



МНОГОМАСШТАБНОЕ ГЕОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С УЧЕТОМ ЭВОЛЮЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ГЕОСРЕДЫ

А.В. Вершинин^{1,4,✉}, К.М. Зингерман^{1,2}, В.А. Левин¹, Ю.П. Стефанов³, М.Я. Яковлев¹

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119992, Москва, Ленинские горы, 1, Россия,

²Тверской государственный университет, 170100, Тверь, ул. Желябова, 33, Россия

³Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

⁴Институт физики Земли РАН им. О.Ю. Шмидта, 123242, Москва, ул. Б. Грузинская, 10, стр. 1, Россия,

✉ Анатолий Викторович Вершинин, versh1984@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3928-3864>

Аннотация. Представлена общая концепция подхода многомасштабного моделирования для решения задач геомеханики. В его основе лежит решение системы уравнений пороупругопластичности с учетом изменений макропараметров в процессе развития деформации в результате эволюции внутренней структуры геосреды под действием нагрузки. Уточнение макропараметров осуществляется с помощью моделирования деформации выделенных областей меньшего масштаба. Особенностью представленного подхода является отсутствие фиксированного мезообъема для уточнения параметров. Этот мезообъем определяется в зависимости от напряженно-деформированного состояния макроскопической области.

Ключевые слова: геомеханика, пороупругопластичность, численное моделирование, многомасштабный подход, эффективные свойства, микроструктура, вычислительный алгоритм

Финансирование: работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, гранты № 19-71-10008 и № 19-77-10062, а также в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0021.

Для цитирования: Вершинин А.В., Зингерман К.М., Левин В.А., Стефанов Ю.П., Яковлев М.Я. Многомасштабное геомеханическое моделирование с учетом эволюции микроструктуры геосреды // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 105–117. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-105.

MULTISCALE GEOMECHANICAL MODELING TAKING INTO ACCOUNT THE EVOLUTION OF THE MICROSTRUCTURE OF THE GEOLOGICAL MEDIA

A.V. Vershinin^{1,4,✉}, K.M. Zingerman^{1,2}, V.A. Levin¹, Yu.P. Stefanov³, M.Ya. Yakovlev¹

¹Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, 119992, Moscow, Russia,

²Tver State University, Zhelyabov Str., 33, 170100, Tver, Russia,

³Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptuyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

⁴Schmidt Institute of Physics of the Earth RAS, B. Gruzinskaya Str., 10, bld. 1, Moscow, 123242, Russia,

✉ Anatoly V. Vershinin, versh1984@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-3928-3864>

Abstract. The general concept of a multiscale modeling approach for solving geomechanics problems is presented. It is based on the solution of a system of poroelastoplasticity equations taking into account changes in macroparameters during the development of deformation as a result of the evolution of the internal structure of the geomedium under the influence of load. Macroparameters are refined by modeling the deformation of selected smaller-scale areas. A feature of the presented

approach is the absence of a fixed mesovolume to clarify the parameters. This mesovolume is determined depending on the stress-strain state of the macroscopic region.

Keywords: rock physics, geomechanics, poroelastoplasticity, numerical modeling, multiscale approach, effective properties, micro/meso structure, computation algorithm

Funding: The study was supported by the Russian Science Foundation, Project Nos. 19-71-10008 and 19-77-10062, and was carried out as a part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0021.

For citation: Vershinin A.V., Zingerman K.M., Levin V.A., Stefanov Yu.P., Yakovlev M.Ya. Multiscale geomechanical modeling taking into account the evolution of the microstructure of the geological media // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 105–117. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-105.

ВВЕДЕНИЕ

Решение задач пороупругопластичности, возникающих в геомеханике, на любом доступном для вычислений масштабе осуществляется с использованием эффективных характеристик [Levin et al., 2015; Vershinin et al., 2015; Yakovlev, Kononov, 2022]. Основной проблемой является нелинейность модели поведения среды, параметры которой могут сильно зависеть от текущего напряженно-деформированного состояния. Предварительное построение всех нелинейных соотношений такой модели зависит от многих факторов, включая состав и внутреннее строение на микро- и мезоуровнях, поэтому является почти неразрешимой задачей. Формализовать все закономерности изменения свойств через аналитические решения или феноменологическим путем крайне затруднительно. Поэтому предлагается использовать двухмасштабный подход, моделируя поведение среды с учетом внутреннего строения. Такой подход позволяет оценить изменения эффективных свойств среды с учетом эволюции внутренней структуры в ходе деформирования.

Проблема оценки и усреднения геомеханических свойств породы возникает из-за изменения внутреннего строения породы в ходе деформирования под действием внешней нагрузки и изменения порового давления. При упругой деформации такие изменения связаны с изменением просветности и формы пустотного пространства, что влечет изменение проницаемости, а возникновение или исчезновение контактов между частицами приводит к изменению модулей упругости. При упругой деформации такие изменения имеют существенное значение в первую очередь при низких эффективных напряжениях, что хорошо видно на начальных участках диаграмм нагружения образцов пород в ходе лабораторных испытаний. На этих участках наклон кривых, соответственно и упругие модули, могут заметно меняться за счет закрытия части микротрещин, изменения плотности и числа контактов между частицами [Мифтахов и др., 2015]. Интервал напряжений, при котором происходят такие изменения, зависит от конкретной породы, степени ее консолидации и трещиноватости. В ходе дальнейшей деформации в состоянии упругости изменения внутренней структуры менее выражены.

При необратимой, псевдопластической деформации могут происходить существенные изменения микро- и мезоструктуры, и, соответственно, свойств породы. В ходе такой деформации возможно развитие разных механизмов микро- и мезоразрушений. При дилатансии происходит раскрытие имеющихся мезотрещин, а также образование новых. Очевидно, что это увеличивает пористость, что должно увеличивать проницаемость. Однако экспериментальные данные свидетельствуют, что дилатансия не всегда приводит к росту проницаемости, что связано с возможным нарушением связности микро- и мезотрещин, часть из них может остаться изолированными. Кроме того, измельчение зерен значительно

увеличивает активную поверхность, что приводит к росту эффективной вязкости флюида. При уплотнении, которое развивается при высоких эффективных напряжениях, происходит дробление зерен и сокращение пустотности. При этом проницаемость снижается.

ДВУХМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ГЕОМЕХАНИКИ

В данной работе проблему нелинейности модели поведения материала горной породы предполагается решить с помощью двухмасштабного моделирования, что позволит не только осуществлять уточнение эффективных параметров среды в ходе процесса деформирования, но и обеспечить решение, более экономичное с точки зрения вычислений. Такая экономичность обеспечивается выбором размеров и количества областей, в которых рассматривается процесс деформирования на микро- и мезоуровнях с явным выделением внутренней структуры породы.

Этот выбор определяется способом построения расчетной сетки макроскопической задачи. С учетом распределения напряженно-деформированного состояния можно сформулировать условия необходимости проведения расчетов на более мелком масштабе и определить этот масштаб. Основным параметром такого условия является неоднородность напряженно-деформированного состояния. Очевидно, что наибольшие изменения эффективных характеристик будут в зонах наиболее активно протекающих процессов деформации и фильтрации, соответственно, в них и требуется проведение наиболее детальных расчетов. В то же время применение такого двухмасштабного моделирования является чрезвычайно затратной с точки зрения вычисления процедурой. Поэтому целесообразно построение алгоритмов расчета с учетом макроскопических критериев необходимости проведения уточнения параметров эффективных свойств для каждого конкретного элемента структуры. В качестве таких критериев следует выбрать величины сдвиговой и/или объемной деформации, в зависимости от типа, минерального состава и строения породы. Именно эти параметры фактически определяют изменение внутреннего строения и позволяют определить связь с изменением пористости и проницаемости породы.

Принципиально важным моментом определения эффективных свойств каждого из элементов моделируемой среды является расчет параметров в узком диапазоне нагружения, соответствующем текущему напряженно-деформируемому состоянию. Построение определяющих соотношений и определение параметров в широком диапазоне нагружения всегда сопряжено с возникновением неточностей, пренебрежением определенными нелинейными особенностями. Расчет усредненных свойств естественным образом обеспечит оценку линеаризованных параметров для текущего состояния, которые определяют характер нелинейностей на всем пути нагружения. Таким образом, основной целью численного исследования на микро/мезоуровне является уточнение эффективных характеристик нелинейной модели поведения геосреды. Причем важным моментом является то, что в результате двухмасштабного моделирования появляется возможность учета изменения характеристик среды не через эмпирические зависимости, которые могут недостаточно хорошо работать для данной породы, а путем расчетов с явным учетом строения и свойств составляющих элементов.

Исследование поведения мезообъема среды с явным учетом геометрии и физических (механических) характеристик двухфазной среды направлено на получение оценок изменения эффективных усредненных свойств такого элемента в ходе деформирования. Результатом будут являться оценки значений сжимаемости скелета (а значит, и коэффициентов упругости) и,

соответственно, коэффициента Био, изменение геометрических характеристик внутренней структуры, соответственно, пористости. Также возможно рассмотрение изменения прочностных параметров и построение варианта модели поврежденности среды в ходе деформирования на основе комбинации параметров макро- и мезодеформации. Еще одним нетривиальным моментом является оценка изменения упругих свойств вследствие изменения порового давления и взаимодействия твердых частиц мезообъема. Оценки проницаемости также могут являться результатом моделирования деформации каркаса и течения флюида при рассмотрении двухкомпонентной среды с явным разделением фаз.

Для этого наряду с параметрами макромоделей с эффективными свойствами среды необходимо учитывать упругие и прочностные свойства твердых частиц и каркаса, вязкость и сжимаемость флюида. Очевидно, что оценки изменения проницаемости будут иметь модельный характер, однако это может быть полезным для развития модели ее изменения в зависимости от строения и свойств конкретной среды.

При анализе процесса деформирования мезообъема среды могут быть использованы два подхода и их частичная комбинация. Первый мало отличается от общего подхода расчета с использованием эффективных характеристик. Отличие состоит лишь в их уточнении при рассмотрении структурных особенностей. Для определения каждого из эффективных параметров необходима формулировка и решения соответствующих задач, которые, по сути, не отличаются от экспериментальных методов. Упругие и прочностные характеристики могут быть получены в результате интерпретации и обобщения полученных диаграмм нагружения, а фильтрационно-емкостные параметры в результате рассмотрения процесса течения поровой жидкости.

Второй подход имеет принципиальное отличие, т. к. подразумевает получение эффективных характеристик путем их усреднения в результате расчетов. В этом случае предполагается явное рассмотрение деформации структурных элементов, для чего необходимы параметры всех этих элементов и их взаимодействия. Полностью отказаться от рассмотрения эффективных характеристик и в этом случае не удастся, т. к. при этом характеристики всех элементов также являются усредненными, эффективными. Теоретически возможно рассмотрение множества вложенных уровней с поэтапным уточнением всех характеристик, что потребует многомасштабного моделирования. Однако это не целесообразно ввиду того, что возникнут проблемы экспериментального определения всех характеристик на каждом из масштабов.

Программа численных экспериментов для определения эффективных характеристик может включать:

1) трехосное нагружение мезообъема образца в диапазоне изменения состояний элемента макроскопической области для вычисления модулей упругости с учетом их изменения в результате изменения количества контактов;

2) оценки изменения сжимаемости (модуля сжатия) скелета вследствие закрытия трещин и пор и пересчет коэффициента Био;

3) оценки изменения геометрии порового и трещинного пространства. Дополнительно в качестве развития моделей возможны: а) анализ и соотнесение изменения пористости по результатам макро- и мезорасчетов, дилатансия и упругое сжатие – деформация на мезоуровне; б) оценки изменения проницаемости по результатам расчета течения флюида в деформированной среде;

4) оценки и коррекция прочностных параметров.

При анализе результатов расчетов на мезоуровне и уточнении эффективных характеристик породы для возврата на макроуровень целесообразно использовать в первую очередь способы, аналогичные экспериментальным, поскольку исходные данные решения любых практических задач опираются в первую очередь на данные лабораторных исследований по деформированию образцов керна. В случае необходимости возможно использование также методов, принятых в механике микронеоднородных сред, основанных на законе сохранения энергии деформации для расчета эффективных модулей.

При устойчивом упругопластическом деформировании (на масштабе месторождения) без существенных немонотонных изменений проницаемости нет необходимости дополнительных уточнений механических свойств горной породы. Можно работать с выявленными характеристиками, которые были определены на масштабе керна в ходе численных экспериментов. То же относится к поро-упругопластической задаче на масштабе месторождения.

Дополнительные уточнения необходимы для стадий, когда обнаруживаются формирование зон локализованного сдвига и/или изменения фильтрационных свойств. Тогда необходимо выделить зоны нарушений, определить нагрузку в этих зонах, после чего осуществить численные исследования изменения структуры и свойств на мезо/микроуровне.

Для зон, где наблюдаются значительные деформации, в которых возможны существенные изменения упругопластических и фильтрационно-емкостных свойств, необходимо определение характера и величины нагружения. Если условия деформирования приближенно соответствуют полученным ранее данным, которые уже учтены в модели, возможно продолжение расчета без дополнительных уточнений. В случае, если условия в данных зонах плохо соответствуют условиям деформирования керна и не были ранее учтены при построении модели, возникает необходимость уточнения эффективных свойств породы на основе рассмотрения процесса на мезо/микроуровне.

Основными критериями выбора зон для уточнения параметров при моделировании масштаба месторождения является величина необратимой деформации, где возможны существенные изменения фильтрационно-емкостных параметров.

Для оценки изменения упругопластических и транспортных свойств среды будут использованы данные о напряженно-деформированном состоянии и поровом давлении среды в выбранной зоне (рис. 1). В результате расчетов процесса деформирования такого мезо/микрообъема будут определены такие эффективные параметры, как пористость и упругие модули, на основе которых будут вычислены новые параметры проницаемости и коэффициент Био [Yakovlev et al., 2022].

Таким образом, оценка изменения эффективных модулей будет осуществляться в следующей последовательности:

- 1) определение напряженно-деформированного состояния и выделение зон с большими градиентами напряжений и деформаций;
- 2) расчет деформации и изменения внутренней геометрии мезо/микрообъема, определение эффективных характеристик в выбранных зонах для заданных значений напряженно-деформированного состояния;
- 3) интерполяция на окрестности выбранных зон;
- 4) продолжение расчета НДС на масштабе месторождения.

	Выходные параметры с макроуровня для передачи в модуль расчета деформации представительного объема Мезо/Микро	Вычислительный блок расчета деформации представительного объема Мезо/Микро. Система уравнений.	Выходные эффективные параметры для передачи в модуль расчета на макроуровне месторождения
1	Декартовы и Лагранжевы координаты: $(X, Y, Z), (i, j, k)$. Размеры фрагмента расчетной области для уточнения свойств $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$.	$\operatorname{div}(\sigma(x, t)) + \rho g = 0,$ $\operatorname{div}\left(\frac{k}{\eta}(\nabla p(x, t) - \rho_f g)\right) + q = \frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t},$ $d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial Q(\sigma, p)}{\partial \sigma},$ $F(\sigma, p) = 0$ – критерий пластичности; $Q(\sigma, p) = 0$ – пластический потенциал;	Уточненные эффективные свойства среды: α – коэффициент Био, C – анизотропный упругий тензор Гука, M – модуль Био, k – проницаемость, ϕ – пористость, c – сцепление.
2	Путь нагружения от начального: $\sigma_{i,j}^0, p^0$ к текущему напряженно-деформированному состоянию: $\sigma_{i,j}, \dot{\sigma}_{i,j}, \varepsilon_{i,j}, \dot{\varepsilon}_{i,j}, p$.	$\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_p$ – аддитивное разложение тензора деформации при малых деформациях; $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_j u_i + \nabla_i u_j)$ – тензор деформации при малых деформациях	
3	Механические свойства элемента: α – коэффициент Био, ρ_s, ρ_f – плотность материала скелета и насыщающей жидкости, C – анизотропный упругий тензор Гука, M – модуль Био, H – вязкость жидкости, k – проницаемость, ϕ – пористость, φ – угол внутреннего трения, ψ – угол дилатансии, c – сцепление.	Дополнительные параметры: геометрия внутреннего пространства породы; параметры каждого из компонент в случае, если твердая фаза не однокомпонентная.	

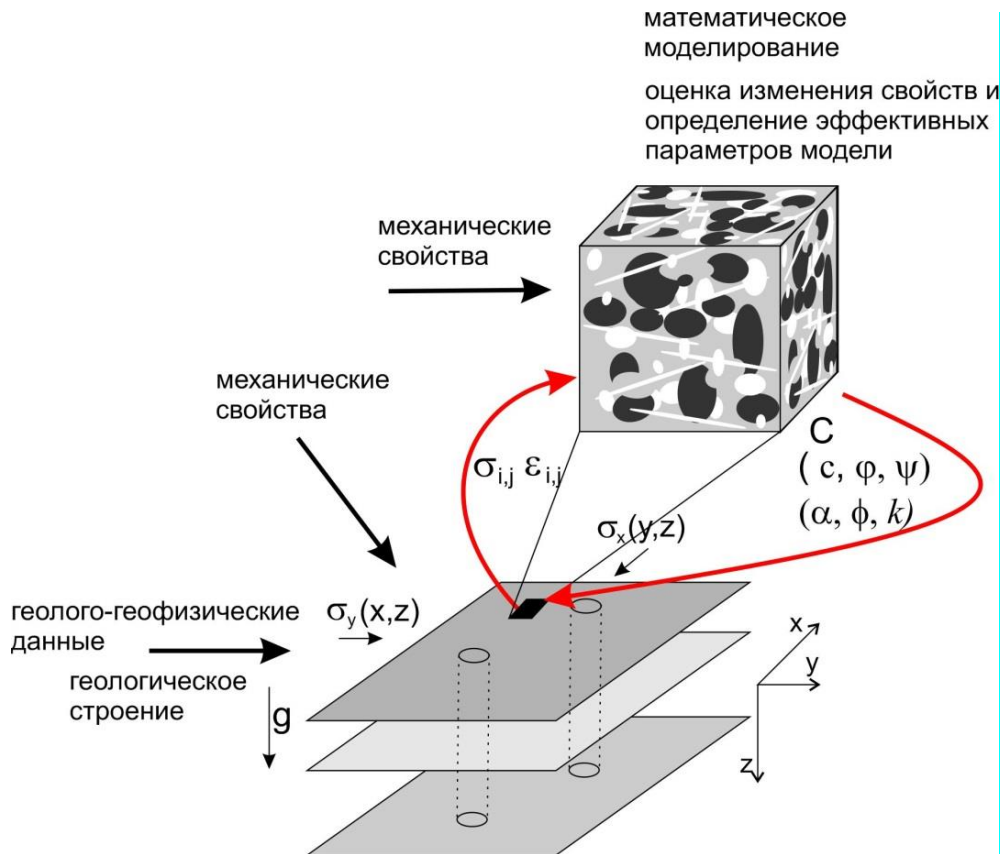


Рис. 1. Схема расчета с уточнением параметров на основе двухмасштабного моделирования.

РАЗЛИЧНЫЕ МЕТОДИКИ

Возможны различные подходы к пространственной аппроксимации эффективных свойств, чтобы уменьшить количество вычислений на микроуровне. Подходы основаны на том, что на макроуровне будут отобраны некоторые точки, для которых будут вычисляться эффективные свойства на микроуровне изложенным выше способом (точки для микроструктурного анализа), а для остальных точек эффективные свойства будут вычислены с использованием пространственной интерполяции. В работе рассматриваются три варианта методики пространственной аппроксимации эффективных свойств.

Первый вариант методики – равномерное распределение точек для микроструктурного анализа. В этом случае в области, для которой будет решаться краевая задача на макроуровне (на масштабе месторождения), строится равномерная сетка с шагом, заданным пользователем, и эффективные свойства на микроуровне вычисляются для точек, расположенных в узлах этой сетки [Durllofsky, 1991, 2005; Вое, 1994; Pickup et al., 1994; Renard, de Marsily, 1997; Farmer, 2002; Pergament et al., 2006; Yakovlev et al., 2022].

Пусть L_x , L_y , L_z – размеры параллелепипеда, в котором решается краевая задача. Поместим начало координат в одну из вершин этого параллелепипеда, тогда он будет занимать область $0 < x < L_x$, $0 < y < L_y$, $0 < z < L_z$. N_x , N_y , N_z – число отрезков, на которые разбивается этот параллелепипед при определении точек для микроструктурного анализа. $H_x = L_x / N_x$, $H_y = L_y / N_y$, $H_z = L_z / N_z$ – шаги сетки, образованной этими точками.

Посредством этой сетки область, для которой будет решаться краевая задача на макроуровне, разбивается на $N_x N_y N_z$ прямоугольных параллелепипедов. Каждый такой параллелепипед определяется неравенствами

$$x_i < x < x_{i+1}, \quad y_j < y < y_{j+1}, \quad z_k < z < z_{k+1}, \\ i = 0, \dots, N_x - 1, \quad j = 0, \dots, N_y - 1, \quad k = 0, \dots, N_z - 1.$$

Эти параллелепипеды будем называть *областями локальной аппроксимации*. В каждой такой области эффективные свойства будем аппроксимировать зависимостями вида

$$U(x, y, z) = A + B(x - x_i) + C(y - y_j) + D(z - z_k) + \\ + E(x - x_i)(y - y_j) + F(x - x_i)(z - z_k) + G(y - y_j)(z - z_k) + \\ + F(x - x_i)(y - y_j)(z - z_k).$$

Для каждой области локальной аппроксимации коэффициенты A, B, C, D, E, F, G, H вычисляются по заданным значениям функции U в восьми вершинах этой области, например: $A = U(x_i, y_j, z_k)$,

$$B = \frac{U(x_{i+1}, y_j, z_k) - U(x_i, y_j, z_k)}{H_x} \text{ и т. д.}$$

Второй вариант методики – распределение точек для микроструктурного анализа, адаптирующееся к напряженно-деформированному состоянию в резервуаре после первой итерации. В этом случае сначала выполняются те же действия, что и в первом варианте методики. Затем выполняется начальная итерация расчета напряженно-деформированного состояния в резервуаре. Если по результатам этого расчета норма разности напряжений или деформаций в соседних узлах построенной сетки превысит заданное пользователем максимальное значение, то посередине между этими узлами добавляется новая точка для микроструктурного анализа. Такая процедура выполняется рекурсивно до тех пор, пока норма разности напряжений или деформаций в соседних узлах не станет меньше заданного пользователем максимального значения или расстояние между соседними точками для микроструктурного анализа не станет меньше шага конечно-элементной сетки.

Приведем более подробное описание этой процедуры. Выбранную норму разности напряжений или деформаций будем далее называть *критериальной величиной* и обозначать буквой Φ . В этом случае для описания областей локальной аппроксимации будет построен трехмерный массив двоичных деревьев [Ji et al., 2010; Hasbestan et al., 2018; Zhang et al., 2020]. Каждая вершина такого дерева соответствует некоторой области локальной аппроксимации и будет содержать следующую информацию:

1. Тип вершины (терминальный или нетерминальный).
2. Для нетерминальных вершин – наименование координаты (x, y или z) и ссылки на две вершины более низкого уровня.
3. Для терминальных вершин – границы области локальной аппроксимации, которая соответствует этой вершине ($x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}, z_{\min}, z_{\max}$).

Первоначально каждое дерево содержит только одну вершину, которая соответствует одной из областей локальной аппроксимации, построенной для исходной сетки. Далее для каждой вершины каждого такого дерева выполняются следующие действия:

1) выбирается направление, соответствующее одной из координат (x , y или z);

2) если приращение критериальной величины в выбранном направлении превышает заданное значение Δ , то область локальной аппроксимации делится на две равные части плоскостью, нормаль к которой соответствует выбранному направлению. Эти части образуют две новые области локальной аппроксимации более низкого уровня. К списку точек для микроструктурного анализа добавляются четыре новые точки. В дерево добавляются вершины, соответствующие образованным областям локальной аппроксимации. Для каждой из этих вершин выполняется та же процедура. Направления при переходе к следующему уровню меняются циклически ($x, y, z, x, y, z, \dots$).

Приращение критериальной величины в направлении оси x вычисляется как максимум из четырех чисел:

$$\begin{aligned} & \left| \Phi(x_{\max}, y_{\min}, z_{\min}) - \Phi(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}) \right|, \quad \left| \Phi(x_{\max}, y_{\max}, z_{\min}) - \Phi(x_{\min}, y_{\max}, z_{\min}) \right|, \\ & \left| \Phi(x_{\max}, y_{\min}, z_{\max}) - \Phi(x_{\min}, y_{\min}, z_{\max}) \right|, \quad \left| \Phi(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}) - \Phi(x_{\min}, y_{\max}, z_{\max}) \right|. \end{aligned}$$

Приращения критериальной величины в направлениях осей y и z вычисляются аналогично.

После того как все двоичные деревья построены, осуществляется обход каждого из них и для терминальных вершин аппроксимируются эффективные свойства для всех конечных элементов, принадлежащих соответствующей области локальной аппроксимации. При этом используются зависимости вида

$$\begin{aligned} U(x, y, z) = & A + B(x - x_{\min}) + C(y - y_{\min}) + D(z - z_{\min}) + \\ & + E(x - x_{\min})(y - y_{\min}) + F(x - x_{\min})(z - z_{\min}) + G(y - y_{\min})(z - z_{\min}) + \\ & + F(x - x_{\min})(y - y_{\min})(z - z_{\min}). \end{aligned}$$

Третий вариант методики – распределение точек для микроструктурного анализа, адаптирующееся к напряженно-деформированному состоянию в резервуаре после каждой итерации [Burgarelli et al., 2006; Grandin, 2015; Freret et al., 2019]. В этом случае действия, предусмотренные во втором варианте методики, выполняются после каждой итерации на макроуровне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время разработка математических моделей, подходов и алгоритмов многомасштабного моделирования является активно развивающимся и перспективным направлением науки. Пока отсутствуют единые общепринятые модели, однако очертания принципов и подходов к решению данной задачи становятся понятными. В основе представленного подхода лежит решение классической системы уравнений пороупругопластичности с учетом изменений макропараметров в процессе развития деформации в результате эволюции внутренней структуры геосреды в ходе деформирования. Важной его особенностью является отсутствие фиксированного мезообъема, на котором осуществляется расчет и уточнение макропараметров. Этот мезообъем определяется в

зависимости от напряженно-деформированного состояния. Это позволяет также применять общий подход для многомасштабного моделирования с рассмотрением вложенных масштабных уровней, а также обеспечивает снижение вычислительных затрат до приемлемого. Полученные предварительные результаты применения изложенного подхода показали его адекватность и перспективность.

Разработка алгоритма двухмасштабного геомеханического моделирования выполнена в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-71-10008). Разработка трех методик пространственной аппроксимации эффективных свойств выполнена в Институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-77-10062). Работа выполнена также при частичной поддержке проекта ФНИ FWZZ-2022-0021 ИНГГ СО РАН.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Мифтахов Р.Ф., Мясников А.В., Вершинин А.В., Чугунов С.С., Зингерман К.М.** О построении гидрогеомеханических моделей сланцевых формаций. Технологии сейсморазведки. 2015. № 4. С. 97–108.
- Bøe Ø.** Analysis of an upscaling method based on conservation of dissipation // *Transport in Porous Media*. 1994. Vol. 17. P. 77–86. doi:10.1007/BF00624051.
- Burgarelli D., Kischinhevsky M., Biezuner R.J.** A new adaptive mesh refinement strategy for numerically solving evolutionary PDE's // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2006. Vol. 196. P. 115–131. doi:10.1016/j.cam.2005.08.013.
- Durlofsky L.J.** Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media // *Water Resources Research*. 1991. Vol. 27. P. 699–708. doi:10.1029/91WR00107.
- Durlofsky L.J.** Upscaling and gridding of fine scale geological models for flow simulation // 8th International Forum on Reservoir Simulation. Stresa, Italy, 2005. P. 1–59.
- Farmer C.L.** Upscaling: a review // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2002. Vol. 40 (1–2). P. 63–78. doi:10.1002/fld.267.
- Freret L., Ivan L., De Sterck H., Groth C.P.T.** High-order finite-volume method with block-based AMR for magnetohydrodynamics flows // *Journal of Scientific Computing*. 2019. Vol. 79. P. 176–208. doi:10.1007/s10915-018-0844-1.
- Grandin M.** Data structures and algorithms for high-dimensional structured adaptive mesh refinement // *Advances in Engineering Software*. 2015. Vol. 82. P. 75–86. doi:10.1016/j.advengsoft.2014.12.001.
- Hasbestan J.J., Senocak I.** Binarized-octree generation for Cartesian adaptive mesh refinement around immersed geometries // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 368. P. 179–195. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.039.
- Ji H., Lien F.-S., Yee E.** A new adaptive mesh refinement data structure with an application to detonation // *Journal of Computational Physics*. 2010. Vol. 229. P. 8981–8993. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.023.
- Levin V.A., Zingerman K.M., Vershinin A.V., Yakovlev M.Ya.** Numerical analysis of effective mechanical properties of rubber-cord composites under finite strains // *Composite Structures*. 2015. Vol. 131. P. 25–36. doi:10.1016/j.compstruct.2015.04.037.
- Pergament A.K., Semiletov V.A., Zaslavsky M.Y.** Multiscale averaging algorithms for flow modeling in heterogeneous reservoir // *Proceedings of 10th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*. 2006. P014. doi:10.3997/2214-4609.201402549.

- Pickup G.E., Ringrose P.S., Jensen J.L., Sorbie K.S.** Permeability tensors for sedimentary structures // *Mathematical Geology*. 1994. Vol. 26 (2). P. 227–250. doi:10.1007/BF02082765.
- Renard Ph., de Marsily G.** Calculating equivalent permeability: a review // *Advances in Water Resources*. 1997. Vol. 20 (5–6). P. 253–278. doi:10.1016/S0309-1708(96)00050-4.
- Vershinin A.V., Levin V.A., Zingerman K.M., Sboychakov A.M., Yakovlev M.Ya.** Software for estimation of second order effective material properties of porous samples with geometrical and physical nonlinearity accounted for // *Advances in Engineering Software*. 2015. Vol. 86. P. 80–84. doi:10.1016/j.advengsoft.2015.04.007.
- Yakovlev M., Konovalov D.** Multiscale geomechanical modeling under finite strains using finite element method // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2022. Vol. 35 (4). P. 1223–1234. doi:10.1007/s00161-022-01107-6.
- Yakovlev M.Ya., Semykin A.A., Levin V.A.** Method and some results of numerical estimation of effective Biot's coefficient of rocks // *Chebyshevskii Sbornik*. 2022. Vol. 23 (4). P. 382–393. doi:10.22405/2226-8383-2022-23-4-382-393.
- Zhang J., Chi B., Singh K.M., Zhong Y., Ju C.** A binary-tree element subdivision method for evaluation of singular domain integrals with continuous or discontinuous kernel // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol. 116. P. 14–30. doi:10.1016/j.engabound.2020.03.023.

REFERENCES

- Bøe Ø.** Analysis of an upscaling method based on conservation of dissipation // *Transport in Porous Media*. 1994. Vol. 17. P. 77–86. doi:10.1007/BF00624051.
- Burgarelli D., Kischinhevsky M., Biezuner R.J.** A new adaptive mesh refinement strategy for numerically solving evolutionary PDE's // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2006. Vol. 196. P. 115–131. doi:10.1016/j.cam.2005.08.013.
- Durlofsky L.J.** Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media // *Water Resources Research*. 1991. Vol. 27. P. 699–708. doi:10.1029/91WR00107.
- Durlofsky L.J.** Upscaling and gridding of fine scale geological models for flow simulation // *8th International Forum on Reservoir Simulation*. Stresa, Italy, 2005. P. 1–59.
- Farmer C.L.** Upscaling: a review // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2002. Vol. 40 (1–2). P. 63–78. doi:10.1002/fld.267.
- Freret L., Ivan L., De Sterck H., Groth C.P.T.** High-order finite-volume method with block-based AMR for magnetohydrodynamics flows // *Journal of Scientific Computing*. 2019. Vol. 79. P. 176–208. doi:10.1007/s10915-018-0844-1.
- Grandin M.** Data structures and algorithms for high-dimensional structured adaptive mesh refinement // *Advances in Engineering Software*. 2015. Vol. 82. P. 75–86. doi:10.1016/j.advengsoft.2014.12.001.
- Hasbestan J.J., Senocak I.** Binarized-octree generation for Cartesian adaptive mesh refinement around immersed geometries // *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 368. P. 179–195. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.039.
- Ji H., Lien F.-S., Yee E.** A new adaptive mesh refinement data structure with an application to detonation // *Journal of Computational Physics*. 2010. Vol. 229. P. 8981–8993. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.023.

- Levin V.A., Zingerman K.M., Vershinin A.V., Yakovlev M.Ya.** Numerical analysis of effective mechanical properties of rubber-cord composites under finite strains // *Composite Structures*. 2015. Vol. 131. P. 25–36. doi:10.1016/j.compstruct.2015.04.037.
- Miftakhov R.F., Myasnikov A.V., Vershinin A.V., Chugunov S.S., Zingerman K.M.** On a hydro-geomechanical modelling of shale formations // *Seismic Technologies*. 2015. Vol. 4. P. 97–108.
- Pergament A.K., Semiletov V.A., Zaslavsky M.Y.** Multiscale averaging algorithms for flow modeling in heterogeneous reservoir // *Proceedings of 10th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*. 2006. P014. doi:10.3997/2214-4609.201402549.
- Pickup G.E., Ringrose P.S., Jensen J.L., Sorbie K.S.** Permeability tensors for sedimentary structures // *Mathematical Geology*. 1994. Vol. 26 (2). P. 227–250. doi:10.1007/BF02082765.
- Renard Ph., de Marsily G.** Calculating equivalent permeability: a review // *Advances in Water Resources*. 1997. Vol. 20 (5–6). P. 253–278. doi:10.1016/S0309-1708(96)00050-4.
- Vershinin A.V., Levin V.A., Zingerman K.M., Sboychakov A.M., Yakovlev M.Ya.** Software for estimation of second order effective material properties of porous samples with geometrical and physical nonlinearity accounted for // *Advances in Engineering Software*. 2015. Vol. 86. P. 80–84. doi:10.1016/j.advengsoft.2015.04.007.
- Yakovlev M., Konovalov D.** Multiscale geomechanical modeling under finite strains using finite element method // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2022. Vol. 35 (4). P. 1223–1234. doi:10.1007/s00161-022-01107-6.
- Yakovlev M.Ya., Semykin A.A., Levin V.A.** Method and some results of numerical estimation of effective Biot's coefficient of rocks // *Chebyshevskii Sbornik*. 2022. Vol. 23 (4). P. 382–393. doi:10.22405/2226-8383-2022-23-4-382-393.
- Zhang J., Chi B., Singh K.M., Zhong Y., Ju C.** A binary-tree element subdivision method for evaluation of singular domain integrals with continuous or discontinuous kernel // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol. 116. P. 14–30. doi:10.1016/j.enganabound.2020.03.023.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ВЕРШИНИН Анатолий Викторович – доктор физико-математических наук профессор кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ. Основные научные интересы: механика деформируемого твердого тела, метод конечных элементов и его модификации, полуаналитические методы решения, высокопроизводительные вычисления.

ЗИНГЕРМАН Константин Моисеевич – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математического моделирования и вычислительной математики факультета прикладной математики и кибернетики Тверского государственного университета. Основные научные интересы: механика деформируемого твердого тела, нелинейная упругость, конечные деформации, аналитические решения, <https://orcid.org/0000-0001-5168-8771>.

ЛЕВИН Владимир Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ. Основные научные интересы: механика деформируемого твердого тела, нелинейная упругость, наложение и перераспределение конечных деформаций, <https://orcid.org/0000-0002-7301-8725>.

СТЕФАНОВ Юрий Павлович — доктор физико-математических наук, профессор РАН, ведущий научный сотрудник лаборатории геофизических исследований и региональной сейсмичности Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: исследования в области геомеханики; разработка моделей, описывающих поведение горных пород за пределом упругости, включая процессы необратимой деформации и формирования зон локализации, численного исследования деформационных процессов в земной коре, <https://orcid.org/0000-0003-2004-955X>.

ЯКОВЛЕВ Максим Яковлевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ. Основные научные интересы: механика композитов и гетерогенных сред, эффективные свойства, численное моделирование в геомеханике, <https://orcid.org/0000-0001-7946-0760>.

*Статья поступила в редакцию 21 марта 2024 г.,
одобрена после рецензирования 1 апреля 2024 г.,
принята к публикации 4 апреля 2024 г.*