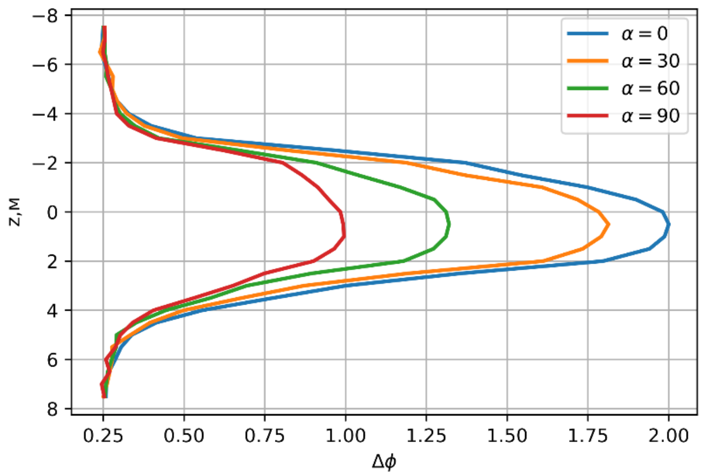

Рис. 3. Синтетические каротажные диаграммы разностей фаз зонда ВИКИЗ 1.4 м при вертикальной компоненте УЭС пласта 400 Ом·м и различных углах наклона главных осей анизотропии – α

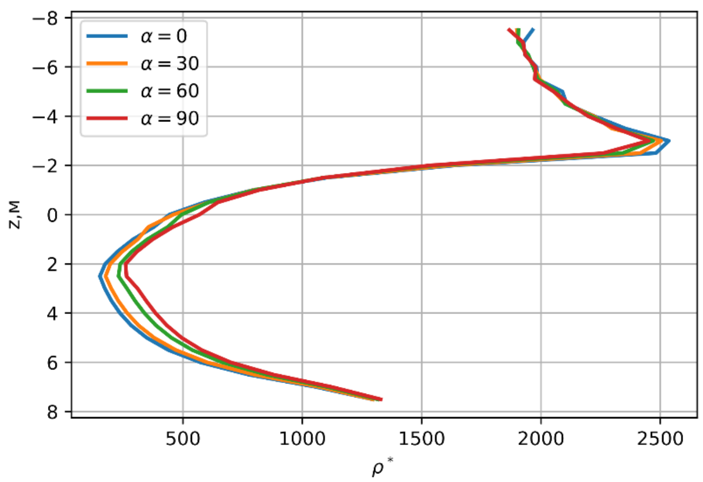

Рис. 4. Синтетические каротажные диаграммы кажущегося УЭС зонда БКЗ A4.0M0.5N при вертикальной компоненте УЭС пласта 200 Ом·м и различных углах наклона главных осей анизотропии – α

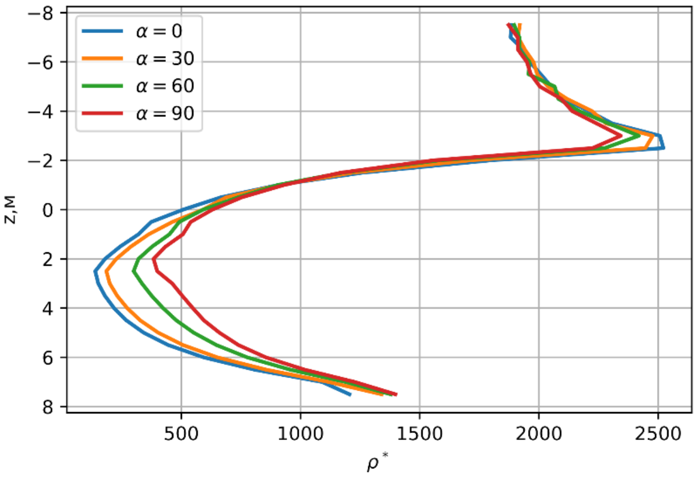

Рис.5. Синтетические каротажные диаграммы кажущегося УЭС зонда БКЗ A4.0M0.5N при вертикальной компоненте УЭС пласта 400 Ом·м и различных углах наклона главных осей анизотропии – α

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был рассмотрен единый подход к моделирования каротажных зондов, обладающих как стационарными, так и нестационарными источниками электрического поля. Данный подход позволяет осуществлять единую программную реализацию для различных методов электрокаротажа, что упрощает разработку методов и программ совместной инверсии каротажных данных, полученных при помощи зондов различного типа.

Исследование выполнено при финансовой поддержке проекта Программы Фонда научных исследований № FWZZ-2022-0026 «Инновационные аспекты электродинамики в задачах разведочной и промысловой геофизики».

ЛИТЕРАТУРА

Михайлов И.В., Глинских В.Н., Никитенко М.Н., Суродина И.В. Совместная численная инверсия данных индукционных и гальванических каротажных зондирований в моделях геологических сред с осевой симметрией // Геология и геофизика. – 2017. – № 58 (6). – С. 935–947, doi: 10.15372/GiG20170609.

Сухорукова К.В., Нестерова Г.В., Примаков С.А. Выявление окаймляющей зоны при совместной инверсии сигналов гальванического и электромагнитного каротажного зондирования, измеренных одновременно и в разное время // Геология и минерально-сырьевые ресурсы Сибири. – 2022. – № 11c – С. 77–86, doi: 10.20403/2078-0575-2022-11c-77-86.

Шайдуров В.В. Многосеточные методы конечных элементов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.

Freund R.W., Nachtigal N.M. Software for simplified Lanczos and QMR algorithms // Applied Numerical Mathematics. – 1995. – Vol. 19. – P. 319–341, doi: 10.1016/0168-9274(95)00089-5.

Hiptmair R. Finite elements in computational electromagnetism // Acta Numerica. – 2002. – P. 237–339, doi: 10.1017/S0962492902000041.

Nédélec J.C. A new family of mixed finite elements in $\mathbb{R}^3$ // Numerische Mathematik. – 1986. – Vol. 50. – P. 57–81, doi: 10.1007/BF01389668.

Nechaev O., Glinskikh V., Mikhaylov I., Moskaev I. Joint inversion of high-frequency induction and lateral logging sounding data in earth models with tilted principal axes of the electrical resistivity tensor // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. – 2021. – Vol. 29 (2). – P. 295–304, doi: 10.1515/jiip-2020-0120.

Webb J.P. Hierarchal vector basis functions of arbitrary order for triangular and tetrahedral finite elements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1999. – Vol. 47 (8). – P. 1244–1253, doi: 10.1109/8.791939.

REFERENCES

Freund R.W., Nachtigal N.M. Software for simplified Lanczos and QMR algorithms // Applied Numerical Mathematics. – 1995. – Vol. 19. – P. 319–341, doi: 10.1016/0168-9274(95)00089-5.

Hiptmair R. Finite elements in computational electromagnetism // Acta Numerica. – 2002. – P. 237–339, doi: 10.1017/S0962492902000041.

Mikhaylov I.V., Glinskikh V.N., Nikitenko M.N., Surodina I.V. Joint inversion of induction and galvanic logging sounding data in axisymmetric geological models // Russian Geology and Geophysics. – 2017. – Vol. 58 (6). – P. 752–762, doi: 10.1016/j.rgg.2016.09.032.

Nechaev O., Glinskikh V., Mikhaylov I., Moskaev I. Joint inversion of high-frequency induction and lateral logging sounding data in earth models with tilted principal axes of the electrical resistivity tensor // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. – 2021. – Vol. 29 (2). – P. 295–304, doi: 10.1515/jiip-2020-0120.

Nédélec J.C. A new family of mixed finite elements in $\mathbb{R}^3$ // Numerische Mathematik. – 1986. – Vol. 50. – P. 57–81, doi: 10.1007/BF01389668.

Shaydurov V.V. Multigrid Finite Element Methods. – Nauka, Moscow, 1989. – 288 p.

Sukhorukova K.V., Nesterova G.V., Primakov S.A. Identification of the fringing zone during joint inversion of galvanic and electromagnetic logging probing signals measured simultaneously and at different times // Geology and Mineral Resources of Siberia. – 2022. – Vol. 11s. – P. 77–86.

Webb J.P. Hierarchal vector basis functions of arbitrary order for triangular and tetrahedral finite elements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1999. – Vol. 47 (8). – P. 1244–1253, doi: 10.1109/8.791939.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

НЕЧАЕВ Олег Валентинович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: моделирование электромагнитных полей в геофизических приложениях, метод конечных элементов, численные методы решения обратных задач электродинамики.

ЭПОВ Михаил Иванович – доктор технических наук, академик РАН, главный научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН; управляющий директор СНИИГГиМС. Основные научные интересы: теория и моделирование электромагнитных полей в многомасштабных гетерогенных геологических средах, мониторинг верхних частей земной коры в целях экологии, инженерной геологии и археологии.

ГЛИНСКИХ Вячеслав Николаевич – доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН; директор Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы решений прямых и обратных задач электродинамики.