

Геофизические технологии, № 1, 2023, с. 13–24 doi: 10.18303/2619-1563-2023-1-13

www.rjgt.ru

УДК 550.386+551.594

АЛГОРИТМ УСТОЙЧИВОГО РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

В.В. Плоткин

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия, e-mail: PlotkinVV @ipgg.sbras.ru

При решении обратных задач магнитотеллурического зондирования (МТЗ) появляются эквивалентные решения, заметно отличающиеся друг от друга. Но решение прямой задачи при заданной модели среды и граничных условиях единственно, отклик среды на источник электромагнитного поля уникален. Рассматривается алгоритм, ведущий к точному решению тестовой задачи при стремлении к нулю невязок входных и модельных данных. Используется несколько стартовых моделей среды и два метода оптимизации: нелинейный метод наименьших квадратов с вычислениями матрицы чувствительности и метод на базе метаэвристических алгоритмов, применяемых, когда целевые функции имеют несколько локальных минимумов. С помощью численных расчетов получено устойчивое решение обратной задачи МТЗ для модели 3D-среды.

Магнитотеллурическое зондирование, обратная задача, устойчивое решение, трехмерная модель

ALGORITHM FOR STABLE SOLUTION OF INVERSE PROBLEM OF MAGNETOTELLURIC SOUNDING

V.V. Plotkin

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia, e-mail: PlotkinVV@ipgg.sbras.ru

When solving inverse problems of magnetotelluric sounding (MTS), equivalent solutions appear, noticeably different from each other. But the solution of a direct problem under a given medium model and boundary conditions is the only one, the response of the medium to the source of the electromagnetic field is unique. An algorithm is considered that leads to an accurate solution of the test problem when striving for zero inconsistencies in input and model data. Several starting medium models and two optimization methods are used: a nonlinear least squares method with calculations of the sensitivity matrix and a method based on metaheuristic algorithms used when target functions have several local minima. Using numerical calculations, a stable solution of the inverse MTS problem for the 3D-medium model was obtained.

Magnetotelluric sounding, inverse problem, stable solution, three-dimensional model

ВВЕДЕНИЕ

Магнитотеллурическое зондирование (МТЗ) применяется для изучения неоднородных глубинных структур электропроводности Земли [Жданов, 1986; Бердичевский, Дмитриев, 2009]. Сведения получаются в ходе решения обратной задачи, которая, как и любая такая задача, является неустойчивой. Поэтому возможно появление эквивалентных решений, существенно отличающихся друг от друга, однако

соответствующих весьма малым невязкам исходных и модельных данных МТЗ. Для устранения эквивалентных решений проводят регуляризацию задачи – накладывают дополнительные условия, ограничивающие область их поиска и отбора. В то же время известно, что решение прямой задачи при заданной модели среды и правильно поставленных условиях на границах ее изучаемого объема является единственным. Отсюда следует, что и регистрируемый отклик среды на источник электромагнитного поля является уникальным. Под неустойчивостью обратной задачи понимают тот факт, что изменения отклика среды могут быть весьма малыми даже при ее существенных изменениях. Но тогда важно учитывать насколько малые изменения отклика среды регистрируются в эксперименте или возникают при численных расчетах. В первом случае это погрешности измерений, а во втором ошибки вычислений.

Наличие шумов и аппаратурных ограничений в эксперименте сказывается на величине погрешностей измерений и увеличивает область эквивалентности решений обратной задачи. В то же время при численных расчетах тестовой обратной задачи, когда взятая модель среды известна, можно попытаться найти алгоритм точного ее решения, так как область эквивалентности при численных расчетах связана с ошибками вычислений, гораздо меньшими погрешностей измерений. Кроме того, это позволяет определить, какие объемы входных данных и априорной информации необходимы для полного восстановления среды, и как это осложняется внесением шумов во входные данные.

Представляет интерес такой алгоритм, который при стремлении к нулю невязок исходных и модельных данных приводил бы к нужному решению, в частности, к точному решению тестовой задачи, для которой оно известно. Можно воспользоваться априорной информацией, которая ограничивает коридоры значений электропроводности, количество и толщины неоднородных слоев, пространственную область локализации неоднородностей в среде. В данной работе предлагается один из возможных алгоритмов, и его применение рассматривается при решении обратной задачи МТЗ для трехмерно неоднородной среды.

МОДЕЛЬ СРЕДЫ И ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Нами было проведено численное моделирование для 3D-среды. Расчеты поля проводились методом Треффца [Егоров, 2011; Плоткин, Губин, 2015]. Модель среды представляется набором параллелепипедов, в которых электропроводность однородна. Взятая для расчетов модель 3D-среды показана на рис. 1.

Эту модель можно описать вектором, координаты которого x_k соответствуют ее параметрам в определенном порядке. Сначала идут параметры $x_k = \ln \sigma_k$, где σ_k – значения электропроводностей в однородных параллелепипедах трех верхних латерально неоднородных слоев. Нумерация параллелепипедов, обозначенных на рис. 1 точками белого цвета, начинается с левого нижнего угла верхнего слоя ρ_1 и продолжается последовательно слева направо и вверх до правого верхнего угла этого слоя. Как видно, каждый слой представлен 25 параллелепипедами.

Далее аналогично нумеруются параллелепипеды в нижележащих слоях ρ_2 и ρ_3 . Всего для модели 3D-среды на рис. 1 получается 75 таких параметров. Затем следуют параметры $x_k = \ln h_k$, где h_k – толщины неоднородных слоев (снизу вверх), параметры $x_k = \ln \sigma_k$, где σ_k – значения электропроводностей двух однородных подстилающих слоев (сверху вниз), и последний параметр $x_k = \ln h_k$, где h_k – толщина верхнего из этих подстилающих слоев (всего 81 параметр). Все параметры 3D-среды положительные, так как $e^{x_k} > 0$.



Рис. 1. Распределения удельного электрического сопротивления (УЭС) в трех верхних латерально неоднородных слоях (цифры – УЭС в Ом·м, центры параллелепипедов показаны точками белого цвета, пункты МТЗ отмечены крестиками, номера пунктов указаны цифрами ниже крестиков) и глубинный геоэлектрический разрез фоновой среды

На рисунке 2 приведены рассчитанные методом Треффца стандартные кривые $\rho_{xy}(\omega)$ и $\rho_{yx}(\omega)$ [Жданов, 1986; Бердичевский, Дмитриев, 2009], а также модовые кривые $\rho_{11}(\omega)$ и $\rho_{22}(\omega)$ [Плоткин, Потапов, 2020; Plotkin et al., 2020] кажущегося сопротивления в нескольких пунктах МТЗ (их положение показано на рис. 1), которые использовались как входные данные для обратных задач.



Рис. 2. Модовые (слева) и стандартные (справа) кривые кажущегося сопротивления в некоторых пунктах МТЗ, рассчитанные методом Треффца для модели 3D-среды (см. рис. 1)

Для ясности укажем, что модовые кривые кажущихся сопротивлений соответствуют импедансным соотношениям между амплитудами волн с правой и левой круговой поляризацией [Плоткин, Потапов, 2020; Plotkin et al., 2020] по аналогии со стандартными кривыми для импедансных соотношений между декартовыми компонентами поля. Можно отметить, что модовые кривые в отличие от стандартных практически не отличаются друг от друга. Хорошо видны смещения стандартных кривых по оси ординат относительно друг друга (гальванические искажения), вызванные возбуждением электростатических полей в латеральных неоднородностях. Однако на модовых кривых гальванические смещения практически не заметны, что вызвано характером возбуждения электростатического поля в латеральной неоднородности при воздействии на нее волны с круговой поляризацией (направления вращения вектора электрического поля для эффекта не существенны).

При решении обратной задачи существенную роль играет учет априорной информации о модели среды, полученной по результатам предыдущих работ или предварительного анализа экспериментальных данных.

В частности, для конкретности будем далее предполагать, что известно количество латерально неоднородных слоев над подстилающей горизонтально-слоистой средой. Такой вывод можно сделать по результатам одномерных инверсий всех модовых кривых кажущихся сопротивлений во взятых пунктах МТЗ. При оптимизации модели среды находим наименьшее количество слоев, обеспечивающее малые значения функционала невязок Ф:

$$\Phi = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^{K} \left| \frac{\ln \rho - \ln \rho_{11,22}^{0}}{\ln \rho_{11,22}^{0}} \right|_{k}^{2},$$

где *К* – количество всех учитываемых временных периодов, $\rho_{11,22}^0$ – модовые «экспериментальные» кривые кажущихся сопротивлений (для исходной модели среды), ρ – кажущееся сопротивление подбираемого одномерного слоистого разреза, рассчитываемое по известной формуле [Жданов, 1986; Бердичевский, Дмитриев, 2009].

Как оказалось, кривые кажущихся сопротивлений подобранных одномерных разрезов во всех случаях совпадали с «экспериментальными» модовыми кривыми при значениях Ф ≤10⁻⁴ и наименьшем количестве из трех слоев над подстилающей однородной средой. Однако для 3D-среды все такие разрезы являются эквивалентными (не совпадают с локальными).

Учитывая гальванические искажения стандартных кривых кажущегося сопротивления в пунктах МТЗ, можно уточнить локализацию латеральных неоднородностей относительно этих пунктов на исследуемом полигоне. Это позволяет уменьшить количество неизвестных параметров искомой модели среды. Учитывая поведение стандартных кривых в пп. 8, 12–14 и 18, было принято, что латеральные неоднородности локализованы под этими пунктами. С другой стороны, будет надежнее, если это обстоятельство подтверждено и имеющейся априорной информацией. Поэтому также рассмотрены варианты с меньшим (пп. 8, 12–14) и большим (пп. 7–9, 12–14) количеством взятых пунктов наблюдений.

Весьма важны также априорные данные о коридорах возможных вариаций параметров искомой модели среды, сведения о которых получены по результатам проведенных ранее исследований. Будем предполагать, что по априорной информации значения УЭС ограничены диапазоном от 1 до 20 000 Ом·м, а толщины слоев диапазоном от 0.2 до 4 км.

СТАРТОВЫЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Для получения устойчивого решения обратной задачи использовалось несколько стартовых моделей среды. Первая модель получена усреднением результатов одномерных инверсий модовых кривых во взятых пунктах МТЗ. В этих случаях для оптимизации моделей среды использовался нелинейный метод наименьших квадратов и итерационный процесс с вычислениями матрицы чувствительности и ее сингулярного SVD-разложения [Senkaya, Karslı, 2016]. Для устойчивости и регуляризации процесса в целевой функционал добавлен член $\lambda \sum_k x_k^2$, где x_k – искомые параметры модели среды, и λ – параметр, от величины которого зависит устойчивость процесса. При поиске минимума Φ существует конкуренция членов с невязками данных и члена $\lambda \sum_k x_k^2$. Параметр λ для следующей итерации выбирался, учитывая зависимость $\Phi(\lambda)$, положение точки ее минимума и коридор возможных значений x_k . Тот или иной выбор λ отвечает за появление "эквивалентных" моделей среды, не совпадающих с исходной. Для точного совпадения лучше выбирать как можно меньшие значения λ (когда это возможно).

Наряду с указанным методом оптимизации моделей среды использовался другой метод [Zhao et al., 2020] на базе метаэвристических алгоритмов, применяемых, когда целевые функции имеют множество локальных пиков. Указанные алгоритмы основаны на математических моделях природных явлений и биологических систем. В частности, в работе [Zhao et al., 2020] базой названо поведение популяции морских скатов манта во время кормления. Поэтому алгоритму выбрано название MRFO (Manta Ray Foraging Optimization). В качестве популяции вводится семейство искомых моделей среды и анализируется коллективное поведение. Алгоритм включает три варианта оптимизации: коллективное поведение роя особей – поведение самоорганизующихся естественных систем; алгоритм спиральной оптимизации – многоточечного поиска, в котором точки поиска следуют траекториям логарифмической спирали к общему центру, определяемому как текущая наилучшая точка; алгоритм скачков между текущей позицией и ее симметричным отражением относительно лучшей позиции, найденной до сих пор. Детали алгоритмов более подробно приведены в [Zhao et al., 2020]. Мы использовали программу авторов МатЛаба доступную на языке И в сети интернет по ссылке: https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/73130-manta-ray-foraging-optimization-mrfo. Существенно, что в этом методе оптимизации модели среды не нужно задавать стартовую модель,

поскольку одновременно производится поиск как локальных минимумов целевого функционала, так и его глобального минимума. Поэтому требуется указать лишь коридор возможных значений искомых параметров x_k .

Метод MRFO применим для оптимизации 1D, 2D и 3D моделей среды по данным одного или нескольких пунктов MT3. Для конкретности следует задать нужный вариант расчетов прямой задачи и целевого функционала Ф. Как выше указывалось, нами в 3D случае расчеты кривых MT3 выполнялись по методу Треффца. Используемые функционалы Ф суммы всех невязок для модовых или для стандартных кривых рассчитывались по следующим формулам:

$$\Phi = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^{K} \left(\left| \frac{\ln \rho_{11} - \ln \rho_{11}^{0}}{\ln \rho_{11}^{0}} \right|_{k}^{2} + \left| \frac{\ln \rho_{22} - \ln \rho_{22}^{0}}{\ln \rho_{22}^{0}} \right|_{k}^{2} \right),$$

$$\Phi = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^{K} \left(\left| \frac{\ln \rho_{xy} - \ln \rho_{xy}^{0}}{\ln \rho_{xy}^{0}} \right|_{k}^{2} + \left| \frac{\ln \rho_{yx} - \ln \rho_{yx}^{0}}{\ln \rho_{yx}^{0}} \right|_{k}^{2} \right),$$

где *K* – количество всех учитываемых периодов и пунктов МТЗ, $\rho_{11,22}$, $\rho_{11,22}^0$ – модовые кажущиеся сопротивления для текущей и исходной модели среды соответственно, и $\rho_{xy,yx}$, $\rho_{xy,yx}^0$ – стандартные кажущиеся сопротивления для текущей и исходной модели среды соответственно.

Если найденная методом MRFO модель среды не совпадала с исходной моделью, мы использовали ее как стартовую для последующей оптимизации упомянутым выше нелинейным методом наименьших квадратов. Отметим, что получение стартовых моделей во всех случаях проводилось с использованием функционалов невязок только модовых кривых, поскольку при этом нет проблемы выбора какой-либо из них в силу их близости. В окончательной оптимизации нелинейным методом наименьших квадратов для достижения поставленной цели использовался функционал суммы невязок модовых и стандартных кривых МТЗ из-за его большей чувствительности к эффектам в 3D-среде.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве примера приведем полученные результаты в случае учета кривых МТЗ в пп. 8, 12–14 и 18 (рис. 1). Как упоминалось, априори было принято, что латеральные неоднородности локализованы под этими пунктами, а глубинный разрез представлен тремя латерально неоднородными слоями с однородной подстилающей средой. Количество параметров x_k , описывающих такой разрез, сокращается до 23 (фоновые значения УЭС в 3 слоях, $5 \times 3 = 15$ значений УЭС под 5 пунктами, 3 толщины слоев, равные значения УЭС в двух подстилающих слоях и 1 толщина верхнего подстилающего слоя; задание 2 подстилающих слоев с равным УЭС вызвано особенностями программы). Значения x_k соответствуют последовательно трем неоднородным слоям – по 6 параметров сверху вниз, далее – толщинам этих слоев и параметрам подстилающей среды.



Рис. 3. Параметры xk, соответствующие стартовым (старт 1, старт 2) и исходной (модель) моделям среды

В данном примере при расчетах методом MRFO в целевом функционале Ф учитывались невязки по относительной величине только модовых кривых. Как оказалось, после 200 итераций значения Ф ≤ 10⁻⁵, а после 500 итераций упали до значений Ф~10⁻⁶. Однако все полученные модели среды заметно отличаются от исходной модели (рис. 3). С учетом порядка малых отличий модельных и исходных кривых MT3, все полученные модели среды следует признать эквивалентными.

Все приведенные на рис. З эквивалентные модели среды (в том числе и стартовая модель по результатам усреднения одномерных инверсий в каждом пункте) были использованы как стартовые для последующей оптимизации упомянутым выше нелинейным методом наименьших квадратов в 3D варианте. При этом в функционале Ф вычислялась сумма всех невязок по относительной величине совместно для модовых и стандартных кривых МТЗ. На рисунке 4 представлены кривые сходимости итерационных процессов нелинейного метода наименьших квадратов для всех стартовых моделей на рис. 3. Кривыми черного цвета на этих рисунках показаны стартовые модели и итерационные процессы, приводящие к исходной модели среды; пунктир черного цвета относится к стартовой модели по результатам усреднения одномерных инверсий и к соответствующему итерационному процессу.

Отметим, что всплески на кривых сходимости к увеличенным значениям Φ объясняются выбранным способом уменьшения в ходе итераций параметра регуляризации λ по величине. Такая ситуация реализуется, когда выявляется какой-либо из локальных минимумов Φ, так что найти новое значение λ для дальнейшего уменьшения Φ в нем не получается. Так как точное совпадение с исходной моделью среды возможно лишь при попадании в область вблизи глобального минимума Φ, в этом случае необходимо пытаться выбирать $\lambda \rightarrow 0$.



Рис. 4. Процессы сходимости функционалов невязок при различных стартовых моделях среды, приведенных на рис. 3

Как можно видеть, нелинейный метод наименьших квадратов приводит к исходной модели лишь со стартовыми моделями, для которых $\Phi > 10^{-4}$. Такие стартовые модели были получены по результатам одномерных инверсий на пунктах и методом MRFO после первых 100 итераций. Остальные стартовые модели – результаты всех последующих итераций в методе MRFO при $\Phi < 10^{-4}$. Этим методом не удается достигнуть значений $\Phi \sim 10^{-7}$, начиная с которых реализуется переход в точку глобального минимума Φ и точно к исходной модели среды. Поэтому эквивалентными моделями решения обратной задачи можно считать лишь модели, удовлетворяющие условию $\Phi > 10^{-7}$. Поскольку погрешности численных расчетов меньше, получить точное решение обратной задачи в рассматриваемом случае оказывается возможным.

На практике погрешности экспериментальных данных пока существенно больше. Возникает вопрос, как оценить пороговое значение Ф, ниже которого решение обратной задачи становится устойчивым по входным и, в частности, экспериментальным данным.

С этой целью на рис. 5 показаны все модели среды, полученные в ходе оптимизации нелинейным методом наименьших квадратов при нескольких стартовых моделях с разными итоговыми значениями функционалов (кривые красного цвета $10^{-7} < \Phi \le 10^{-6}$ и кривые черного цвета $10^{-9} < \Phi < 10^{-7}$). Для сравнения отображена исходная модель (Φ =0). Наиболее неустойчивы значения x_k , относящие к нижнему латерально неоднородному слою при k = 14, 15, 17 и 18 (они соответствуют контрастным значениям УЭС ρ_3 в нижнем слое под пп. 8, 12, 14 и 18, рис. 1). Становится понятным, что меняя эти параметры в некотором коридоре значений с целью получить величины функционала Φ , сравнимые с погрешностями входных (экспериментальных) данных, можно определить область эквивалентных решений обратной задачи. Существенно, что выяснить неустойчивые параметры модели среды удается применением метода MRFO.



Рис. 5. Параметры *x_k*, полученные при нескольких стартовых моделях среды нелинейным методом наименьших квадратов с различными значениями функционалов Ф (кривые красного цвета 10⁻⁷< Ф ≤ 10⁻⁶ и кривые черного цвета 10⁻⁹< Φ < 10⁻⁷). Исходная модель среды отображена кривой Φ =0



Рис. 6. Модели среды со случайными возмущениями некоторых параметров x_k разной амплитуды (кривые красного цвета, подробнее о различиях вариантов (а) и (б) в тексте, исходная модель – кривая черного цвета). Кривые МТЗ для исходной модели среды (в) с погрешностями за счет возмущений x_k (а). Для случая (б) показаны только погрешности (г), поскольку они малы и на графиках с кривыми МТЗ не отображаются

На рис. 6, *a*, б показаны модели, полученные случайными возмущениями различных параметров x_k исходной модели среды. Величины возмущений для выборки из 100 моделей задавались по нормальному закону распределения. При k=1-19 амплитуда 0.3 (рис. 6, *a*) и 3·10⁻⁵ (рис. 6, б). При k=14,

15, 17 и 18 амплитуда всегда 3 (рис. 6, *a*, *б*). Возмущения показаны кривыми красного цвета, исходная модель среды – кривой черного цвета. Для всех моделей определены кривые МТЗ. Величины отклонений от аналогичных кривых для исходной модели дают коридоры разброса – предполагаемых «экспериментальных» ошибок.

Кривые МТЗ для исходной модели среды вместе с этими ошибками отображены на рис. 6, е (возмущения для случая на рис. 6, а). Для возмущений на рис.6б показаны только «экспериментальные» погрешности (рис. 6, г), поскольку из-за их малости на графиках кривых МТЗ они не видны.

Из сравнения этих вариантов возмущений модели среды следует, что погрешности по величине в основном обусловлены изменениями параметров x_k при k=1-19. Вклад изменений x_k с заметно большей амплитудой существенно меньше. Поэтому при указанных «экспериментальных» ошибках определить x_k при k=14, 15, 17 и 18 можно лишь с большими разбросами их значений. Но в случае тестовой задачи, уменьшая амплитуду возмущений, можно определить порог погрешностей, при достижении которого точное решение (исходная модель среды) будет найдено. Понятно, что разные методы оптимизации не всегда в процессе итераций могут достигнуть этого порога.

Напомним, что параметры x_k при k = 14, 15, 17 и 18 соответствуют контрастным значениям УЭС ρ_3 в нижнем неоднородном слое под пп. 8, 12, 14 и 18. Заметим, что более глубокие слои влияют на отклик среды с понижением частоты зондирования и соответствующим увеличением толщины скин-слоя. Из-за диффузионного характера проникновения поля в среду разрешающая способность МТЗ падает, тем более по отношению к контрастным изменениям УЭС. Этим объясняется повышенная неустойчивость определения указанных параметров x_k в реальном эксперименте, поскольку понизить его ошибки часто невозможно. Находя описанным выше способом неустойчивые параметры x_k и устанавливая амплитуды их возмущений в соответствии с экспериментальными погрешностями, можно оценить область эквивалентных решений обратной задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен алгоритм решения обратной задачи МТЗ, приводящий при стремлении к нулю невязок входных и модельных данных к исходной модели среды в тестовой задаче. Используются два метода оптимизации: нелинейный метод наименьших квадратов и метод MRFO (Manta Ray Foraging Optimization).

В основе первого метода итерационный процесс с расчетом матрицы чувствительности и ее сингулярного SVD-разложения. Для устойчивости и регуляризации процесса в целевой функционал добавлен член $\lambda \sum_{k} x_{k}^{2}$, где x_{k} – искомые параметры модели среды и λ – параметр, от величины которого зависит устойчивость процесса. Величина λ на каждой итерации выбирается с учетом положения точки минимума в зависимости целевого функционала от λ .

Метод MRFO – метаэвристический алгоритм, применяемый, когда имеется множество локальных минимумов целевого функционала. Для этого метода не нужна стартовая модель. Одновременно производится поиск как локальных, так и глобального минимума целевого функционала. Нужно указать лишь коридор возможных значений искомых параметров *x_k*.

Сначала рассчитываются стартовые модели. Одна из них получается усреднением результатов одномерных инверсий модовых кривых нелинейным методом наименьших квадратов в каждом из взятых пунктов МТЗ (модовые кривые взяты, поскольку в отличие от стандартных кривых практически не отличаются друг от друга). Остальные модели определяются в 3D случае методом MRFO по данным нескольких пунктов MT3. Если найденная методом MRFO модель 3D-среды не совпадает с исходной, она считается стартовой моделью для последующей оптимизации нелинейным методом наименьших квадратов.

С помощью численных расчетов на примере тестовой модели 3D-среды продемонстрирована работоспособность предложенного алгоритма - точно восстановлена исходная модель среды (на той же пространственной сетке, на которой выполнялся расчет данных).

Показано, как используя метод MRFO и зная погрешности экспериментальных данных, можно установить неустойчиво определяемые параметры *x*_k, приводящие к появлению эквивалентных решений обратной задачи, и оценить область неопределенности этих параметров.

Работа выполнена при поддержке проекта ФНИ № FWZZ-2022-0025. Автор благодарен анонимному рецензенту за советы по улучшению статьи.

ЛИТЕРАТУРА

Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики. – М.: Научный мир, 2009. – 668 с. Егоров И.В. Метод Треффца для решения трехмерных прямых и обратных задач геоэлектрики // Физика Земли. – 2011. – № 2. – С. 15–26.

Жданов М.С. Электроразведка. – М.: Недра, 1986. – 320 с.

Плоткин В.В., Губин Д.И. Учет приповерхностных неоднородностей над горизонтально слоистым разрезом при магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика. – 2015. – № 56 (7). – С. 1381– 1390, doi: 10.15372/GiG20150709.

Плоткин В.В., Потапов В.В. Оценки Холловской проводимости по данным магнитотеллурического зондирования // Геодинамика и тектонофизика. – 2020. – № 11 (4). – С. 817–828, doi: 10.5800/GT-2020-11-4-0509.

Plotkin V.V., Mogilatov V.S., Potapov V.V. Role of Hall effect in magnetotelluric sounding // Problems of Geocosmos-2018: Proceedings of the XII International Conference and School (St. Petersburg, Petrodvorets, October 08-12, 2018), Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. – 2020. – P. 19–27, doi: 10.1007/978-3-030-21788-4_3.

Senkaya M., Karslı H. Joint inversion of Rayleigh-wave dispersion data and vertical electric sounding data: synthetic tests on characteristic sub-surface models // Geophysical Prospecting. – 2016. – Vol. 64 (1). – P. 228–246, doi: 10.1111/1365-2478.12289.

Zhao W., Zhang Z., Wang L. Manta ray foraging optimization: An effective bio-inspired optimizer for engineering applications // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2020. – Vol. 87. – 103300, doi: 10.1016/j.engappai.2019.103300.

REFERENCES

Berdichevsky M.N., Dmitriev V.I. Models and methods of magnetotellurics [in Russian]. – Nauchnyi Mir, Moscow. – 2009. – 668 p.

Plotkin V.V., Gubin D.I. Accounting for near-surface inhomogeneities over a horizontally layered section in magnetotelluric sounding // Russian Geology and Geophysics. – 2015. – Vol. 56 (7). – P. 1083–1090, doi: 10.1016/j.rgg.2015.06.009.

Plotkin V.V., Potapov V.V. Hall conductivity estimates from magnetotelluric sounding data // Geodynamics &Tectonophysics. – 2020. – Vol. 11 (4). – P. 817–828, doi: 10.5800/GT-2020-11-4-0509.

Plotkin V.V., Mogilatov V.S., Potapov V.V. Role of Hall effect in magnetotelluric sounding // Problems of Geocosmos-2018: Proceedings of the XII International Conference and School (St. Petersburg, Petrodvorets, October 08-12, 2018), Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. – 2020. – P. 19–27, doi: 10.1007/978-3-030-21788-4_3.

Senkaya M., Karslı H. Joint inversion of Rayleigh-wave dispersion data and vertical electric sounding data: synthetic tests on characteristic sub-surface models // Geophysical Prospecting. – 2016. – Vol. 64 (1). – P. 228–246, doi: 10.1111/1365-2478.12289.

Yegorov I.V. Trefftz method for the solution of three-dimensional forward and inverse problems of geoelectrics // Physics of the Earth. – 2011. – Vol. 47 (2). – P. 90–100, doi: 10.1134/S1069351311010034.

Zhao W., Zhang Z., Wang L. Manta ray foraging optimization: An effective bio-inspired optimizer for engineering applications // Engineering Applications of Artificial Intelligence. – 2020. – Vol. 87. – 103300, doi: 10.1016/j.engappai.2019.103300.

Zhdanov M.S. Electroinvestigation [in Russian]. – Nedra, Moscow, 1986. – 320 p.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

ПЛОТКИН Валерий Викторович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории электромагнитных полей Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: прямые и обратные задачи электромагнитных зондирований, новые способы интерпретации данных МТЗ, разработка программного обеспечения для моделирования и инверсии данных.

Статья поступила 10 января 2023, принята к печати 20 февраля 2023