



ТРЕХМЕРНЫЕ ЛУЧИ ЛОМАКСА И ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В СЛОЖНЫХ СРЕДАХ

Д.А. Неклюдов, М.И. Протасов

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
e-mail: NeklyudovDA@ipgg.sbras.ru*

В данной работе мы представляем простой и эффективный подход для расчета частотно-зависимых лучей в трехмерных средах. В предложенном подходе моделируется распространение локально плоского фрагмента волнового фронта. Свойства луча зависят от распределения скоростей в некотором объеме среды в окрестности луча. Ширина этого объема зависит от длины волны к каждой точке на луче. Численный эксперимент демонстрирует применение предложенного подхода для расчета времен первых вступлений и акустических волновых полей в сложной трехмерной модели, в которой присутствует солевое тело.

Лучевой метод, частотно-зависимые лучи, моделирование волновых полей

3D LOMAX RAYS AND ITS APPLICATION FOR ACOUSTIC WAVEFIELD SIMULATION IN COMPLEX MEDIA

D.A. Neklyudov, M.I. Protasov

*Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
e-mail: NeklyudovDA@ipgg.sbras.ru*

We present a simple and robust approach for calculating frequency-dependent rays in three dimensional media. The proposed method simulates propagation of locally plane fragment of a wavefront. Ray properties depends on velocity distribution in some sub-volume around the ray and on wavelength in each point. Numerical experiment demonstrates the applicability of the proposed method to calculate travel-times and ray-based acoustic wavefields in complex 3D environments with the presence of salt intrusion.

Ray method, frequency dependent rays, wavefield modeling

ВВЕДЕНИЕ

При решении прямых и обратных задач сейсмики важную роль играет лучевой метод [Бабич и Булдырев, 1972; Červený et al., 1977]. Например, на его основе реализованы такие ключевые процедуры обработки сейсмических данных как лучевая сейсмическая томография и миграция Кирхгоффа. В первую очередь лучевой метод служит для расчета лучей и времен пробега сейсмических волн вдоль них. Лучевой метод основан на высокочастотной аппроксимации решения волнового уравнения и не учитывает эффекты, связанные с тем, что реальные сейсмические сигналы имеют ограниченный спектр. Такая аппроксимация часто ведет к «нефизическому» поведению лучей и соответствующих времен пробега в

моделях с наличием существенных неоднородностей и резких границ раздела скоростей [Кравцов, Орлов, 1980; Ben-Menahem, Beydoun, 1985]. На контрастных границах стандартные лучи ведут себя очень неустойчиво, начинают отклоняться в стороны от ожидаемого пути распространения. При этом возникают так называемые «зоны тени», т. е. такие области среды, куда лучи не проникают вовсе. Такое поведение противоречит тому, как распространяются реальные сейсмические сигналы.

Известно, что сигналы с ограниченным спектром распространяются внутри некоторого объема, окружающего луч («френелевский объем»). Ширина этого объема определяется доминирующей частотой сигнала. На сигнал влияют вариации параметров среды внутри френелевского объема, и он меняет направление своего распространения соответствующим образом [Marquering et al., 1999; Dahlen et al., 2000]. В течение многих лет исследователями был предложен целый ряд подходов, с помощью которых можно с разной степенью эффективности учесть этот факт и ослабить ограничения, связанные с высокочастотной аппроксимацией, используемой в лучевом методе [Červeny, Soares, 1992; Lomax, 1994; Vasco et al., 1995; Bube, Washbourne, 2008; Yarman et al., 2013; Протасов, Осипов, 2014; Protasov, Gadylshin, 2017; Vasco, Nihei, 2019]. Все они имеют свои преимущества и недостатки, ключевым из которых является вычислительная сложность, особенно в трехмерном случае.

В работе [Lomax, 1994] предложен упрощенный, но весьма эффективный метод для аппроксимации распространения широкополосных сейсмических сигналов. В работе [Неклюдов, Протасов, 2021] мы рассмотрели лучи Ломакса в 2D случае и показали, что они могут весьма эффективно применяться в задачах сейсмоки. В настоящей работе мы приводим простой и эффективный метод расчета лучей Ломакса в трехмерном случае.

На численных примерах в сложной трехмерной модели мы показываем, что лучи Ломакса могут давать удовлетворительный результат, в то время как стандартные лучи оказываются не вполне эффективны.

ПОСТРОЕНИЕ ЛУЧЕЙ ЛОМАКСА В 3D ПРОСТРАНСТВЕ

Построение лучей Ломакса в трехмерном случае основывается на двух основных аспектах. Во-первых, это сглаживание скоростей вдоль текущего положения локально плоского фронта (т. е. в направлении, ортогональном касательной к лучу). Во-вторых, это движение «контрольных» точек, выбранных в некоторой окрестности луча в плоскости волнового фронта. С помощью контрольных точек определяется направление движения луча в следующей точке. Ширина области, в которой производится сглаживание локальных (интервальных) скоростей, а также насколько далеко от луча располагаются контрольные точки, т. е. область чувствительности луча к вариациям скоростной модели, определяется «длиной волны» в точке на луче. Далее рассмотрим эти компоненты более детально. В качестве входного параметра для процедуры построения луча задается специальный параметр ν , имеющий физическую размерность частоты (Гц). Фактически он будет задавать чувствительность луча к неоднородностям скоростной модели. Мы будем называть его «частотой луча». Стандартно для лучевого метода задаются два угла выхода φ_{AZ} , φ_{Dip} , где φ_{AZ} – азимутальный угол, т. е. угол между направлением выхода луча и положительным направлением оси X в горизонтальной плоскости XY , φ_{Dip} – угол наклона, т. е. угол между лучом и вертикальной осью Z (глубина). Пусть луч уже построен до некоторой точки $\vec{x}_p = (x_p, y_p, z_p)$ (далее мы будем называть ее центральной точкой). В этой точке задано текущее направление движения луча, определяемое единичным вектором $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$. В точке $\vec{x}_p$ строится плоскость, ортогональная

вектору $\vec{s}$. На этой плоскости вырезается прямоугольник с центром в точке $\vec{x}_p$. Размер прямоугольника зависит от длины волны $\lambda = \frac{V(\vec{x}_p)}{v}$ в центральной точке, как это показано на рис. 1, а ($V(\vec{x}_p)$ – значение интервальной скорости в точке, v – «частота луча»). На регулярной сетке, определенной в прямоугольнике, вычисляются локальные значения скоростей $V(\vec{x}_j)$. Точки этой сетки показаны на рис. 1, а как синие «звездочки». Значение сглаженной скорости вдоль плоского фрагмента фронта в центральной точке вычисляется как взвешенная сумма всех значений скоростей в прямоугольнике:

$$V_{sm}(\vec{x}_p, v) = \frac{\sum_{j=-N}^N w_j \cdot V(\vec{x}_j)}{\sum_{j=-N}^N w_j}, \quad (1)$$

где w_j – весовые коэффициенты сглаживания. В качестве сглаживающей функции мы выбрали двумерную функцию Гаусса. В этом случае весовые коэффициенты в выражении (1) определяются как

$$w_j = \exp \left\{ - \left(\frac{r_j}{\lambda \cdot \theta_{max} \cdot \alpha} \right)^2 \right\}, \quad (2)$$

где r_j обозначает расстояние между центральной точкой $\vec{x}_p$ и точкой $\vec{x}_j$ на прямоугольном фрагменте волнового фронта. Заданный наперед параметр θ_{max} определяет, какую часть длины волны мы принимаем в рассмотрение при выборе апертуры сглаживания, параметр α позволяет контролировать форму двумерного гауссиана. На рисунке 2 мы демонстрируем, как меняется форма сглаживающей функции (2) в зависимости от α . При его уменьшении сглаживающая функция становится уже, сосредотачиваясь ближе к центральной точке, т. е. влияние удаленных точек уменьшается. При увеличении α процедура сглаживания постепенно сводится к простому усреднению скоростей по фрагменту волнового фронта.

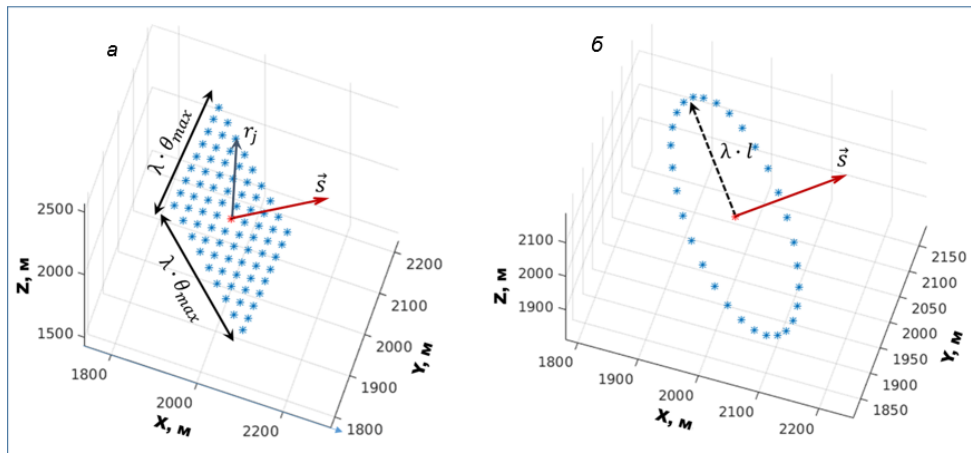


Рис. 1. Прямоугольный фрагмент волнового фронта (а). Синими звездочками обозначены точки регулярной сетки, где вычисляются значения интервальных скоростей для сглаживания вдоль волнового фронта. Вектор $\vec{s}$ обозначает текущую нормаль к фронту; б – контрольные точки, взятые вокруг текущей точки на луче в плоскости волнового фронта. Они используются для вычисления нового положения луча

Для объяснения смысла контрольных точек рассмотрим окружность, лежащую в плоскости волнового фронта (в той же плоскости, где брались значения скоростей для сглаживания). Радиус окружности тоже зависит от локальной длины волны, $R = \lambda \cdot l$, где параметр l по смыслу аналогичен

параметру θ_{max} , который используется для определения апертуры сглаживания, но не обязательно совпадает с ним по значению.

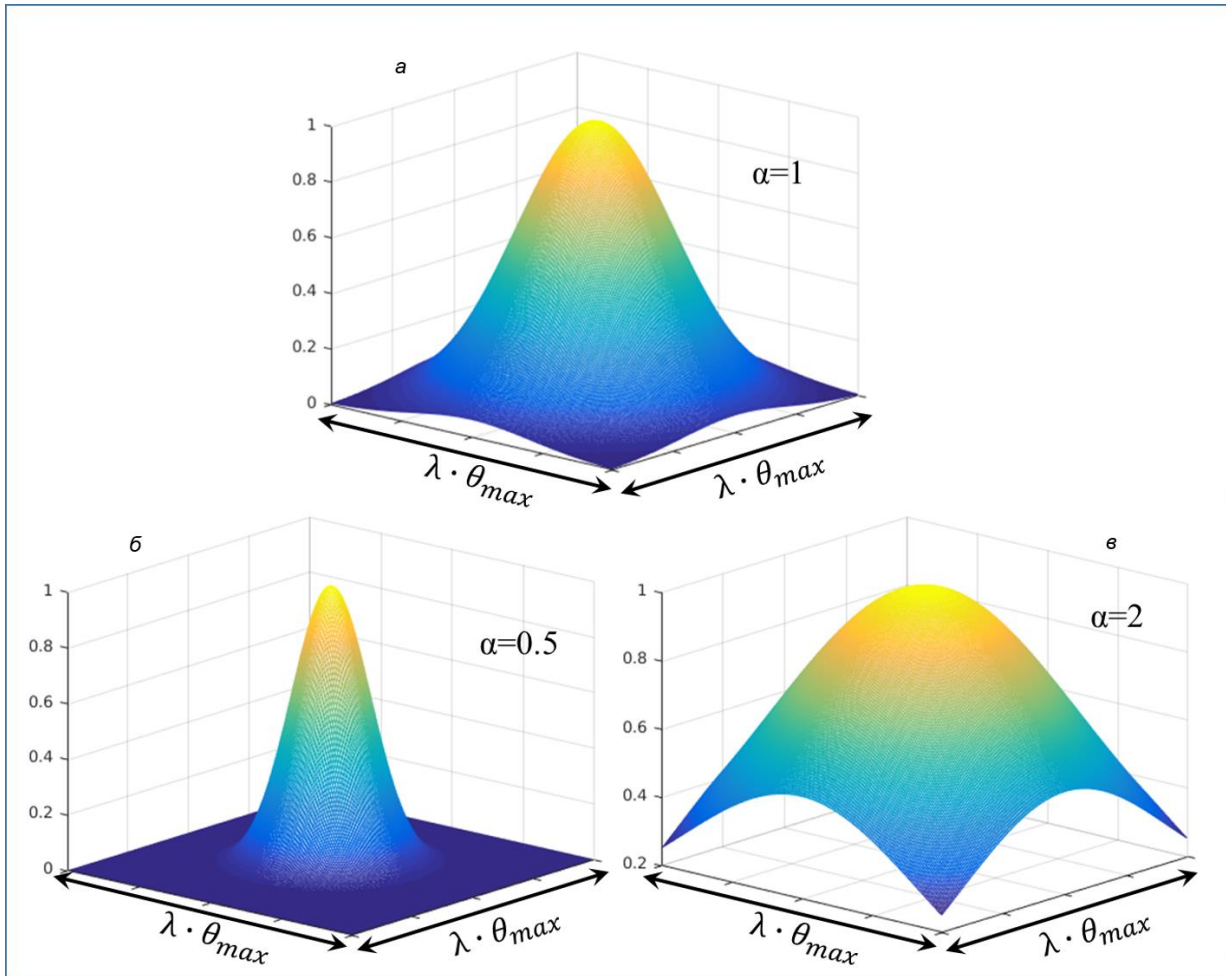


Рис. 2. Форма двумерной функции сглаживания в зависимости от значения параметра α

На этой окружности мы выбираем некоторое количество точек с равномерным шагом по углу (см. рис. 1, б). Эти точки мы и называем «контрольными». Они используются для вычисления направления движения луча в следующей точке.

Итак, пусть dt есть шаг по времени при движении вдоль луча. Для того чтобы продвинуться вдоль луча, применяется следующая схема (рис. 3):

1. По формулам (1), (2) в центральной точке $\vec{x}_p$ вычисляется значение сглаженной вдоль фронта скорости $\vec{V}_p = V_{sm}(\vec{x}_p, v)$. За промежуток времени dt центральная точка $\vec{x}_p$ переместится в точку $\vec{x}_p + d\vec{x}_p$, $d\vec{x}_p = (dx_p, dy_p, dz_p)$ вдоль единичного вектора $\vec{s}$:

$$dx_p = \vec{V}_p dt \cdot s_x, \quad dy_p = \vec{V}_p dt \cdot s_y, \quad dz_p = \vec{V}_p dt \cdot s_z. \quad (3)$$

Это дает нам положение следующей точки на луче. Теперь нам необходимо вычислить ориентацию волнового фронта в этой точке (или, другими словами, новое направление движения луча). На шаге 2 мы решаем эту задачу.

2. Для каждой контрольной точки, расположенной на окружности с центром на луче, вычисляется сглаженная скорость аналогично тому, как это делалось для центральной точки: $\bar{V}_j = V_{sm}(\vec{x}_j, v)$. За тот же промежуток времени dt каждая из контрольных точек пройдет разное расстояние $dx_j = \bar{V}_j dt \cdot s_x$, $dy_j = \bar{V}_j dt \cdot s_y$, $dz_j = \bar{V}_j dt \cdot s_z$. В результате в новом положении $\vec{x}_j + d\vec{x}_j$ контрольные точки в общем случае уже не лежат строго в одной плоскости. Чтобы определить текущее положение локального фронта, мы численно определяем такую плоскость, которая наиболее близка в среднеквадратичном смысле одновременно ко все точкам $\vec{x}_j + d\vec{x}_j$. Таким образом, решается классическая задача (трехмерной) линейной регрессии. В результате определяется новый вектор нормали к фронту $\vec{s}_{new}$. Мы приписываем этот вектор к новому положению центральной точки $\vec{x}_p + d\vec{x}_p$ и процедура повторяется снова. Так шаг за шагом происходит движение вдоль луча. Отметим, что при реализации описанной схемы в каждый момент времени на ориентацию локального участка волнового фронта влияет распределение скоростей в некоторой окрестности луча. Одновременное движение контрольных точек определяет новое направление движения луча.

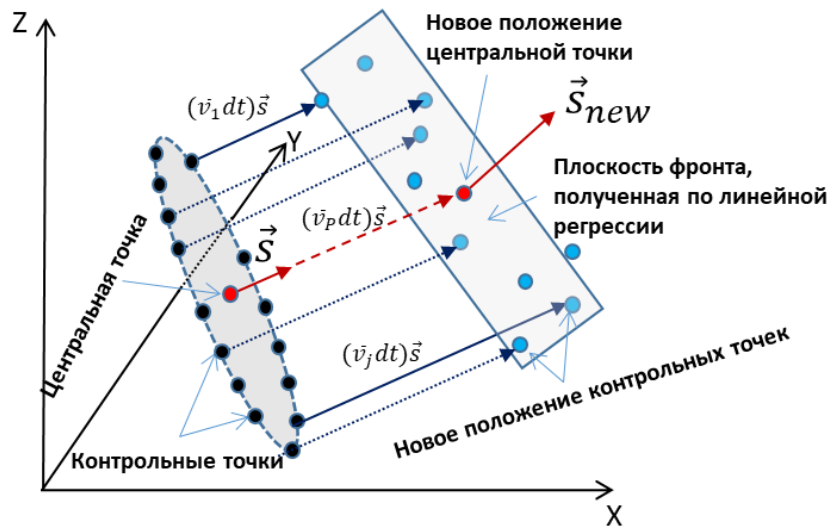


Рис. 3. Схема построения луча Ломакса в 3D

3D ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ВРЕМЕН ПРОБЕГА НА РЕГУЛЯРНУЮ СЕТКУ

При расчете времен пробега лучевым методом времена первых вступлений определяются в тех точках модели, через которые прошел каждый конкретный луч. Пространственное распределение этих точек оказывается весьма нерегулярным. Для многих приложений в сейсмике необходимо иметь времена пробега, рассчитанные на регулярной сетке. Такой массив называется «таблицей времен» (англ. traveltime table). Далее мы опишем алгоритм, позволяющий весьма эффективно произвести интерполяцию времен на регулярную сетку в 3D случае (Lucio et al., 1996; Bulant, Klimeš, 1999).

Пусть было построено семейство из N_{rays} лучей для фиксированного положения источника, причем таким образом, что они покрывают всю целевую область. При этом для каждого луча было вычислено время пробега от источника до каждой точки на луче: $T_i^j(x_i^j, y_i^j, z_i^j)$, где $j = 1, \dots, N_{rays}$ обозначает индекс луча, i – индекс точки на луче, $i = 1, \dots, N_{segm}^j$, N_{segm}^j – количество сегментов для луча с индексом j . Необходимо построить отображение $T_i^j(x_i^j, y_i^j, z_i^j) \rightarrow T_{table}(x_k, y_l, z_m)$ для всех i, j , где T_{table} обозначает

времена, заданные на регулярной сетке x_k, y_l, z_m ($k = 1, \dots, N_x; l = 1, \dots, N_y; m = 1, \dots, N_z$). Для построения такого отображения численно будем последовательно рассматривать лучевые трубки, состоящие из трех смежных лучей: 1) луч, соответствующий углам выхода $(\varphi_{AZ}, \varphi_{Dip})$, 2) $(\varphi_{AZ}, \varphi_{Dip} + d\varphi_{Dip})$, 3) $(\varphi_{AZ} + d\varphi_{AZ}, \varphi_{Dip})$, здесь φ_{AZ} – азимутальный угол выхода, φ_{Dip} – угол наклона луча, $d\varphi_{AZ}, d\varphi_{Dip}$ – соответствующие угловые инкременты. Каждая лучевая трубка может быть разбита на набор элементарных «лучевых призм». В каждой такой призме нижняя грань соответствует времени T_j , а верхняя грань – $T_{j+1} = T_j + dt$ (рис. 4). Далее находится элементарный параллелепипед, состоящий из точек регулярной сетки, который полностью включает в себя лучевую призму (это несложно сделать, вычислив индексы ближайших регулярных точек к вершинам призмы). Для каждой точки регулярной сетки, которая принадлежит данному параллелепипеду, осуществляется проверка, лежит ли она внутри призмы. Если это так, то в эту точку производится кубическая интерполяция времен пробега из вершин призмы (обозначены как 11, 21, 31, 12, 22, 32 на рис. 4) с помощью подхода, описанного в [Bulant, Klimeš, 1999]. Если регулярная точка находится вне призмы, то она исключается из рассмотрения на данном шаге цикла. Эта процедура повторяется для всех элементарных призм и всех лучевых трубок, которые можно составить из данного набора лучей. В результате, если модель покрыта лучами достаточно регулярно и плотно, получается трехмерная таблица времен.

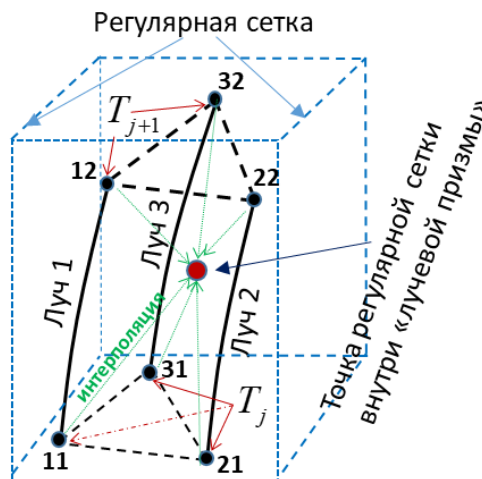


Рис. 4. Схема 3D интерполяции времен пробега на регулярную сетку

ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА С ПОМОЩЬЮ ЛУЧЕВОГО МЕТОДА

В задачах сейсморазведки зачастую возникает необходимость быстро рассчитывать волновые поля с привлечением асимптотических методов, в первую очередь с помощью лучевого метода. В средах с умеренными вариациями физических параметров он позволяет получать вполне адекватные результаты при значительно меньших вычислительных затратах, чем более «точные» численные методы, такие как, например, метод конечных разностей. Далее мы опишем кратко подход, который мы применяем для расчета функций Грина для скалярного волнового уравнения в частотной области лучевым методом. Итак, нам необходимо рассчитать волновое поле, определяемое уравнением Гельмгольца в трехмерном пространстве:

$$\Delta G(\vec{x}, \vec{x}_S; \omega) + \frac{\omega^2}{v^2(\vec{x})} G(\vec{x}, \vec{x}_S; \omega) = \delta(\vec{x} - \vec{x}_S), \quad (4)$$

здесь $\vec{x}_S = (x_S, y_S, z_S)$ обозначаем координаты источника, ω – фиксированная частота, $V(\vec{x})$ – скорость распространения продольных волн.

В трехмерном случае асимптотическое выражение скалярной функции Грина, используемое в лучевом методе, определяется как [Červený et al., 1977; Lucio et al., 1996]:

$$G(R; S) = A(S, R) \exp\{i\omega\tau(S, R)\}. \quad (5)$$

В этом выражении S обозначает положение источника, R – положение приемника, $\tau(S, R)$ – время пробега вдоль луча из точки S в точку R , $A(S, R)$ – амплитудный множитель, который в лучевом методе имеет вид

$$A(S, R) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{V(R)}{V(S) \cdot J(S, R)}}, \quad (6)$$

где $V(x)$ – значение скорости в соответствующей точке, $J(S, R)$ – геометрическое расхождение вдоль луча. Общее определение геометрического расхождение дается как

$$J = \frac{dS}{d\Omega}, \quad (7)$$

где dS – элементарная площадка, ортогонально секущая лучевую трубку в точке R , $d\Omega$ – элементарный телесный угол, образуемый лучевой трубкой в источнике. Мы используем конечно-разностную аппроксимацию геометрического расхождения и применяем теорию, описанную в классической монографии [Červený, 2001, выражение 3.10.33]. В этом подходе также рассматривается лучевая трубка, составленная из трех смежных лучей с малыми инкрементами углов выхода по азимуту и углу наклона. В каждый момент времени рассчитывается площадь треугольника, образующего верхнюю грань лучевой призмы (мы дали определение в разделе про интерполяцию времен). При использовании такой аппроксимации покрытие лучами расчетной области должно быть достаточно плотным. Амплитуды, рассчитанные вдоль лучевых трубок, интерполируются на регулярную сетку аналогично временам. В результате получается таблица амплитуд. Отметим, что после того как рассчитаны таблицы времен и амплитуд, функции Грина для разных частот вычисляются очень быстро, т. к. нет необходимости в пересчете лучей.

В качестве альтернативы описанному подходу можно использовать вычислительно гораздо более затратную динамическую трассировку лучей.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Пример 1. Расчет времен пробега в модели с соляной интрузией

Существенные проблемы возникают при использовании лучевого метода в средах, где существуют резкие вариации распределения скоростей. На контрастных границах стандартные лучи ведут себя очень неустойчиво, начинают «рассеиваться» в стороны от ожидаемого пути распространения. При этом возникают так называемые «зоны тени», т. е. такие области модели, куда лучи не проникают вовсе. Такое поведение очевидно нефизично, с точки зрения теории распространения реальных сейсмических сигналов. В приложении сейсморазведки одна из наиболее неблагоприятных для лучевого метода ситуаций возникает при моделировании в средах, содержащих соляные интрузии, которые могут иметь весьма сложную форму. Скорости сейсмических волн в соли, как правило, заметно выше, чем в окружающих осадочных породах. В силу этих причин весьма проблематично построить лучи, проходящие

через соляное тело и рассчитать соответствующие времена. Далее мы покажем, что с помощью простых в построении лучей Ломакса можно весьма успешно решать проблему трассировки в присутствии солевых тел.

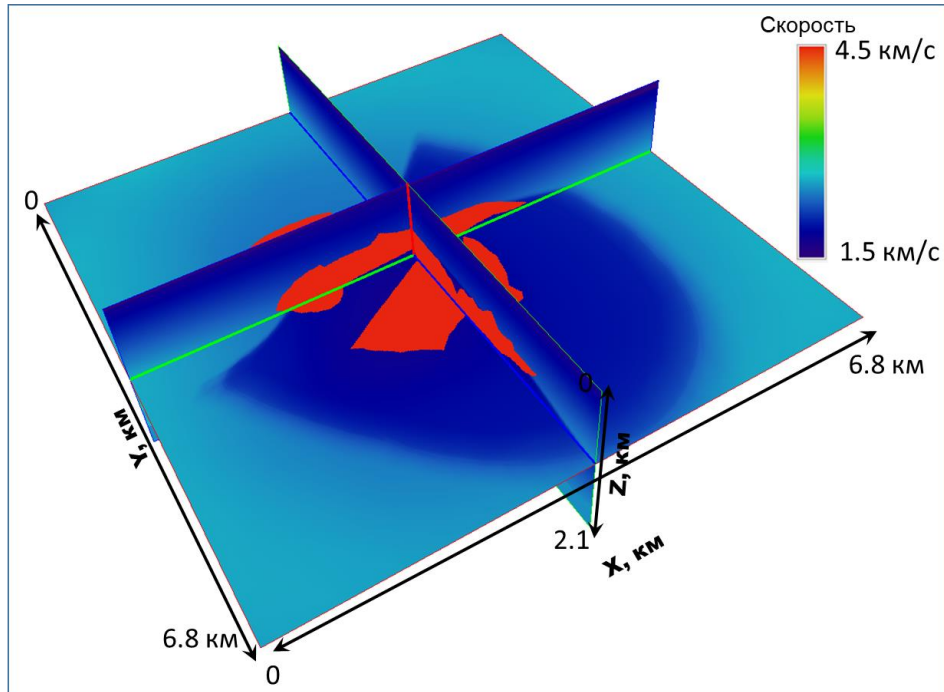


Рис. 5. Скоростная модель 3D SEG Salt (масштабированная на шаг 10 м)

На рисунке 5 приведена известная трехмерная скоростная модель 3D SEG Salt (Aminzadeh et al., 1996) с соляным телом сложной формы (показано красным). Самая верхняя часть модели представляет собой неглубокий слой воды со скоростью 1500 м/с. Скорость продольных волн в соли составляет 4500 м/с в то время как в окружающей среде (моделирующей вмещающие осадочные породы) скорость P -волн не превосходит 3200 м/с. Модель задана на регулярной сетке с числом точек $N_x = 676$, $N_y = 676$, $N_z = 211$. Для наших экспериментов мы задавали одинаковый пространственный шаг по всем направлениям $dx = dy = dz = 10$ м. Таким образом, размер модели составляет 6750×6750×2100 м. Предполагается, что точечный источник расположен в точке с координатами $X_s = 3200$ м, $Y_s = 3200$ м, $Z_s = 100$ м. Наша цель в этом эксперименте – рассчитать и сравнить таблицы времен первых вступлений с помощью стандартных лучей и лучей Ломакса.

Для расчета лучей Ломакса использовались следующие параметры: «частота луча» $\nu = 5$ Гц, $l = 0.5$, $\theta_{max} = 0.5$, $\alpha = 1$, $dt = 0.002$ мс, число контрольных точек равнялось 30. Параметр ν выбирался в данном случае из следующих соображений. С одной стороны, нам требуется достаточно уверенный проход лучей через соляное тело. Это свойство становится тем лучше, чем меньше значение ν . С другой стороны, мы требуем, чтобы поведение лучей Ломакса не слишком отличалось от поведения стандартных лучей в простой части модели, т. е. там, где нет солевого тела. Для этого необходимо увеличивать значение ν . Опытным путем было определено, что значение $\nu = 5$ Гц позволяет добиться компромисса.

На рисунке 6, а, б представлены 50 лучей, построенные для одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = 0$ при равномерном изменении углов наклона. На рисунке 7, а, б показана проекция этих лучей на дневную поверхность XY (т. е. «вид сверху»). Можно сразу заметить, что поведение стандартных лучей и лучей Ломакса на низкой частоте заметно отличается. Отметим, что лучи существенно трехмерны, т. е. далеко выходят из вертикальной плоскости XZ , лежащей в точке с источником $Y_s = 3200$ м.

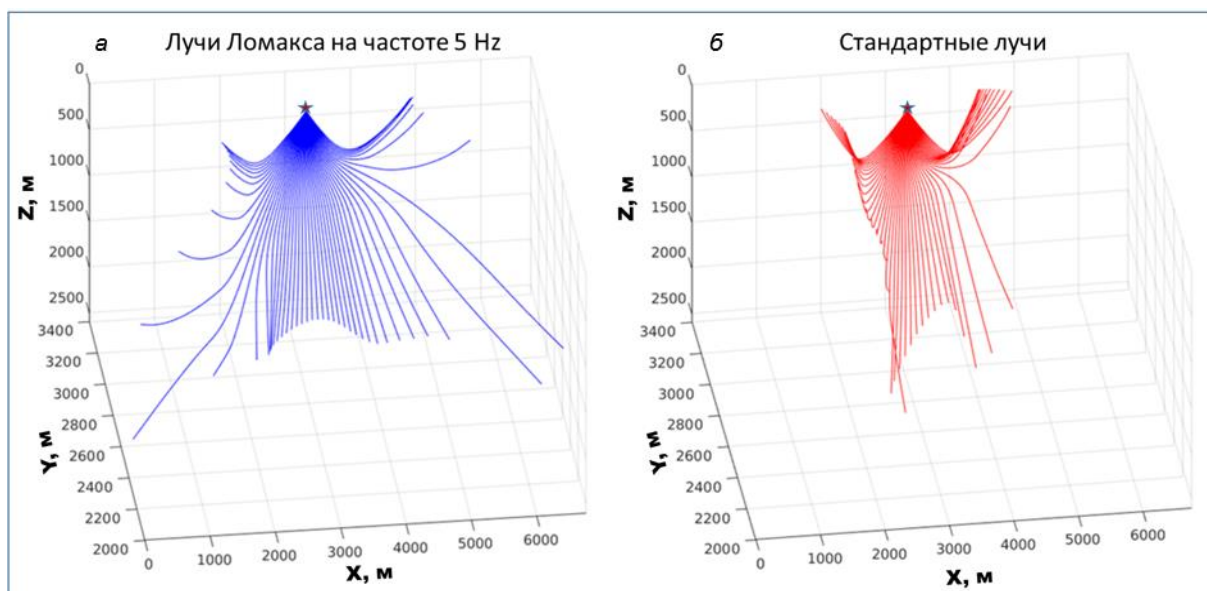


Рис. 6. Лучи, рассчитанные в трехмерной скоростной модели 3D SEG Salt для одного источника (отмечен звездочкой) и одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = 0$: а – лучи Ломакса при значении параметра $\nu = 5$ Гц, б – стандартные лучи

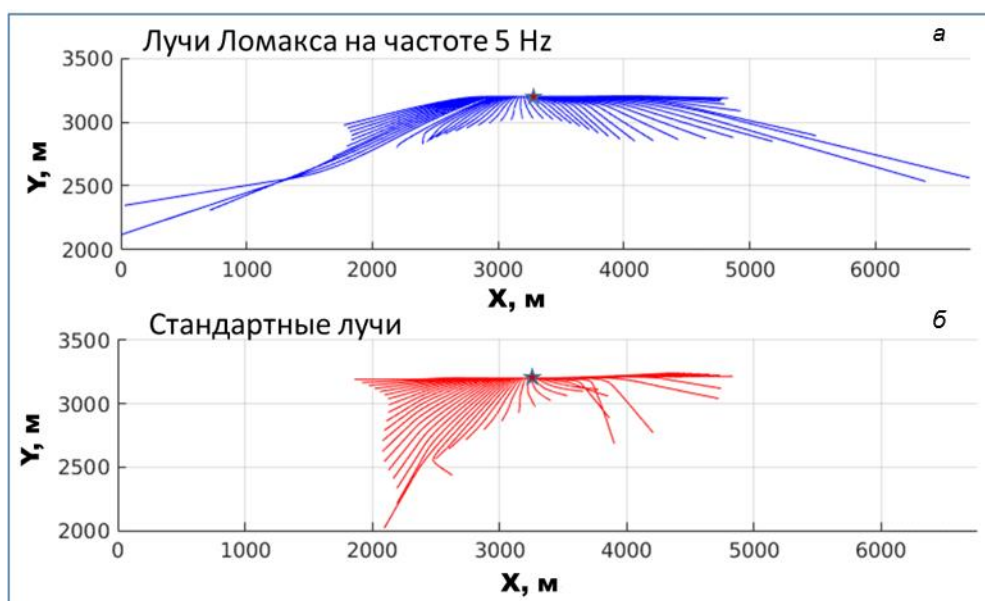


Рис. 7. Проекция на дневную поверхность XY лучей, рассчитанных в трехмерной скоростной модели 3D SEG Salt для одного источника (отмечен звездочкой) и одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = 0$: а – лучи Ломакса при значении параметра $\nu = 5$ Гц, б – стандартные лучи

Для расчета таблиц времен первых вступлений плотность лучей в модели должна быть достаточно высока, поэтому трассировка производится с небольшими инкрементами по углам выхода. Поскольку мы хотим покрыть лучами всю область, углы выхода должны лежать в интервалах: $\varphi_{AZ} = [0, 360^\circ]$, $\varphi_{Dip} = [0, 360^\circ]$. Мы строим семейство из 500×500 лучей (количество лучей при вариации азимута и угла наклона соответственно). Таким образом, инкременты по углам в данном случае составляют 0.72° .

На рисунке 8 представлены таблицы времен для стандартных лучей и лучей Ломакса. Можно видеть, что в таблице, построенной стандартными лучами, существуют обширные «зоны тени» – области,

куда лучи вообще не приходят в силу сложности модели и ограничений самого лучевого метода (в таких точках значение времени пробега равно нулю). Дальнейшие численные эксперименты в рассматриваемой модели показали, что при увеличении количества выпускаемых стандартных лучей, освещенность ими модели существенно не улучшается, при этом никак не удается получить устойчивое прохождение лучей через соляное тело. На рисунке 8, б представлена таблица времен по лучам Ломакса на «частоте» 5 Гц. Как можно видеть, она почти полностью заполнена, что говорит о регулярности поля лучей. Невязка времен по лучам Ломакса в сравнении с временами, полученными конечно-разностным методом, для скалярного волнового уравнения не превышает 6 мс, что мы считаем вполне приемлемым результатом для такой сложной модели.

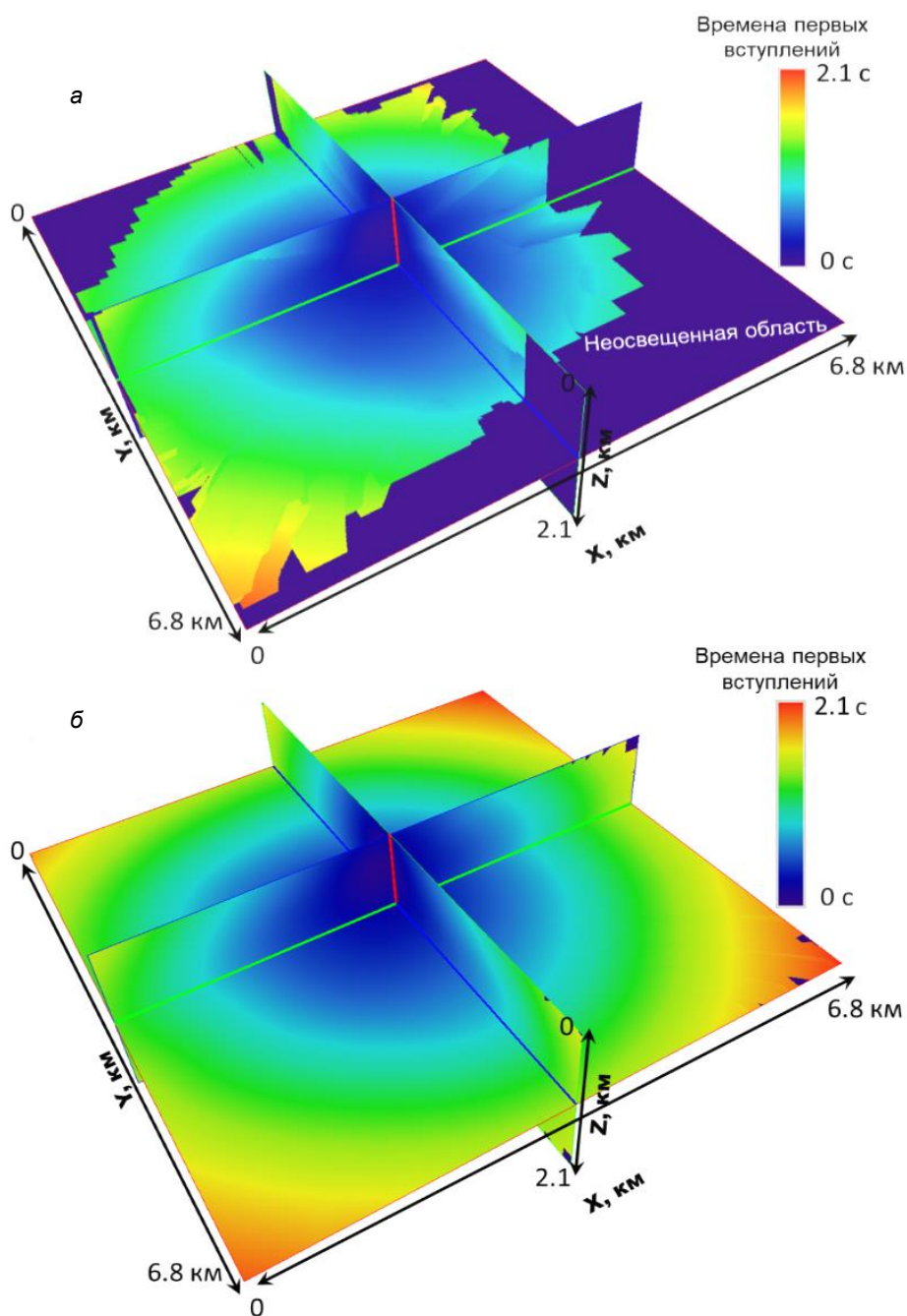


Рис. 8. Таблицы времен, рассчитанные в трехмерной скоростной модели 3D SEG Salt для одного источника: а – стандартные лучи, б – лучи Ломакса при значении параметра $\nu = 5$ Гц

При увеличении параметра ν , лучи Ломакса становятся все ближе к стандартным лучам и, начиная с некоторого момента ($\nu \sim 30$ Гц), уже неразличимы от них, что вполне ожидаемо. Отметим, что построение лучей Ломакса требует заметно большего вычислительного времени, чем стандартные лучи. Это связано с тем, что на каждом шаге по времени приходится вычислять значение скорости, сглаженной вдоль фронта, а это подразумевает многократное обращение к массиву, задающему скоростную модель, т. е. происходит многократное обращение к оперативной памяти. При увеличении числа контрольных точек время счета увеличивается практически линейно. Число контрольных точек должно быть достаточным для того, чтобы учесть трехмерные вариации скорости в окрестности луча. Если их количество будет недостаточным, это приведет к неустойчивости в поведении луча. В обратном случае это приводит к существенному увеличению времени счета безо всякого видимого улучшения результата.

Пример 2. Расчет волнового поля в частотной области

Далее мы приведем пример расчета трехмерных акустических волновых полей в частотной области лучевым методом на основе лучей Ломакса и сравним результаты с полным волновым полем, полученным при численном решении уравнения Гельмгольца (4).

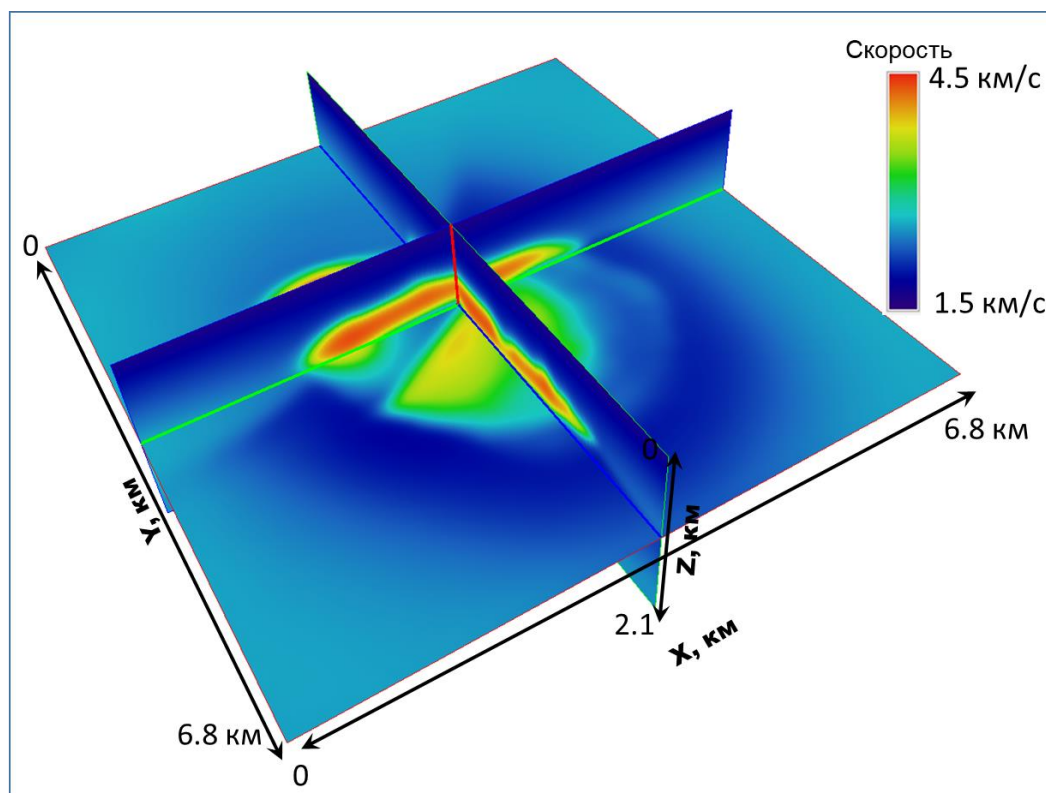


Рис. 9. Сглаженная скоростная модель 3D SEG Salt, которая использовалась для расчета акустических волновых полей лучевым методом

Отметим, что при численном решении полного волнового уравнения в негладкой модели полученное волновое поле будет содержать волны, отраженные от границ раздела областей с разными значениями скоростей. В лучевом же методе мы вычисляем времена пробега и амплитуды только для первых вступлений, т. е. для прямой волны от источника. Отраженные волны не будут присутствовать в волновом поле, которое получено лучевым методом. Для того чтобы провести сравнение двух результатов «в равных условиях», мы используем сглаженную версию модели SEG Salt. Это делается,

чтобы не допустить проявления отражений при решении уравнения Гельмгольца (рис. 9). Гладкая скоростная модель получается при применении к исходной модели трехмерного сглаживающего фильтра на основе функции Гаусса с пространственным окном 200 м по каждому направлению. Полное волновое поле рассчитывается при численном решении уравнения Гельмгольца с помощью итерационного метода, предложенного в (Belonosov et al., 2017). Итерационный решатель применяется на той же сетке, на которой задана сама скоростная модель. Параметры сетки те же, что и в предыдущем примере, $N_x = 676$, $N_y = 676$, $N_z = 211$, $dx = dy = dz = 10$ м. Точечный источник расположен в точке $X_S = 3200$ м, $Y_S = 3200$ м, $Z_S = 100$ м.

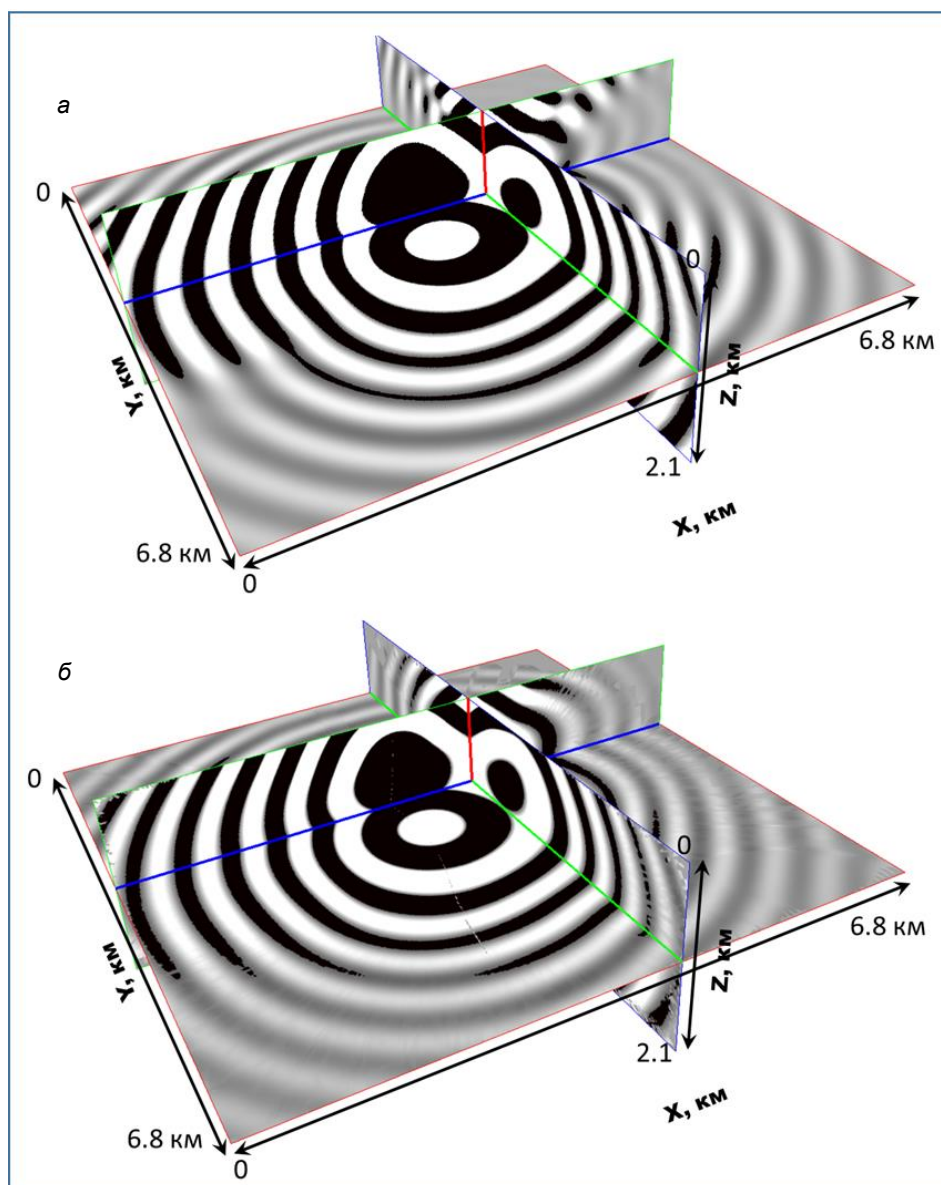


Рис. 10. Волновое поле в частотной области на частоте 5 Гц (реальная часть): а – волновое поле, полученное при решении уравнения Гельмгольца (полное волновое поле); б – волновое поле, рассчитанное лучевым методом с использованием лучей Ломакса

На рисунке 10, а представлена реальная часть полного волнового поля на частоте 5 Гц. Для расчета волнового поля лучевым методом, как и в предыдущем примере, было взято семейство из 500×500 лучей. Несмотря на то что модель достаточно гладкая, стандартные лучи не покрывают расчетную область с достаточной плотностью, которая необходима для вычисления амплитуд описанным

выше способом. Как и в предыдущем примере в модели остаются неосвещенные области и, как следствие, «дыры» в таблицах времен и амплитуд. Конечно их размер заметно меньше, чем для исходной модели, но все равно такой результат нельзя считать приемлемым. Лучи Ломакса успешно справляются с задачей. В этом примере использовались те же параметры лучей Ломакса, что и в предыдущем. На рисунке 10, б изображено волновое поле, полученное лучевым методом с лучами Ломакса в сравнении с «полным» волновым полем на частоте 5 Гц. Для того чтобы продемонстрировать их сходство более наглядно, мы приводим одномерные сечения волновых полей по вертикали и в латеральном направлении X (рис. 11). Сечения взяты в плоскости $Y=2000$ м. Совпадение можно считать вполне приемлемым. Среднеквадратическая ошибка решений составляет порядка 8 %.

Все вычисления производились на рабочей станции с процессором Intel Core i7-3770K 3.50 GHz CPU (4 ядра) и 32 Gb RAM. Полный цикл вычисления функции Грина (трассировка, расчет амплитуд, интерполяция на регулярную сетку) занял ~6 мин (задействовались все 4 ядра). Наиболее затратная часть – построение лучей – занимает порядка 85 % всего времени. Расчет полного волнового поля с помощью оптимизированного итерационного решателя требует ~7 мин при тех же входных условиях (здесь имеется в виду размер сетки и число вычислительных узлов). Время вычислений при решении уравнения Гельмгольца быстро возрастает при увеличении частоты (требуется более плотная сетка для предотвращения численной дисперсии). Еще раз отметим, что при лучевом моделировании после того как получены таблицы времен и амплитуд, расчет функций Грина на разных частотах производится очень быстро, т. к. нет необходимости в пересчете лучей.

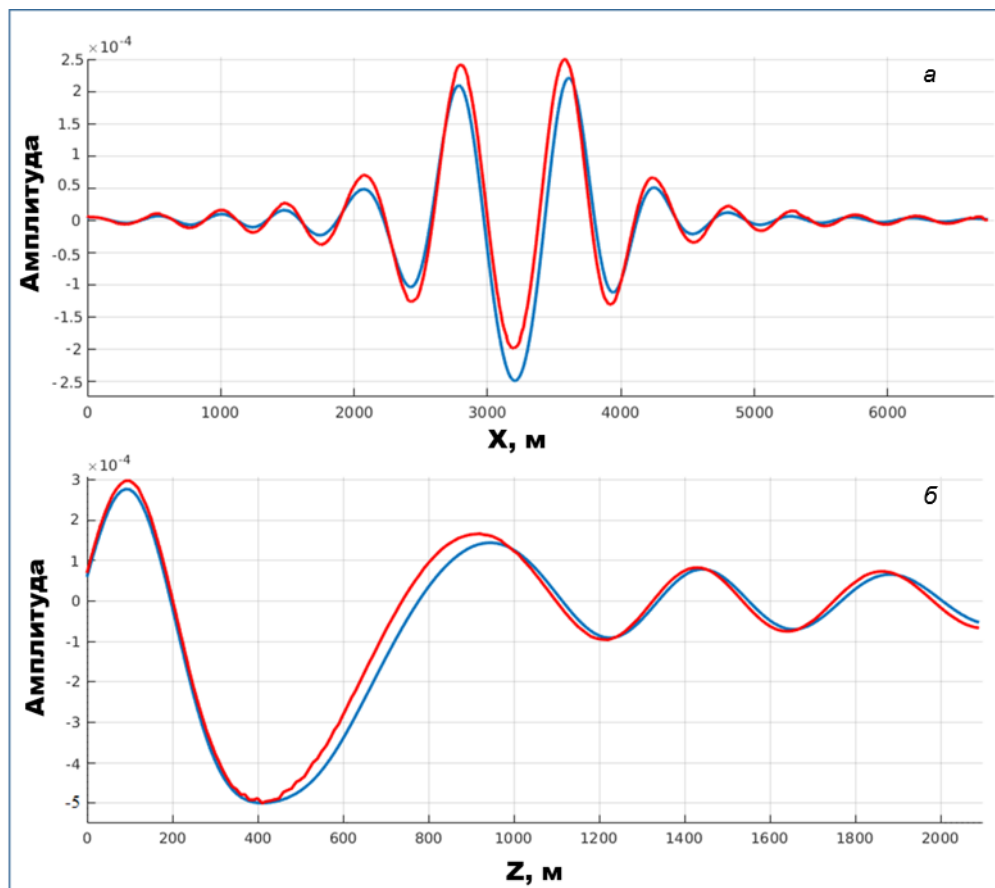


Рис. 11. 1D сечения трехмерных волновых полей с рис. 10 в плоскости $Y=2000$ м: а – горизонтальное сечение ($Z=1000$ м); б – вертикальное сечение ($X = 2000$ м). «Полное» волновое поле показано синим, асимптотическое решение на основе лучей Ломакса изображено красным

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы рассмотрели лучи Ломакса в трехмерном пространстве. По своему построению они позволяют аппроксимировать распространение широкополосных сигналов в реальных средах. При построении лучей Ломакса ключевыми являются два момента: 1) локальное сглаживание интервальных скоростей вдоль локально плоского фрагмента волнового фронта; 2) движение контрольных точек, расположенных в заданной окрестности луча, с помощью которых определяется положение фронта в следующей точке луча. Таким образом происходит аппроксимация движения локально плоского фрагмента волнового фронта. Свойства луча Ломакса определяются распределением скоростей в некоторой окрестности луча, а также от длины волны в каждой точке. Длина волны определяется с помощью задаваемого наперед «регуляризирующего» параметра, который мы называем «частота луча». Мы провели сравнение лучей Ломакса со стандартными лучами в задаче вычисления времен первых вступлений в сложных моделях, которое показало, что лучи Ломакса гораздо более устойчивы к резким неоднородностям модели, чем стандартные лучи.

С использованием лучевого метода на основе лучей Ломакса было проведено моделирование «асимптотического» акустического волнового поля в частотной области. Полученное решение сравнивалось с «полным» волновым полем, которое вычислялось при численном решении уравнения Гельмгольца. Сравнение показало удовлетворительное совпадение результатов в сглаженных моделях сред. Проведенные численные эксперименты демонстрируют, что лучи Ломакса могут вполне успешно применяться при решении прямых и обратных задач сейсмологии в сложных трехмерных средах.

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ЧНФ в рамках научного проекта № 20-55-26003.

The reported study was funded by RFBR and GACR, project No. 20-55-26003.

ЛИТЕРАТУРА

- Бабич В.М., Булдырев В.С.** Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. – М.: Наука, 1972. – 456 с.
- Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.** Геометрическая оптика неоднородных сред. – М.: Наука, 1980. – 306 с.
- Неклюдов Д.А., Протасов М.И.** Моделирование времен пробега и акустических волновых полей лучевым методом с аппроксимацией распространения широкополосного сигнала применительно к задачам сейсмологии // *Геофизические технологии*. – 2021. – № 3. – С. 4–17, doi: 10.18303/10.18303/2619-1563-2021-3-4.
- Протасов М.И., Осипов К.С.** Частотно-зависимое лучевое трассирование для неплоских границ // *Технологии сейсморазведки*. – 2014. – № 3. – С. 25–31.
- Aminzadeh F., Burkhard N., Long J., Kunz T., Duclos P.** Three-dimensional SEG/EAGE models – An Update // *The Leading Edge*. – 1996. – Vol. 15 (2). – P. 131–134, doi: 10.1190/1.1437283.
- Belonosov M., Dmitriev M., Kostin V., Neklyudov D., Tcheverda V.** An iterative solver for the 3D Helmholtz equation // *Journal of Computational Physics*. – 2017. – Vol. 345. – P. 330–344, doi: 10.1016/j.jcp.2017.05.026.
- Ben-Menahem A., Beydoun W.B.** Range of validity of seismic ray and beam methods in general inhomogeneous media – I. General theory // *Geophysical Journal International*. – 1985. – Vol. 82 (2). – P. 207–234, doi: 10.1111/j.1365-246X.1985.tb05135.x.
- Bube K.P., Washbourne J.K.** Wave tracing: Ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // *Geophysics*. – 2008. – Vol. 73 (5). – P. VE377–VE384, doi: 10.1190/1.2963514.

- Bulant P., Klimeš L.** Interpolation of ray theory traveltimes within ray cells // *Geophysical Journal International*. – 1999. – Vol. 139 (2). – P. 273–282, doi: 10.1046/j.1365-246x.1999.00919.x.
- Červeny V.** *Seismic ray theory*. – Cambridge University Press, 2001.
- Červeny V., Soares J.E.P.** Fresnel volume ray tracing // *Geophysics*. – 1992. – Vol. 57 (7). – P. 902–915, doi: 10.1190/1.1443303.
- Červeny V., Molotkov I.A., Psencik I.** *Ray theory in seismology*. – Charles University Press, 1977.
- Dahlen F.A., Hung S.-H., Nolet G.** Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes – I. Theory // *Geophysical Journal International*. – 2000. – Vol. 141 (1). – P. 157–174, doi: 10.1046/j.1365-246X.2000.00070.x.
- Lomax A.** The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // *Geophysical Journal International*. – 1994. – Vol. 117 (2). – P. 313–334, doi: 10.1111/j.1365-246X.1994.tb03935.x.
- Lucio P.S., Lambaré G., Hanyga A.** 3D multivalued travel time and amplitude maps // *Pure and Applied Geophysics*. – 1996. – Vol. 148. – P. 449–479, doi: 10.1007/BF00874575.
- Marquering H., Dahlen F.A., Nolet G.** Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes: the banana-doughnut paradox // *Geophysical Journal International*. – 1999. – Vol. 137 (3). – P. 805–815, doi: 10.1046/j.1365-246x.1999.00837.x.
- Protasov M., Gadylishin K.** Computational method for exact frequency-dependent rays on the basis of the solution of the Helmholtz equation // *Geophysical Journal International*. – 2017. – Vol. 210 (1). – P. 525–533, doi: 10.1093/gji/ggx188.
- Vasco D.W., Nihei K.** Broad-band trajectory mechanics // *Geophysical Journal International*. – 2019. – Vol. 216 (2), 745–759, doi: 10.1093/gji/ggy435.
- Vasco D.W., Peterson J. E., Majer E.L.** Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel volumes // *Geophysics*. – 1995. – Vol. 60 (6). – P. 1790–1804, doi: 10.1190/1.1443912.
- Yarman C.E., Cheng X., Osypov K., Nichols D., Protasov M.** Band-limited ray tracing // *Geophysical Prospecting*. – 2013. – Vol. 61 (6). – P. 1194–1205, doi: 10.1111/1365-2478.12055.

REFERENCES

- Aminzadeh F., Burkhard N., Long J., Kunz T., Duclos P.** Three-dimensional SEG/EAGE models – An Update // *The Leading Edge*. – 1996. – Vol. 15 (2). – P. 131–134, doi: 10.1190/1.1437283.
- Babich V.M., Buldyrev V.S.** *Asymptotical methods in problems of short-wavelength diffraction [in Russian]*. – Nauka, Moscow, 1972.
- Belonosov M., Dmitriev M., Kostin V., Neklyudov D., Tcheverda V.** An iterative solver for the 3D Helmholtz equation // *Journal of Computational Physics*. – 2017. – Vol. 345. – P. 330–344, doi: 10.1016/j.jcp.2017.05.026.
- Ben-Menahem A., Beydoun W.B.** Range of validity of seismic ray and beam methods in general inhomogeneous media – I. General theory // *Geophysical Journal International*. – 1985. – Vol. 82 (2). – P. 207–234, doi: 10.1111/j.1365-246X.1985.tb05135.x.
- Bube K.P., Washbourne J.K.** Wave tracing: Ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // *Geophysics*. – 2008. – Vol. 73 (5). – P. VE377–VE384, doi: 10.1190/1.2963514.
- Bulant P., Klimeš L.** Interpolation of ray theory traveltimes within ray cells // *Geophysical Journal International*. – 1999. – Vol. 139 (2). – P. 273–282, doi: 10.1046/j.1365-246x.1999.00919.x.
- Červeny V.** *Seismic ray theory*. – Cambridge University Press, 2001.
- Červeny V., Soares J.E.P.** Fresnel volume ray tracing // *Geophysics*. – 1992. – Vol. 57 (7). – P. 902–915, doi: 10.1190/1.1443303.

- Červený V., Molotkov I.A., Psencik I.** Ray theory in seismology. – Charles University Press, 1977.
- Dahlen F.A., Hung S.-H., Nolet G.** Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes – I. Theory // *Geophysical Journal International*. – 2000. – Vol. 141 (1). – P. 157–174, doi: 10.1046/j.1365-246X.2000.00070.x.
- Gadylshin K., Protasov M.** Construction of exact frequency-dependent rays with the known solution of the Helmholtz equation // *Computational Methods and Programming: New Computational Technologies*. – 2015. – Vol. 4. – P. 586–594.
- Kravtsov Y.A., Orlov Y.I.** Geometrical optics of inhomogeneous media [in Russian]. – Nauka, Moscow, 1980.
- Lomax A.** The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // *Geophysical Journal International*. – 1994. – Vol. 117 (2). – P. 313–334, doi: 10.1111/j.1365-246X.1994.tb03935.x.
- Lucio P.S., Lambaré G., Hanyga A.** 3D multivalued travel time and amplitude maps // *Pure and Applied Geophysics*. – 1996. – Vol. 148. – P. 449–479, doi: 10.1007/BF00874575.
- Marquering H., Dahlen F.A., Nolet G.** Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes: the banana-doughnut paradox // *Geophysical Journal International*. – 1999. – Vol. 137 (3). – P. 805–815, doi: 10.1046/j.1365-246x.1999.00837.x.
- Neklyudov D.A., Protasov M.I.** Simulation of traveltimes and acoustic wave fields by the ray method with approximation of the propagation of a broadband signal as applied to seismic problems // *Russian Journal of Geophysical technologies*. – 2021. – Vol. 3. – P. 4–17, doi: 10.18303/10.18303/2619-1563-2021-3-4.
- Protasov M., Gadylshin K.** Computational method for exact frequency-dependent rays on the basis of the solution of the Helmholtz equation // *Geophysical Journal International*. – 2017. – Vol. 210 (1). – P. 525–533, doi: 10.1093/gji/ggx188.
- Vasco D.W., Nihei K.** Broad-band trajectory mechanics // *Geophysical Journal International*. – 2019. – Vol. 216 (2), 745–759, doi: 10.1093/gji/ggy435.
- Vasco D.W., Peterson J. E., Majer E.L.** Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel volumes // *Geophysics*. – 1995. – Vol. 60 (6). – P. 1790–1804, doi: 10.1190/1.1443912.
- Yarman C.E., Cheng X., Osypov K., Nichols D., Protasov M.** Band-limited ray tracing // *Geophysical Prospecting*. – 2013. – Vol. 61 (6). – P. 1194–1205, doi: 10.1111/1365-2478.12055.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

НЕКЛЮДОВ Дмитрий Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории многоволновых сейсмических исследований Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: сейсмическая томография, выделение полезного сигнала в сейсмических данных.

ПРОТАСОВ Максим Игоревич – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории многоволновых сейсмических исследований Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: исследования в области разработки алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

*Статья поступила в редакцию 2 мая 2023 г.,
принята к публикации 14 июня 2023 г.*