



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ МЕТОДОМ ФАЗОВОГО ПОЛЯ

Т.С. Хачкова^{1,✉}, Е.А. Гондюл², В.В. Лисица¹, Д.И. Прохоров², В.И. Костин¹

¹Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

²Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 4, Россия,

✉Татьяна Станиславовна Хачкова, KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1595-7142>

Аннотация. Описан подход к численному моделированию двухфазных флюидопотоков, основанный на методе фазового поля, в котором фазы задаются функцией концентрации. Эта функция является гладкой, так что межфазная граница заменяется достаточно тонким слоем, в котором значения функции концентрации непрерывно изменяются. Такое представление позволяет устойчиво вычислять силы поверхностного натяжения и проводить учет угла смачивания при использовании метода конечных разностей для численного моделирования флюидопотоков и переноса фазы. Работоспособность подхода иллюстрируется на ряде тестовых примеров.

Ключевые слова: многофазные флюидопотоки, метод фазового поля, цифровой керн

Финансирование: работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022 и при поддержке Российского научного фонда, грант № 19-77-20004-П.

Для цитирования: Хачкова Т.С., Гондюл Е.А., Лисица В.В., Прохоров Д.И., Костин В.И. Численное моделирование двухфазных потоков методом фазового поля // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 60–71. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-60.

NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE FLOWS ON THE BASE OF PHASE-FIELD METHOD

T.S. Khachkova^{1,✉}, E.A. Gondul², V.V. Lisitsa¹, D.I. Prokhorov², V.I. Kostin¹

¹Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptuyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

²Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Koptuyug Ave., 4, Novosibirsk, 630090, Russia,

✉Tatyana S. Khachkova, KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1595-7142>

Abstract. We present a numerical approach to simulate the two-phase flows. The approach is based on the phase-field method where the phase is defined by the concentration function. This function smoothly varied from zero to one to distinguish between the phases. However, the phase interface is substituted by a thin enough layer where the phases are artificially mixed. Such representation of the phases simplifies evaluation of the interfacial tension and approximation of the wetting angles when the finite differences are used to approximate the problem. We verified the approach over a series of tests.

Keywords: multi-phase flows, phase-field method, digital rock physics

Funding: The study was carried out as part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0022, and supported by the Russian Science Foundation, Project No. 19-77-20004-P.

For citation: Khachkova T.S., Gondul E.A., Lisitsa V.V., Prokhorov D.I., Kostin V.I. Numerical simulation of two-phase flows on the base of phase-field method // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 60–71. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-60.

ВВЕДЕНИЕ

Основным направлением развития технологии «цифровой керн» или вычислительной физики горных пород является моделирование флюидопотоков на масштабе пор. Это обусловлено высоким интересом со стороны промышленности, поскольку оценки проницаемости горных пород, как абсолютной, так и относительной фазовой, являются ключевыми параметрами при гидродинамическом моделировании и оптимизации процессов разработки месторождений углеводородов.

Наиболее простой задачей является оценка абсолютной проницаемости, основанная на решении стационарного уравнения Стокса в поровом пространстве [Andra et al., 2013b; Базайкин и др., 2016; Хачкова и др., 2023]. При этом оценки относительной фазовой проницаемости, остаточных нефте- и водонасыщения, а также построение кривых ОФП и капиллярного давления требуют решения гораздо более сложной задачи – расчета многофазных течений в поровом пространстве со сложной топологией. Основной проблемой такого моделирования является необходимость учета подвижной границы раздела фаз. Существует несколько подходов к решению этой проблемы, например, методы прямого отслеживания фронта [Groot et al., 2018], метод поверхности уровня или level-set [Croce et al., 2004; Gibou et al., 2018; Bahbah et al., 2019], метод фазового поля [Jacqmin, 1999; Chiu, Lin, 2011; Kim, 2012; Zhao, Han, 2021]. Первый подход трудно реализовать в трехмерном случае, особенно в областях со сложной топологией. Прямое отслеживание границы требует отдельного рассмотрения каждого события отрыва капли от общего потока, разделения интерфейса на несколько и т. д. Второй подход позволяет неявно определить интерфейс как нулевой уровень функции расстояния со знаком. Это позволяет обрабатывать сложную геометрию расчетной области. Однако численная ошибка в решении, полученном этим методом, проявляется в нефизичном изменении объема фаз, что требует дополнительной регуляризации [Jettestuen et al., 2021]. Кроме того, силы поверхностного натяжения, возникающие на границе раздела фаз, зависят от кривизны этой границы, что требует вычисления второй производной от этой поверхности. В случае, когда она задается методом поверхности уровня, такие вычисления подвержены высокому уровню численной ошибки. Более того, аппроксимация условия на угол смачивания также является сложной задачей для этого метода [Lepilliez et al., 2016]. В методе фазового поля применяется подход диффузного интерфейса, т. е. граница раздела фаз сглаживается на нескольких ячейках сетки. Это делает функцию концентрации достаточно гладкой, чтобы ее можно было аппроксимировать сеточными функциями, используемыми в методах конечных разностей, конечных объемов или конечных элементов [Kim, 2012]. В такой математической модели флюидопоток удовлетворяет уравнению Навье–Стокса с переменной плотностью и вязкостью флюида, а перенос фазы (функция концентрации) – уравнению Кана–Хиллиарда четвертого порядка с нелинейными членами. Несомненно, такое уравнение выходит за рамки классической теории уравнений математической физики, однако его достаточно эффективно можно решать с использованием метода конечных разностей. При этом такой подход применим для расчета потоков в областях со сложной топологией, т. е. в поровом пространстве горных пород.

В данной работе представлена система уравнений Навье–Стокса–Кана–Хиллиарда для описания двухфазных флюидопотоков в областях со сложной геометрией. Для этой системы приводится явная конечно-разностная аппроксимация, позволяющая выполнять расчет решения с применением

современных вычислительных систем. Для подтверждения работоспособности подхода представлены результаты тестовых расчетов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В рамках этого исследования для построения модели используются сегментированные микротомографические изображения горной породы [Andra et al., 2013a], в которых значение, равное единице, соответствует поровому пространству, а ноль – матрице породы. Предполагается, что порода мономинеральная, что влечет постоянство угла смачивания, однако подход без труда обобщаем на случай полиминеральной породы. Формально можно ввести в рассмотрение область (образец) $\Omega = [0, L_1] \times [0, L_2] \times [0, L_3]$, где L_j – длина образца в направлении x_j , $j = 1, 2, 3$. В этой области выделяются две непересекающиеся подобласти Ω_s – непроницаемая матрица породы и Ω_p – поровое пространство. Далее необходимо ввести границы расчетной области, которые позволят конкретизировать граничные условия на них. Во-первых, через Γ обозначается граница раздела между поровым пространством и матрицей породы. Во-вторых, Γ_b – боковые границы образца: $x_2 = 0$, $x_2 = L_2$, $x_3 = 0$, $x_3 = L_3$. В зависимости от постановки задачи, эти границы могут быть проницаемыми либо полностью непроницаемыми. В рамках этой работы предполагается, что они непроницаемы, что соответствует помещению образца в муфту при проведении лабораторных экспериментов. При этом предполагается, что угол смачивания на границе с муфтой и с матрицей породы совпадают. В-третьих, вводятся поверхности: Γ_{in} , соответствующая $x_1 = 0$, и Γ_{out} для $x_1 = L_1$, через которые поддерживается поток флюида.

Флюидопоток в поровом пространстве описывается уравнением Навье–Стокса, в котором пренебрегается нелинейным слагаемым в силу малой скорости потока:

$$\begin{aligned} \rho(\psi) \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} &= -\nabla p + 2\nabla \cdot (v\epsilon(\vec{u})) + \vec{G}(\psi), \\ \nabla \cdot (\vec{u}) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

В этих обозначениях \vec{u} – вектор скорости, p – давление, $\rho(\psi)$ – плотность жидкости, зависящая от конкретной фазы, $v(\psi)$ – вязкость жидкости, также зависящая от фазы, $2\epsilon(u) = \nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T$ – удвоенный тензор деформации и $\vec{G}(\psi)$ – внешние силы. Здесь предполагается, что гравитационными силами можно пренебречь, поэтому внешние силы обусловлены только межфазным поверхностным натяжением.

Фазовый перенос удовлетворяет уравнению Кана–Хиллиарда [Kim, 2012]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \psi &= \nabla \cdot (M(\psi) \nabla \mu), \\ \mu &= F'(\psi) - \varepsilon^2 \Delta \psi, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\psi \in [0, 1]$ – параметр порядка, определяющий фазу, μ – химический потенциал (вспомогательная переменная), M – мобильность, которая обычно выбирается константой, ε – вспомогательный

параметр, определяющий ширину диффузной межфазной границы. Важно, что этот параметр пропорционален квадрату шага сетки. Потенциал $F(\psi)$ определяется как $F'(\psi) = 2\psi(\psi - 1)(2\psi - 1)$.

Внешние силы, обусловленные межфазным поверхностным натяжением, могут быть представлены несколькими моделями, однако в рамках данной работы рассматривается следующая зависимость:

$$\vec{G}(\psi) = -\frac{6\sqrt{2}}{\varepsilon}\psi \nabla\mu.$$

Необходимо также ввести в рассмотрение граничные условия:

$$\begin{aligned} \vec{u} = 0, \quad \nabla\mu \cdot \vec{n} = 0, \quad \nabla\psi \cdot \vec{n} = -\frac{\sqrt{2}}{\varepsilon}(\psi^2 - \psi)\cos(\theta), \quad \vec{x} \in \Gamma_b \cup \Gamma, \\ p = p_{out}, \quad \nabla\mu \cdot \vec{n} = 0, \quad \nabla\psi \cdot \vec{n} = 0, \quad \vec{x} \in \Gamma_{out}, \\ q = q_{in}, \quad \nabla\mu \cdot \vec{n} = 0, \quad \psi = \Psi_{in}, \quad \vec{x} \in \Gamma_{in}. \end{aligned}$$

Первый набор условий устанавливается на непроницаемых границах, обеспечивает прилипание флюида (равенство скорости нулю) и угол смачивания, равный θ , для первой фазы, т. е. для $\psi = 1$. Второе условие, на выходе, позволяет фазе свободно вытекать наружу и фиксирует давление на правой грани образца. Третье условие определяет расход флюида на левой грани образца и задает распределение фаз на входе. Начальные условия предполагаются заданными, то есть распределение $\psi(0, \vec{x})$ задано.

КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Для описания аппроксимации системы уравнений (1), (2) удобно сначала рассмотреть полудискретную постановку, в которой дискретизация проведена только по времени. При этом используется явная конечно-разностная схема первого порядка аппроксимации по времени, а решение уравнения Навье–Стокса рассчитывается с использованием проекционного метода. Тогда конечно-разностная схема имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho(\psi^n) \frac{\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^n}{\tau} = 2\nabla \cdot (\nu(\psi^n) \epsilon(\vec{u}^n)) + \vec{G}(\psi^n), \\ \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(\psi^n)} \nabla p^{n+1} \right) = \frac{1}{\tau} \nabla \cdot \vec{u}^{n+1/2}, \quad (3) \\ \rho(\psi^n) \frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^{n+1/2}}{\tau} = \nabla p^{n+1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\psi^{n+1} - \psi^n}{\tau} + \vec{u}^{n+1} \cdot \nabla \psi^n = M \Delta \mu^n, \\ \mu^n = F'(\psi^n) - \varepsilon^2 \Delta \psi^n, \quad (4) \end{aligned}$$

где τ – шаг схемы по времени. Из этого представления видно, что все переменные, кроме давления, вычисляются явно, а для определения давления на новом слое необходимо решать уравнение Пуассона.

Для его решения используется метод бисопряженных градиентов со спектральным предобуславливателем, представленным в работе [Хачкова и др., 2020].

Конечно-разностная схема будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho(\hat{\psi}_{i+1/2,jk}^n) \frac{(u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1/2} - (u_1)_{i+1/2,jk}^n}{\tau} &= 2 \sum_{m=1}^3 D_m [v(\hat{\psi}) \epsilon_{1m}]_{i+1/2,jk}^n + G_1(\hat{\psi}_{i+1/2,jk}^n), \\ \rho(\hat{\psi}_{ij+1/2,k}^n) \frac{(u_2)_{ij+1/2,k}^{n+1/2} - (u_2)_{ij+1/2,k}^n}{\tau} &= 2 \sum_{m=1}^3 D_m [v(\hat{\psi}) \epsilon_{2m}]_{ij+1/2,k}^n + G_2(\hat{\psi}_{ij+1/2,k}^n), \\ \rho(\hat{\psi}_{ijk+1/2}^n) \frac{(u_3)_{ijk+1/2}^{n+1/2} - (u_3)_{ijk+1/2}^n}{\tau} &= 2 \sum_{m=1}^3 D_m [v(\hat{\psi}) \epsilon_{3m}]_{ijk+1/2}^n + G_3(\hat{\psi}_{ijk+1/2}^n), \\ (v(\hat{\psi}) \epsilon_{11})_{ijk}^n &= v(\psi_{ijk}^n) D_1 [u_1]_{ijk}^n, \quad (v(\hat{\psi}) \epsilon_{22})_{ijk}^n = v(\psi_{ijk}^n) D_2 [u_2]_{ijk}^n, \quad (v(\hat{\psi}) \epsilon_{33})_{ijk}^n = v(\psi_{ijk}^n) D_3 [u_3]_{ijk}^n, \\ (v(\hat{\psi}) \epsilon_{23})_{ij+1/2,k+1/2}^n &= \frac{1}{2} v(\hat{\psi}_{ij+1/2,k+1/2}^n) (D_3 [u_2]_{ij+1/2,k+1/2}^n + D_2 [u_3]_{ij+1/2,k+1/2}^n), \\ (v(\hat{\psi}) \epsilon_{13})_{i+1/2,jk+1/2}^n &= \frac{1}{2} v(\hat{\psi}_{i+1/2,jk+1/2}^n) (D_3 [u_1]_{i+1/2,jk+1/2}^n + D_1 [u_3]_{i+1/2,jk+1/2}^n), \\ (v(\hat{\psi}) \epsilon_{12})_{i+1/2,j+1/2,k}^n &= \frac{1}{2} v(\hat{\psi}_{i+1/2,j+1/2,k}^n) (D_1 [u_2]_{i+1/2,j+1/2,k}^n + D_2 [u_1]_{i+1/2,j+1/2,k}^n), \\ \sum_{m=1}^3 Q_m [p, \rho(\psi)]_{ijk}^{n+1} &= \frac{1}{\tau} \sum_{m=1}^3 D_m [u_m]_{ijk}^{n+1/2}, \\ \rho(\hat{\psi}_{i+1/2,jk}^n) \frac{(u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1} - (u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1/2}}{\tau} &= D_1 [p]_{i+1/2,jk}^{n+1}, \\ \rho(\hat{\psi}_{ij+1/2,k}^n) \frac{(u_2)_{ij+1/2,k}^{n+1} - (u_2)_{ij+1/2,k}^{n+1/2}}{\tau} &= D_2 [p]_{ij+1/2,k}^{n+1}, \\ \rho(\hat{\psi}_{ijk+1/2}^n) \frac{(u_3)_{ijk+1/2}^{n+1} - (u_3)_{ijk+1/2}^{n+1/2}}{\tau} &= D_3 [p]_{ijk+1/2}^{n+1}, \\ \mu_{ijk}^n &= 2\psi_{ijk}^n (\psi_{ijk}^n - 1)(2\psi_{ijk}^n - 1) - \varepsilon^2 \sum_{m=1}^3 D_m^2 [\psi]_{ijk}^n, \\ \frac{\psi_{ijk}^{n+1} - \psi_{ijk}^n}{\tau} + \sum_{m=1}^3 D_m^F [u_m^{n+1} \psi^n]_{ijk} &= M \sum_{m=1}^3 D_m^2 [\mu]_{ijk}^n. \end{aligned}$$

В этих обозначениях конечно-разностные операторы имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} D_1^2 [q]_{IJK}^n &= \frac{q_{I+1JK}^n - 2q_{IJK}^n + q_{I-1JK}^n}{h_1^2}, \\ Q_1 [p, \rho(\psi)]_{ijk}^{n+1} &= \frac{1}{h_1} \left(\frac{1}{\hat{\rho}(\psi_{i+1/2,jk}^n)} \frac{p_{i+1jk}^{n+1} - p_{ijk}^{n+1}}{h_1} - \frac{1}{\hat{\rho}(\psi_{i-1/2,jk}^n)} \frac{p_{ijk}^{n+1} - p_{i-1jk}^{n+1}}{h_1} \right), \\ D_1 [q]_{IJK}^N &= \frac{q_{I+1/2JK}^N - q_{I-1/2JK}^N}{h_1}, \quad D_1^F [u_1^{n+1} \psi^n]_{ijk} = \frac{F_{i+1/2,jk}^1 - F_{i-1/2,jk}^1}{h_1}, \\ F_{i+1/2,jk}^1 &= \begin{cases} (u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1} \psi_{i+1,jk}^n, & (u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1} < 0, \\ (u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1} \psi_{ijk}^n, & (u_1)_{i+1/2,jk}^{n+1} > 0, \end{cases} \end{aligned}$$

где h_1 – шаг сетки по направлению x_1 . Индексы, записанные строчными буквами, могут принимать только целые значения, в то время как использование заглавных букв подразумевает, что они могут быть как целыми, так и полуцелыми. Операторы, аппроксимирующие производные по двум другим пространственным координатам, могут быть получены соответствующей заменой индексов.

При этом используются сдвинутые сетки, такие, что давление и параметр порядка определены в целых узлах $p_{ijk} = p((x_1)_i, (x_2)_j, (x_3)_k)$ и $\psi_{ijk} = \psi((x_1)_i, (x_2)_j, (x_3)_k)$, а компоненты скорости – в узлах с одним полуцелым индексом, т. е. $(u_1)_{i+1/2jk} = u_1((x_1)_{i+1/2}, (x_2)_j, (x_3)_k)$,
 $(u_2)_{ij+1/2k} = u_2((x_1)_i, (x_2)_{j+1/2}, (x_3)_k)$, $(u_3)_{ijk+1/2} = u_3((x_1)_i, (x_2)_j, (x_3)_{k+1/2})$.

Следует отметить, что полученная разностная схема обеспечивает первый порядок аппроксимации по времени и пространству. При этом порядок аппроксимации по пространству может быть повышен за счет использования более точных схем для аппроксимации переноса фазы. Сейчас для этой цели используется простейшая противопоточная схема, однако она может быть заменена на WENO схему третьего порядка [Liu et al., 1994].

Реализация описанного алгоритма ориентирована на использование графических сопроцессоров. При этом на всех этапах, кроме решения уравнения Пуассона, используются явные схемы, которые легко реализуются на CUDA. Для решения уравнения Пуассона применяется алгоритм, представленный в [Хачкова и др., 2020].

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для верификации разработанного алгоритма была проведена серия численных экспериментов – моделирование взаимодействия капли с твердой поверхностью при различных углах смачивания.

В качестве расчетной области Ω рассматривался куб со стороной $2 \cdot 10^{-4}$ м, а непроницаемый материал располагался в подобласти $x_1 \in [4 \cdot 10^{-5}, 6 \cdot 10^{-5}]$ м. При этом моделирование проводилось в отсутствие внешнего потока. Кроме того, рассматривались начальные условия двух типов. В первом смачивающая фаза 1 располагалась полусферой на поверхности $x_1 = 4 \cdot 10^{-5}$, а остальной объем расчетной области занимала несмачивающая фаза 0. При этом центр капли находился в точке $(4 \cdot 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-4})$ м. Второй тип представлял противоположную ситуацию: на поверхности рассматривалась капля несмачивающей фазы. Необходимо отметить, что во всех экспериментах фаза 1 предполагалась смачивающей, и угол смачивания измерялся по отношению к ней, так что он всегда меньше 90° . Остальные параметры жидкостей были фиксированы: $\rho_1 = 1000$ кг/м³, $\nu_1 = 3.8 \cdot 10^{-4}$ Па/с, $\rho_0 = 880$ кг/м³, $\nu_0 = 3.027 \cdot 10^{-3}$ Па/с, межфазное натяжение $\sigma = 2.571 \cdot 10^{-2}$ Н/м. При моделировании использовались пространственные шаги равные $2 \cdot 10^{-6}$ м. В результате радиус начальной полусферы составлял 20 узлов сетки.

Под воздействием сил поверхностного натяжения в зависимости от угла смачивания капля принимает форму сегмента сферы с радиусом кривизны, который оценивается по формуле:

$$R_f = R_0 \left(\frac{2}{2 - 3\cos(\theta) + \cos^3(\theta)} \right)^{1/3},$$

где R_0 – начальный радиус капли (полусферы). Кроме того, можно оценить перепад давления в капле и вне ее следующим образом:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R_f}.$$

Теоретическая оценка разницы давлений внутри и снаружи капли и результаты численных экспериментов приведены в табл. 1. Видно, что ошибка вычислений не превосходит 5 %. Для иллюстрации решения на рис. 1 приводятся двумерные сечения решения для случаев $\theta = 60^\circ$ и $\theta = 120^\circ$.

Таблица 1

Теоретическая оценка (ΔP_t) и результаты моделирования (ΔP_n) разности давлений внутри и снаружи капли, помещенной на плоскую поверхность, для разных углов смачивания

угол	R_f	ΔP_t	ΔP_n	угол	R_f	ΔP_t	ΔP_n
20	$22 \cdot 10^{-5}$	224.8	219	160	$3.18 \cdot 10^{-5}$	1618	1703
30	$13 \cdot 10^{-5}$	379	376	150	$3.19 \cdot 10^{-5}$	1612	1697
40	$9.46 \cdot 10^{-5}$	543	547	140	$3.22 \cdot 10^{-5}$	1598	1690
50	$7.24 \cdot 10^{-5}$	710	719	130	$3.27 \cdot 10^{-5}$	1572	1658
60	$5.89 \cdot 10^{-5}$	872	889	120	$3.36 \cdot 10^{-5}$	1530	1607
70	$5.02 \cdot 10^{-5}$	1025	1049	110	$3.5 \cdot 10^{-5}$	1469	1533
80	$4.42 \cdot 10^{-5}$	1163	1198	100	$3.71 \cdot 10^{-5}$	1387	1439

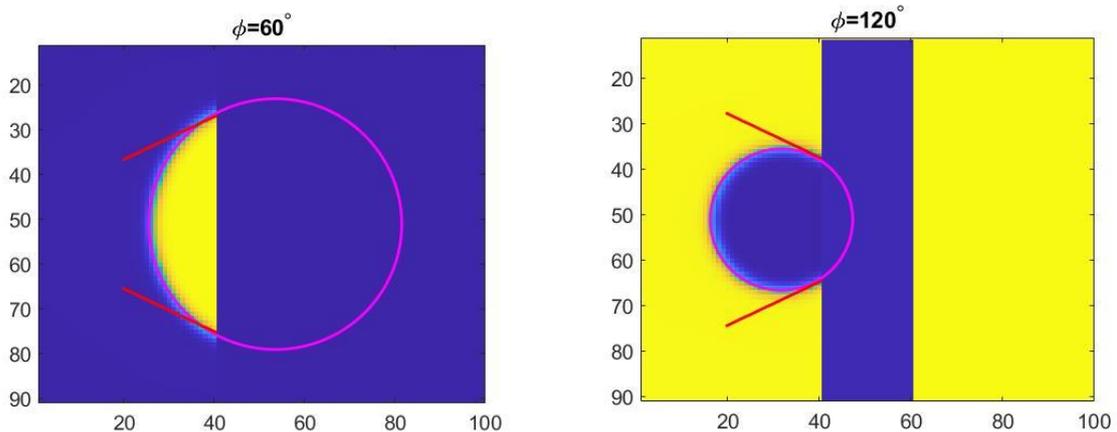


Рис. 1. Двумерные сечения капель на непроницаемой поверхности, соответствующие углам смачивания 60° (слева) и 120° (справа). Круг представляет поперечное сечение теоретически предсказанной формы капли. Наклон линий соответствует углам смачивания.

Для иллюстрации применимости разработанного подхода к моделированию двухфазных флюидопотоков в поровом пространстве горных пород был проведен численный эксперимент, в котором в качестве цифровой модели рассматривалось микротомографическое изображение песчаника Берсимер

с разрешением 3.5 мкм на воксель. При этом размер расчетной области составлял 100^3 вокселей. Проводилось моделирование первичного дренажа – начального этапа в лабораторном эксперименте по оценке относительных фазовых проницаемостей породы, когда в полностью водонасыщенный образец закачивается нефть. Параметры флюидов выбирались следующими: плотность воды $\rho_w = 1000$ кг/м³ и ее динамическая вязкость $\nu_w = 3.8 \cdot 10^{-4}$ Па/с; для нефти $\rho_o = 880$ кг/м³, $\nu_o = 4.027 \cdot 10^{-3}$ Па/с; межфазное натяжение $\sigma = 2.571 \cdot 10^{-2}$ Н/м, угол смачивания для воды (смачивающей фазы) $\theta = 38.7^\circ$. Поток, заданный на входе, составлял $1.2 \cdot 10^{-8}$ м³/с.

На рисунке 2 представлено взаимное расположение фаз в поровом пространстве образца в различные моменты времени. Синим полупрозрачным цветом показаны водонасыщенные поры, а сиреневым – фаза нефти, проникающая в образец. При этом скелет породы в трехмерных изображениях модели прозрачен.

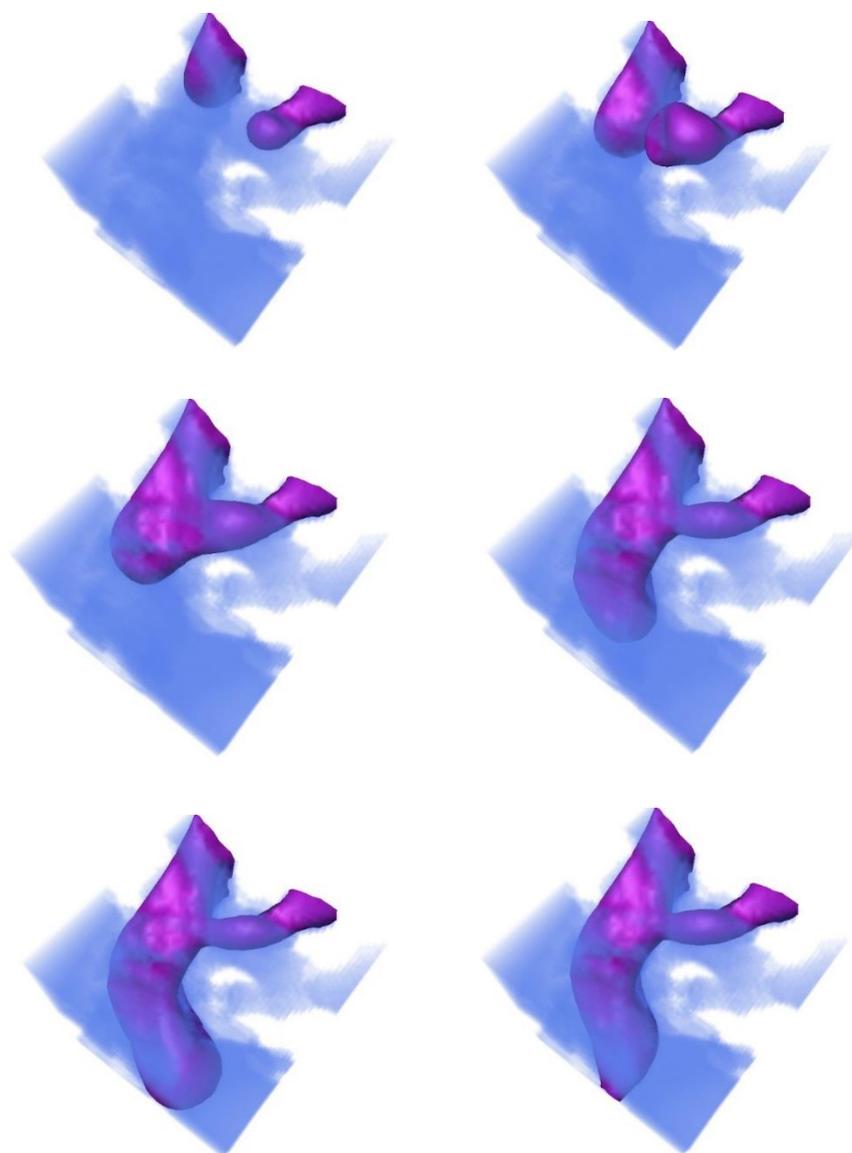


Рис. 2. Взаимное расположение фаз (вода – синий полупрозрачный цвет, нефть – сиреневый) в поровом пространстве при вытеснении воды нефтью в различные моменты времени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен алгоритм численного моделирования двухфазных флюидопотоков в поровом пространстве горной породы. Алгоритм основан на методе фазового поля, в котором межфазная граница представляется слоем конечной толщины, где фазы могут смешиваться. При этом не требуется прямого отслеживания положения границы, что существенно упрощает расчет сил поверхностного натяжения и учета углов смачивания. Для численной аппроксимации полученных уравнений используется метод конечных разностей, при этом для решения уравнения Навье–Стокса применяется проекционный метод, в котором поле скоростей рассчитывается по явной схеме, а для построения давления и удовлетворения уравнения неразрывности на каждом временном шаге решается уравнение Пуассона. Уравнение Кана–Хиллиарда, описывающее поведение каждой из фаз, аппроксимируется явной по времени схемой с условием устойчивости $\tau \approx h^2$. Реализация алгоритма ориентирована на применение графических сопроцессоров, что позволяет проводить моделирование двухфазных потоков в образцах размером до 500^3 вокселей с использованием одной видеокарты.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Базайкин Я.В., Колюхин Д.Р., Лисица В.В., Новиков М.А., Решетова Г.В., Хачкова Т.С.** Влияние масштаба микротомографических изображений на оценку макромасштабных свойств породы // Технологии сейсморазведки. 2016. Т. 2. С. 38–47. doi:10.18303/1813-4254-2016-2-38-47.
- Хачкова Т.С., Лисица В.В., Решетова Г.В., Чеверда В.А.** Численная оценка удельного электрического сопротивления горных пород по их цифровым изображениям с использованием графических сопроцессоров // Вычислительные методы и программирование. 2020. Т. 21, № 3. С. 306–318. doi:10.26089/NumMet.v21r326.
- Хачкова Т.С., Лисица В.В., Сотников О.С., Исламов И.А., Ганиев Д.И.** Новая методика численной оценки абсолютной проницаемости горных пород по их микротомографическим изображениям // Геофизика. 2023. Т. 1. С. 34–40.
- Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X.** Digital rock physics benchmarks—Part I: Imaging and segmentation // Computers & Geosciences. 2013a. Vol. 50. P. 25–32. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.005.
- Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X.** Digital rock physics benchmarks—part II: Computing effective properties // Computers & Geosciences. 2013b. Vol. 50. P. 33–43. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.008.
- Bahbah C., Khalloufi M., Larcher A., Mesri Y., Coupez T., Valette R., Hachem E.** Conservative and adaptive level-set method for the simulation of two-fluid flows // Computers & Fluids. 2019. Vol. 191. Article 104223. doi:10.1016/j.compfluid.2019.06.022.
- Chiu P.H., Lin Y.T.** A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows // Journal of Computational Physics. 2011. Vol. 230 (1). P. 185–204. doi:10.1016/j.jcp.2010.09.021.
- Croce R., Griebel M., Schweitzer M.A.** A parallel level-set approach for two-phase flow problems with surface tension in three space dimensions. 2004. <https://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/serien/e/sfb611/157.pdf>.

- Gibou F., Fedkiw R., Osher S.** A review of level-set methods and some recent applications // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 353. P. 82–109. doi:10.1016/j.jcp.2017.10.006.
- Groot R.D.** Second order front tracking algorithm for Stefan problem on a regular grid // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 372. P. 956–971. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.051.
- Jacqmin D.** Calculation of two-phase Navier–Stokes flows using phase-field modeling // *Journal of computational physics*. 1999. Vol. 155 (1). P. 96–127. doi:10.1006/jcph.1999.6332.
- Jettestuen E., Friis H.A., Helland J.O.** A locally conservative multiphase level set method for capillary-controlled displacements in porous media // *Journal of Computational Physics*. 2021. Vol. 428. Article 109965. doi:10.1016/j.jcp.2020.109965
- Kim J.** Phase-field models for multi-component fluid flows // *Communications in Computational Physics*. 2012. Vol. 12 (3). P. 613–661. doi:10.4208/cicp.301110.040811a.
- Lepilliez M., Popescu E.R., Gibou F. Tanguy S.** On two-phase flow solvers in irregular domains with contact line // *Journal of Computational Physics*. 2016. Vol. 321. P. 1217–1251. doi:10.1016/j.jcp.2016.06.013.
- Liu X.D., Osher S., Chan T.** Weighted essentially non-oscillatory schemes // *Journal of Computational Physics*. 1994. Vol. 115 (1). P. 200–212. doi:10.1006/jcph.1994.1187.
- Zhao J., Han D.** Second-order decoupled energy-stable schemes for Cahn–Hilliard–Navier–Stokes equations // *Journal of Computational Physics*. 2021. Vol. 443. Article 110536. doi:10.1016/j.jcp.2021.110536.

REFERENCES

- Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X.** Digital rock physics benchmarks—Part I: Imaging and segmentation // *Computers & Geosciences*. 2013a. Vol. 50. P. 25–32. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.005.
- Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X.** Digital rock physics benchmarks—part II: Computing effective properties // *Computers & Geosciences*. 2013b. Vol. 50. P. 33–43. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.008.
- Bahbah C., Khalloufi M., Larcher A., Mesri Y., Coupez T., Valette R., Hachem E.** Conservative and adaptive level-set method for the simulation of two-fluid flows // *Computers & Fluids*. 2019. Vol. 191. Article 104223. doi:10.1016/j.compfluid.2019.06.022.
- Bazaikin Ya.V., Kolyukhin D.R., Lisitsa V.V., Novikov M.A., Reshetova G.V., Khachkova T.S.** Effect of CT-image scale on macro-scale properties estimation // *Seismic Technologies*. 2016. Vol. 2. P. 38–47. doi:10.18303/1813-4254-2016-2-38-47.
- Chiu P.H., Lin Y.T.** A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows // *Journal of Computational Physics*. 2011. Vol. 230 (1). P. 185–204. doi:10.1016/j.jcp.2010.09.021.
- Croce R., Griebel M., Schweitzer M.A.** A parallel level-set approach for two-phase flow problems with surface tension in three space dimensions. 2004. <https://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/serien/e/sfb611/157.pdf>.
- Gibou F., Fedkiw R., Osher S.** A review of level-set methods and some recent applications // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 353. P. 82–109. doi:10.1016/j.jcp.2017.10.006.

- Groot R.D.** Second order front tracking algorithm for Stefan problem on a regular grid // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 372. P. 956–971. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.051.
- Jacqmin D.** Calculation of two-phase Navier–Stokes flows using phase-field modeling // *Journal of computational physics*. 1999. Vol. 155 (1). P. 96–127. doi:10.1006/jcph.1999.6332.
- Jettestuen E., Friis H.A., Helland J.O.** A locally conservative multiphase level set method for capillary-controlled displacements in porous media // *Journal of Computational Physics*. 2021. Vol. 428. Article 109965. doi:10.1016/j.jcp.2020.109965
- Khachkova T., Lisitsa V., Reshetova G., Tcheverda V.** Numerical estimation of electrical resistivity in digital rocks using GPUs // *Computational Methods and Programming*. 2020. Vol. 21 (3). P. 306–318.
- Khachkova T., Lisitsa V., Sotnikov O., Islamov I., Ganiev D.** A new technique for numerical estimation of the absolute permeability of rocks from their microtomographic images // *Journal of Geophysics*. 2023. Vol. 1. P. 34–40.
- Kim J.** Phase-field models for multi-component fluid flows // *Communications in Computational Physics*. 2012. Vol. 12 (3). P. 613–661. doi:10.4208/cicp.301110.040811a.
- Lepilliez M., Popescu E.R., Gibou F. Tanguy S.** On two-phase flow solvers in irregular domains with contact line // *Journal of Computational Physics*. 2016. Vol. 321. P. 1217–1251. doi:10.1016/j.jcp.2016.06.013.
- Liu X.D., Osher S., Chan T.** Weighted essentially non-oscillatory schemes // *Journal of Computational Physics*. 1994. Vol. 115 (1). P. 200–212. doi:10.1006/jcph.1994.1187.
- Zhao J., Han D.** Second-order decoupled energy-stable schemes for Cahn–Hilliard–Navier–Stokes equations // *Journal of Computational Physics*. 2021. Vol. 443. Article 110536. doi:10.1016/j.jcp.2021.110536.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ХАЧКОВА Татьяна Станиславовна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов на масштабе пор.

ГОНДИУЛ Елена Александровна – аспирант НГУ, младший научный сотрудник Института математики СО РАН. Основные научные интересы: моделирование многофазных потоков, <https://orcid.org/0009-0009-0619-1198>.

ЛИСИЦА Вадим Викторович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов в пористых средах, <https://orcid.org/0000-0003-3544-4878>.

ПРОХОРОВ Дмитрий Игоревич – научный сотрудник Института математики СО РАН. Основные научные интересы: разработка алгоритмов для моделирования физических процессов, <https://orcid.org/0000-0002-8547-930X>.

КОСТИН Виктор Иванович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численное моделирование сейсмических волновых полей, высокопроизводительные вычисления.

Вклад авторов: В.В. Лисица выполнил реализацию алгоритма решения уравнения Навье–Стокса, Т.С. Хачкова – реализацию алгоритма решения Кана–Хиллиарда, В.И. Костин – разработку параллельной реализации для систем с общей памятью при поддержке проекта ФНИ FWZZ-2022-0022. Е.А. Гондюл – построение аппроксимации граничного условия на угол смачивания, Д.И. Прохоров проводил численные эксперименты на кластере НКС-30Т Сибирского суперкомпьютерного центра при поддержке гранта РФФ № 19-77-20004-П.

*Статья поступила в редакцию 14 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 23 января 2024 г.,
принята к публикации 24 января 2024 г.*