



ЧАСТОТНО-ЗАВИСИМЫЕ ЛУЧИ ЛОМАКСА ДЛЯ КВАЗИПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ТРЕХМЕРНЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ С НАКЛОННОЙ ОСЬЮ СИММЕТРИИ

Дмитрий Александрович Неклюдов^{1,✉}, Максим Игоревич Протасов²

^{1,2}Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

¹NeklyudovDA@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0495-0156>

²ProtasovMI@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0449-1639>

Аннотация. Описывается простой и эффективный метод расчета частотно-зависимых лучей квазипродольных волн в трехмерных трансверсально-изотропных средах с наклонной осью симметрии. Предлагаемый подход аппроксимирует распространение локально плоского фрагмента волнового фронта, который оказывается чувствителен к распределению параметров модели в некотором объеме среды в окрестности луча. Зона чувствительности зависит от длины волны к каждой точке на луче. Для повышения эффективности численной реализации используются приближенные выражения для фазовых и групповых скоростей в предположении, что среда является слабоанизотропной. Представленные численные эксперименты подтверждает работоспособность предложенного метода.

Ключевые слова: лучевой метод, частотно-зависимые лучи, анизотропия, ТТИ

Благодарности: М.И. Протасов разработал алгоритм построения квазипродольных частотно-зависимых лучей в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022. Д.А. Неклюдов реализовал алгоритм построения квазипродольных частотно-зависимых лучей и численно его исследовал на ряде реалистичных моделей на предмет его применимости для задач сейсмологии при поддержке Российского научного фонда (грант № 21-71- 20002). Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (scc.spbstu.ru).

Для цитирования: Неклюдов Д.А., Протасов М.И. Частотно-зависимые лучи Ломакса для квазипродольных волн в трехмерных трансверсально-изотропных средах с наклонной осью симметрии // Геофизические технологии. 2024. № 2. С. 40–54. doi:10.18303/2619-1563-2024-2-40.

FREQUENCY DEPENDENT QP-LOMAX RAYS IN THREE-DIMENSIONAL WEAK TTI MEDIA

Dmitry A. Neklyudov^{1,✉}, Maxim I. Protasov²

^{1,2}Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

¹NeklyudovDA@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0002-0495-0156>

²ProtasovMI@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0449-1639>

Abstract. A simple and numerically effective approach for calculating frequency dependent qP -rays in three-dimensional TTI media is presented in this paper. Our method involves propagating a locally plane fragment of wavefront which is sensitive to the distribution of the model parameters in some subvolume of the medium near a ray. The width of the sensitivity area depends on the wavelength in each point on the ray. For numerical realization we apply approximate

expressions for phase and group velocities which are valid for weak TTI media. Numerical experiment proves the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: ray method, frequency dependent rays, anisotropy, TTI

Acknowledgments: M.I. Protasov developed a frequency-dependent qP -ray tracing algorithm within the framework of the FWZZ-2022-0022 research project. D.A. Neklyudov implemented the algorithm for constructing qP frequency-dependent rays and numerically studied it on the realistic models for its applicability to seismic problems with the support of the Russian Science Foundation (grant No. 21-71-20002). The results of the work were obtained using the computing resources of the Supercomputer Center of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (scc.spbstu.ru).

For citation: Neklyudov D.A., Protasov M.I. Frequency dependent qP -Lomax rays in three-dimensional weak TTI media // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 2. P. 40–54. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-2-40.

ВВЕДЕНИЕ

Лучевой метод [Бабич, Булдырев, 1972; Červený et al., 1977] по-прежнему играет важную роль в сейсмике. На его основе реализованы ключевые процедуры обработки сейсмических данных, такие как лучевая сейсмическая томография и миграция Кирхгофа. Прежде всего лучевой метод служит для расчета лучевых траекторий и времен первых вступлений сейсмических волн. В классической постановке он основан на использовании высокочастотной аппроксимации для получения решений системы уравнений динамической теории упругости. При этом практически не учитываются эффекты, связанные с ограниченностью спектров реальных сейсмических сигналов. Вследствие высокочастотной аппроксимации при численной реализации классического лучевого метода проявляется «нефизичное» поведение лучей в моделях с наличием существенных неоднородностей и резких границ раздела [Кравцов, Орлов, 1980; Ben-Menahem, Beydoun, 1985]. В таких случаях лучи ведут себя очень неустойчиво, существенно отклоняются в стороны от ожидаемого пути распространения. Как следствие, в расчетной области возникают так называемые «зоны тени», т. е. такие участки, через которые лучи не проходят. Во-первых, такое поведение явно противоречит физике реальных процессов распространения сейсмических волн. Во-вторых, процедуры обработки сейсмических данных, основанные на использовании лучей (например, кинематическая томография), могут приводить к недостоверным результатам, что нежелательно на практике. Таким образом, возникает практическая необходимость обойти ограничения стандартного лучевого метода.

Известно, что на распространение сигналов с ограниченным спектром влияет распределение параметров среды внутри некоторого объема, окружающего луч («френелевский объем»). Ширина этого объема определяется доминирующей частотой сигнала. Необходимость учитывать этот факт и ослабить ограничения лучевого метода, связанные с высокочастотной аппроксимацией, была осознана достаточно давно. Как следствие, был предложен целый ряд подходов, с помощью которых можно с разной степенью эффективности решить данную проблему [Červený, Soares, 1992; Lomax, 1994; Vasco et al., 1995; Bube, Washbourne, 2008; Yarman et al., 2013; Протасов, Осипов, 2014; Protasov, Gadylshin, 2017; Vasco, Nihei, 2019]. Все эти подходы имеют свои преимущества и недостатки, ключевым из которых является вычислительная сложность, которая особенно проявляется при переходе к трехмерному случаю.

В работе [Lomax, 1994] был предложен простой, но весьма эффективный подход для аппроксимации процесса распространения широкополосных сейсмических сигналов на основе стандартного лучевого метода. Его суть заключается в том, что при трассировке луча локальная скорость в точке на луче определяется при сглаживании интервальных скоростей вдоль локально плоского участка

фронта, причем апертура такого сглаживания выбирается пропорционально длине волны. Система дифференциальных уравнений луча остается практически неизменной, за исключением замены интервальных скоростей на сглаженные вдоль фронта скорости. В дальнейшем мы будем называть лучи, построенные этим методом, лучами Ломакса. В работе [Неклюдов, Протасов, 2021] были рассмотрены лучи Ломакса в 2D случае и предложена достаточно простая процедура их построения без решения системы дифференциальных уравнений луча. При этом процесс их построения сводится к трассировке локально плоского фрагмента волнового фронта, ориентация которого оказывается чувствительна к распределению скоростей внутри частотно-зависимой апертуры. Показано, что несколько адаптированный подход Ломакса может эффективно использоваться при решении практических задач сейсмологии, таких как построение лучевых траекторий и моделирование акустических волновых полей в достаточно сложных моделях. В работе [Неклюдов, Протасов, 2023] разработан алгоритм построения частотно-зависимых лучей Ломакса в трехмерном изотропном случае, а также показана перспективность их применения в сложных средах.

В настоящей работе предложен, реализован и протестирован алгоритм построения квазипродольных частотно-зависимых лучей Ломакса в трехмерных трансверсально-изотропных средах с наклонной осью симметрии. Необходимость учета анизотропии хорошо известна на практике. Причем в большинстве практических случаев выполняется предположение о «слабой» анизотропии. Это предположение позволяет существенно упростить выражения для фазовых и групповых скоростей [Fowler, 2003], что существенно повышает вычислительную эффективность трассировки лучей в анизотропных средах.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ФАЗОВЫХ И ГРУППОВЫХ СКОРОСТЕЙ qP -ВОЛН В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ С НАКЛОННОЙ ОСЬЮ СИММЕТРИИ (ТТИ)

В данном разделе представлены приближенные выражения для фазовой и групповой скорости qP -волн, которые будут необходимы для построения лучей Ломакса в трансверсально-изотропных средах с наклонной осью симметрии.

Рассмотрим матрицу Кристоффеля $\Gamma(\vec{p})$, элементы которой зависят от направления \vec{p} , $\Gamma_{jk} = p_i p_l a_{ijkl}$, где $a_{ijkl} = c_{ijkl}/\rho$ есть элементы тензора Грина, нормированные на плотность, p_j – компоненты вектора \vec{p} . В произвольной анизотропной среде могут распространяться волны трех типов: qP , qSV , qSH , каждая из которых соответствует одному из собственных чисел матрицы Кристоффеля. В дальнейшем нас будет интересовать только случай распространения qP -волн, соответствующий наибольшему собственному числу. Вектор \vec{p} (вектор медленности) связан с фазовой скоростью V в направлении нормали к фронту, $\vec{p} = \vec{n}/V(\vec{n})$, где \vec{n} есть единичная нормаль к фронту. Фазовая скорость определяется через собственное число матрицы Кристоффеля $G(\vec{n})$ как

$$V(\vec{n}) = \sqrt{G(\vec{n})}. \quad (1)$$

Вектор поляризации qP -волны совпадает с первым собственным вектором. Компоненты вектора групповой (лучевой) скорости определяются как

$$v_j = \frac{1}{2} \frac{\partial G(\vec{p})}{\partial p_j}. \quad (2)$$

При изучении распространения qP -волн для параметризации трансверсально-изотропной среды с наклонной осью симметрии используется следующий набор параметров, ставший уже стандартным для большинства практических приложений в сейсмике: V_p – фазовая скорость qP -волны вдоль оси симметрии, два угла, характеризующие положение оси симметрии, θ_{AZ} (азимут), θ_{DIP} (угол наклона относительно вертикали) и два параметра Томсена [Thomsen, 1986] – ε , δ .

Приближенное упрощенное выражение собственного числа qP -волны для VTI случая (вертикальная ось симметрии) получено в работе [Farra, 2001] в предположении «слабой» анизотропии. Обобщение этого выражения на более общий случай трансверсально-изотропной среды с произвольным положением оси симметрии приводится в работе [Dehghan et al., 2007] (формула 24). В этом случае параметры Томсена выражаются через нормированные на плотность коэффициенты тензора Грина следующим образом: $\varepsilon = \frac{a_{11}-a_{33}}{2a_{33}}$, $\delta = \frac{a_{13}-a_{33}+2a_{44}}{a_{33}}$ [Dehghan et al., 2007].

Пусть \vec{e} – единичный вектор, направленный вдоль оси симметрии. Его компоненты выражаются через углы θ_{AZ} , θ_{DIP} как $(\sin\theta_{DIP} \cdot \cos\theta_{AZ}, \sin\theta_{DIP} \cdot \sin\theta_{AZ}, \cos\theta_{DIP})$. Сделаем следующие обозначения: пусть $P = |\vec{p}|^2$ – квадрат нормы вектора медленности, а $D = \vec{e} \cdot \vec{p}$ есть скалярное произведение векторов \vec{e} и \vec{p} . Используя введенные обозначения можно записать приближенное выражение для первого собственного числа матрицы Кристоффеля [Dehghan et al., 2007]:

$$G(\vec{x}, \vec{p}) = V_p^2 \left\{ P(1 + 2\varepsilon) + 2(\delta - 2\varepsilon)D^2 - 2(\delta - \varepsilon)\frac{D^4}{P} \right\}. \quad (3)$$

Фазовая скорость в направлении нормали к фронту определяется из выражений (1) и (3):

$$V^2(\vec{x}, \vec{n}) = V_p^2 \left\{ 1 + 2\varepsilon + 2(\delta - 2\varepsilon)D_N^2 - 2(\delta - \varepsilon)D_N^4 \right\}, \quad (4)$$

где $D_N = \vec{e} \cdot \vec{n}$ обозначает скалярное произведение единичной нормали к фронту \vec{n} и вектора, определяющего направление оси симметрии \vec{e} . Теперь согласно формуле (2), вычислив производные $G(\vec{x}, \vec{p})$ по компонентам вектора медленности \vec{p} , получается приближенное выражение для компонент групповой (лучевой) скорости:

$$v_j = \frac{1}{2} V_p^2 \left\{ \left[2(1 + 2\varepsilon) + 4(\delta - \varepsilon)\frac{D^4}{P^2} \right] p_j + \left[2(\delta - 2\varepsilon)D - 8(\delta - \varepsilon)\frac{D^3}{P} \right] e_j \right\}, \quad (5)$$

где p_j и e_j есть компоненты векторов \vec{p} и \vec{e} соответственно. Значение групповой скорости определяется как $v = |\vec{v}|$. Напомним, что фазовая скорость определяет вектор медленности $\vec{p} = \frac{\vec{n}}{V(\vec{n})}$ и, таким образом, входит в выражение групповой скорости.

ПОСТРОЕНИЕ ЛУЧЕЙ ЛОМАКСА В ТРЕХМЕРНЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В работе [Неклюдов, Протасов, 2023] описана процедура построения лучей Ломакса в трехмерном изотропном случае. Ниже показано, как модифицировать предложенный ранее алгоритм для трансверсально изотропных сред с наклонной осью симметрии.

Напомним, что основная идея, заложенная в лучах Ломакса, это возможность учитывать в процессе трассировки луча распределение физических параметров среды в некоторой его окрестности, причем ширина этой окрестности определяется через некоторый заданный наперед параметр, имеющий размерность частоты. Увеличивая «частоту» луча, можно добиться увеличения зоны чувствительности к параметрам модели, или же наоборот – получать лучи близкие к стандартным лучам, описываемым

классической лучевой теорией. Исходя из самого способа построения можно отметить, что при трассировке луча Ломакса происходит распространение фрагмента локально плоского фронта волны. Трассировка луча Ломакса в 3D состоит из двух этапов. На первом этапе происходит движение луча из текущей точки в известном направлении, который определяется текущей ориентацией нормали к волновому фронту (а в изотропном случае совпадает с ней). Для этого используются параметры модели, сглаженные вдоль локально плоского фрагмента фронта (в изотропном случае – интервальные скорости). Таким образом находится положение луча в следующий момент времени. На втором этапе находится ориентация элемента фронта в найденной точке на луче. Для этого используется движение множества «контрольных» точек, выбранных в некоторой окрестности луча в плоскости волнового фронта. То, насколько далеко от луча располагаются контрольные точки, т. е. область чувствительности луча к вариациям параметров модели, также определяется «длиной волны» в точке на луче.

Далее рассмотрим, как модифицируются упомянутые этапы трассировки применительно к случаю трансверсально-изотропных сред. В качестве входных параметров задаются два угла, характеризующие ориентацию единичной нормали волнового фронта φ_{AZ} , φ_{Dip} , где φ_{AZ} – азимутальный угол, т. е. угол между направлением нормали и положительным направлением оси X в горизонтальной плоскости XY , φ_{Dip} – угол наклона, т. е. угол между нормалью и вертикальной осью Z (глубина). Наряду с этим задается параметр ν , имеющий физическую размерность частоты (Гц) («частота луча»). Он будет определять чувствительность луча к вариациям параметров модели.

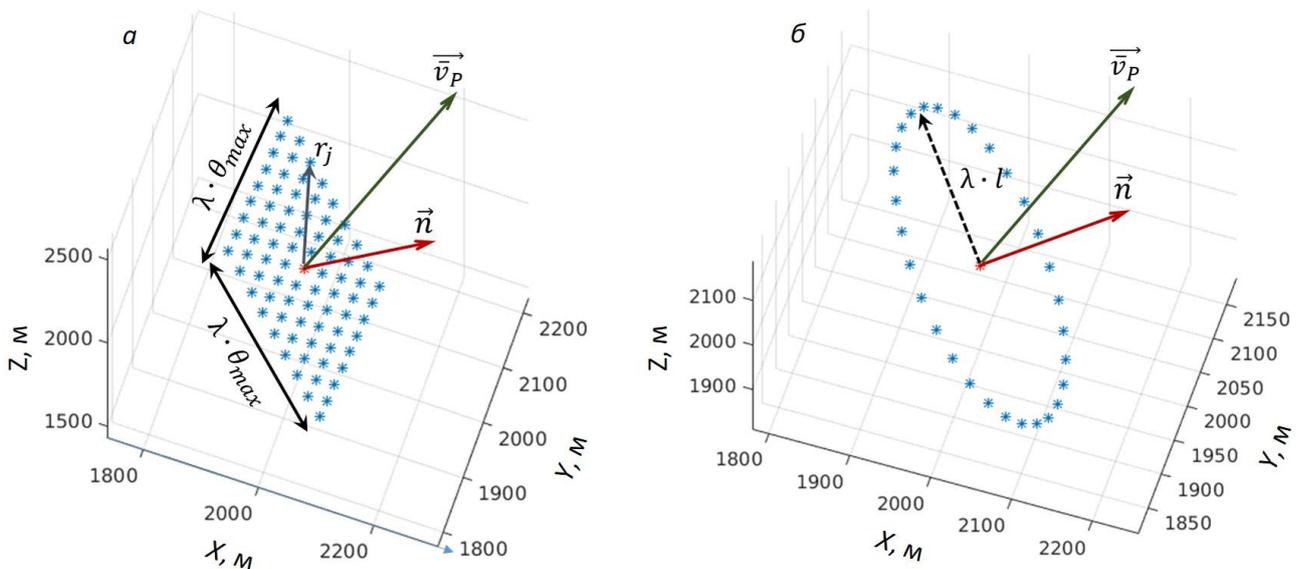


Рис. 1. а – Плоский фрагмент волнового фронта. Синими звездочками обозначены точки регулярной сетки, где вычисляются значения фазовых скоростей для сглаживания вдоль волнового фронта. Вектор \vec{n} обозначает текущую нормаль к фронту. Зеленой стрелкой обозначен вектор групповой скорости \vec{v}_p в центральной точке; б – контрольные точки, взятые вокруг текущей точки на луче в плоскости волнового фронта. Они используются для вычисления нормали к фронту на следующем шаге вдоль луча.

1. Пусть луч уже построен до некоторой точки $\vec{x}_p = (x_p, y_p, z_p)$ (далее она называется центральной точкой). В этой точке задано текущее направление единичной нормали к волновому фронту, $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$. Прежде всего объясним, как происходит сглаживание параметров модели в окрестности луча вдоль элемента волнового фронта. В точке \vec{x}_p строится плоскость, ортогональная вектору \vec{n} . На этой плоскости вырезается прямоугольник с центром в точке \vec{x}_p , размеры которого зависят от длины волны

$\lambda = \frac{V(\vec{x}_p, \vec{n})}{v}$ в центральной точке, как это показано на рис. 1а. Здесь $V(\vec{x}_p, \vec{n})$ – значение фазовой скорости в точке \vec{x}_p , вычисляемой по формуле (4), v – «частота луча». На выбранном фрагменте волнового фронта задается регулярная сетка, в каждой точке которой по формуле (4) определяются значения фазовых скоростей $V(\vec{x}_j, \vec{n})$ при заданном направлении нормали к фронту \vec{n} (одинакова для всех точек). Точки этой сетки показаны на рис. 1а как синие «звездочки». Значение сглаженной фазовой скорости вдоль плоского фрагмента фронта вычисляется в центральной точке как взвешенная сумма всех значений фазовых скоростей:

$$V_{sm}(\vec{x}_p, \vec{n}, v) = \frac{\sum_{j=-N}^N w_j \cdot V(\vec{x}_j, \vec{n})}{\sum_{j=-N}^N w_j}, \quad (6)$$

где w_j весовые коэффициенты сглаживания. В качестве сглаживающей функции используется двумерная функция Гаусса. В этом случае весовые коэффициенты определяются следующим образом:

$$w_j = \exp\left\{-\left(\frac{r_j}{\lambda \cdot \theta_{max} \cdot \alpha}\right)^2\right\}, \quad (7)$$

где r_j обозначает расстояние между центральной точкой \vec{x}_p и точкой \vec{x}_j на прямоугольном фрагменте волнового фронта. Заданный параметр θ_{max} определяет, какую часть длины волны мы принимаем в рассмотрение при выборе апертуры сглаживания, параметр α позволяет контролировать форму двумерного гауссиана. При его уменьшении сглаживающая функция становится уже, сосредотачиваясь ближе к центральной точке, т. е. влияние удаленных точек уменьшается. При увеличении α процедура сглаживания постепенно сводится к простому усреднению скоростей по фрагменту волнового фронта [Неклюдов, Протасов, 2023].

Итак, пусть dt есть шаг по времени при движении вдоль луча. Для того чтобы продвинуться вдоль луча, применяется следующая схема (рис. 2). В центральной точке \vec{x}_p вычисляется значение сглаженной вдоль фронта фазовой скорости $\bar{V}_p = V_{sm}(\vec{x}_p, \vec{n}, v)$ способом, описанным выше. Используя полученное усредненное значение фазовой скорости \bar{V}_p и направление нормали к фронту \vec{n} , по формуле (5) вычисляются соответствующие значения компонент вектора групповой скорости $\vec{v}_p(\vec{n}) = (v_x, v_y, v_z)$. За промежуток времени dt центральная точка \vec{x}_p переместится в точку $\vec{x}_p + d\vec{x}_p$, $d\vec{x}_p = (dx_p, dy_p, dz_p)$ вдоль направления вектора групповой скорости:

$$dx_p = dt \cdot v_x, \quad dy_p = dt \cdot v_y, \quad dz_p = dt \cdot v_z. \quad (8)$$

Таким образом находится положение следующей точки на луче. Далее нам необходимо вычислить ориентацию волнового фронта в этой точке.

2. Контрольные точки, которые используются для определения нормали к фронту в следующий момент времени, выбираются следующим образом. Рассмотрим окружность, лежащую в плоскости волнового фронта. Пусть радиус окружности тоже зависит от локальной длины волны, $R = \lambda \cdot l$, где параметр l по смыслу аналогичен параметру θ_{max} , который используется для определения апертуры сглаживания, но не обязательно совпадает с ним по значению. На этой окружности мы выбираем некоторое количество точек с равномерным шагом по углу (см. рис. 1б). Для каждой контрольной точки, расположенной на окружности с центром на луче, вычисляется вектор групповой скорости $\vec{v}_j(\vec{x}_j, \vec{n}) = (v_x^j, v_y^j, v_z^j)$ с использованием соответствующей нормали к волновому фронту \vec{n} (одинакова для всех контрольных точек). За промежуток времени dt каждая из контрольных точек пройдет разное расстояние

в силу того, что групповые скорости вычислялись в некотором объеме неоднородной модели, т. е. точкам могут соответствовать разные групповые скорости: $dx_j = dt \cdot v_x^j$, $dy_j = dt \cdot v_y^j$, $dz_j = dt \cdot v_z^j$. В новом положении контрольные точки $\vec{x}_j + d\vec{x}_j$ в общем случае уже необязательно будут лежать в одной плоскости. Чтобы определить текущее положение локально плоского волнового фронта, мы численно определяем такую плоскость, которая наиболее близка в среднеквадратичном смысле одновременно ко всему множеству точек $\vec{x}_j + d\vec{x}_j$. Таким образом, возникает классическая задача линейной регрессии. В результате ее численного решения определяется новый вектор нормали к фронту \vec{n}_{new} . Мы приписываем этот вектор к новому положению центральной точки $\vec{x}_p + d\vec{x}_p$, и процедура повторяется снова. Так шаг за шагом происходит движение вдоль луча. Таким образом, при реализации описанной схемы происходит движение локально плоского фрагмента волнового фронта. В каждый момент времени на его ориентацию влияет распределение физических параметров модели в некоторой окрестности луча.

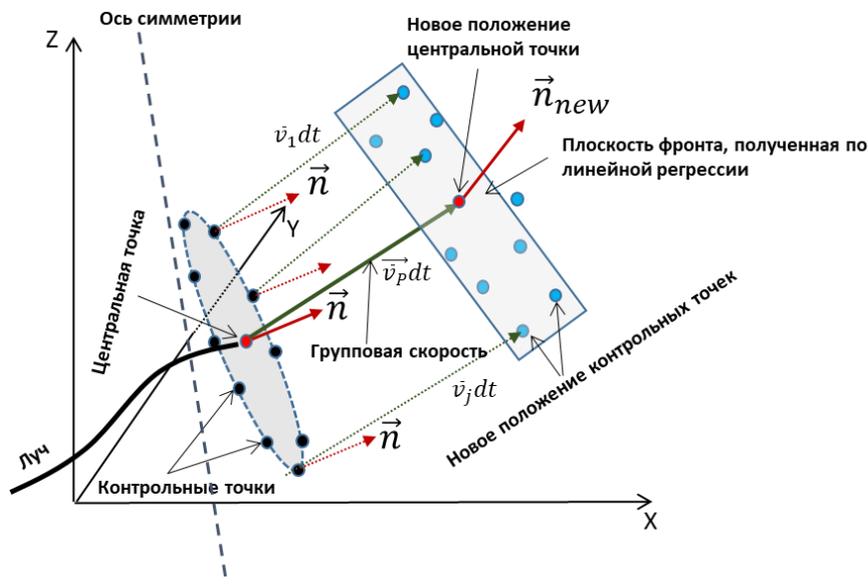


Рис. 2. Схема построения 3D луча Ломакса в трансверсально-изотропной среде.

ВЕРИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА: СРАВНЕНИЕ ЛУЧЕЙ ЛОМАКСА СО СТАНДАРТНЫМИ ЛУЧАМИ В ГЛАДКОЙ VTI МОДЕЛИ

Для того чтобы численно подтвердить работоспособность описанного выше подхода, проведем сравнение лучей Ломакса, построенных по предложенной схеме, со стандартными лучами в достаточно простой (гладкой) анизотропной модели. Выбор гладкой модели обусловлен необходимостью избежать проблем при расчете стандартных лучей, ведь, как известно, они ведут себя весьма неустойчиво при наличии резких неоднородностей. Воспользуемся тем фактом, что в теории, при увеличении параметра ν , лучи Ломакса должны становиться все ближе к стандартным лучам, а начиная с некоторого момента, должны стать практически неотличимы от них (как показывают численные эксперименты в изотропном случае при $\nu > 30$ Гц).

В численных экспериментах, представленных ниже, будет использоваться реалистичная модель среды, полученная при обработке данных сейсмической съемки на одном из участков Восточной Сибири. Параметры модели были восстановлены с помощью анизотропной сейсмической томографии на отраженных волнах (миграционный скоростной анализ). Предполагается, что эти параметры достаточно

адекватно описывают реальное строение района. Модель, представленная на рис. 3, зависит только от двух координат (X, Z). Для того чтобы получить трехмерную модель, двумерные разрезы скоростей и параметров ε, δ , восстановленные вдоль одного из профилей, были «размножены» в кросслайн направлении (координата Y). Ось симметрии вертикальна в каждой точке (VTI).

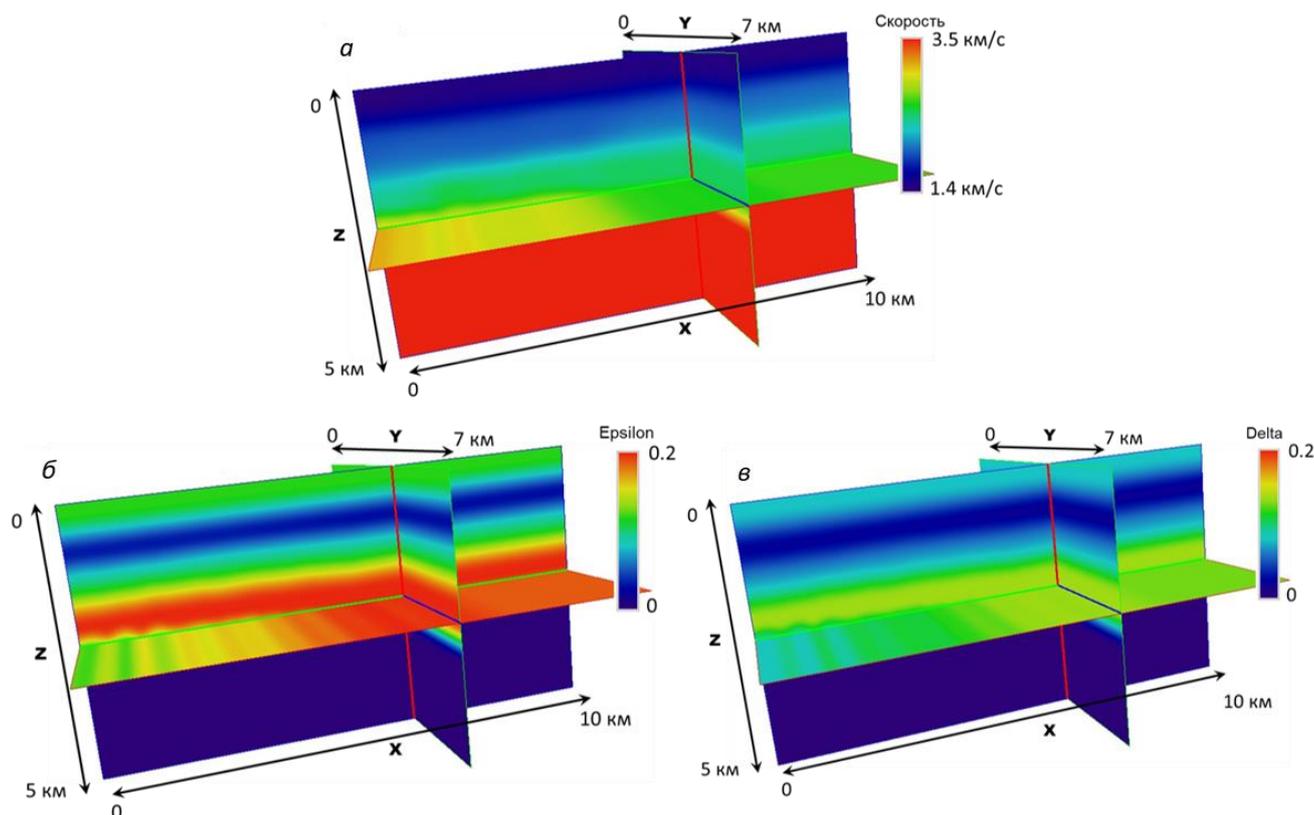


Рис. 3. 2.5D модель вертикально трансверсально-изотропной среды: а – фазовая скорость вдоль вертикальной оси симметрии; б – распределение параметра ε (вариации в интервале [0–0.2]); в – распределение параметра δ (вариации в интервале [0–0.14]).

Фазовые скорости квазипродольных волн вдоль вертикальной оси симметрии варьируются в интервале 1400–3500 м/с, безразмерные параметры ε и δ лежат в интервалах [0–0.2] и [0–0.14] соответственно. Модель задана на регулярной сетке с одинаковым пространственным шагом по всем направлениям $dx = dy = dz = 10$ м, число точек сетки $N_x = 951, N_y = 701, N_z = 501$. Таким образом, размер расчетной области составляет $9500 \times 7000 \times 5000$ м. Точечный источник расположен в точке с координатами $X_s = 4500$ м, $Y_s = 3500$ м, $Z_s = 100$ м. Для расчета лучей Ломакса использовались следующие параметры: «частота луча» $\nu = 30$ Гц, $l = 0.25, \theta_{max} = 0.25, \alpha = 1, dt = 0.003$ мсек, число контрольных точек равнялось 30. Здесь мы хотим воспользоваться асимптотическим свойством лучей Ломакса на высоких частотах, о котором мы упомянули выше, и добиться наилучшего совпадения лучей Ломакса со стандартными лучами. Для расчета стандартных лучей мы используем программную реализацию анизотропной трассировки лучей из известного пакета Madagascar [<https://www.reproducibility.org/RSF/>].

На рисунке 4а представлены 50 лучей, построенных для одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = -30^\circ$ при равномерном изменении углов наклона нормалей к фронту. На рисунке 4б показана проекция этих лучей на дневную поверхность XY (т. е. «вид сверху»). Можно заметить, что в этом случае

лучи Ломакса очень хорошо совпадают со стандартными лучами. Максимальное отклонение при пробеге более 5 км не превышает нескольких метров.

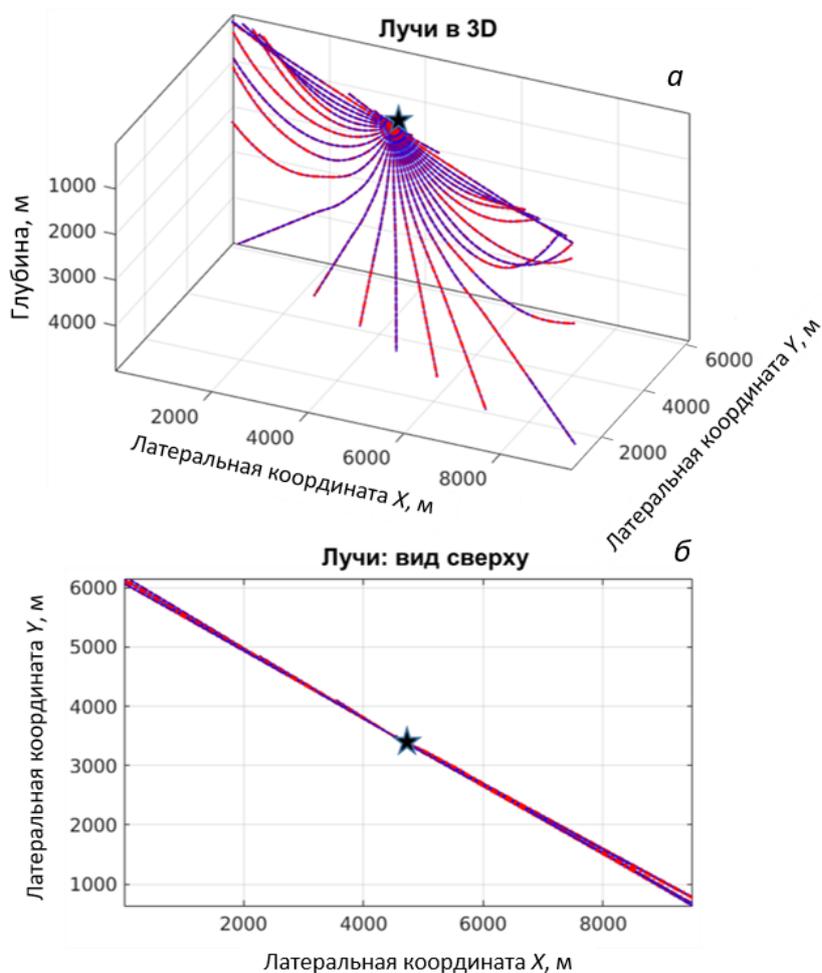


Рис. 4. Сравнение лучей для одного источника (отмечен звездочкой) и одного фиксированного азимута, $\varphi_{AZ} = -30^\circ$. Синим нарисованы лучи Ломакса при значении параметра $\nu = 30$ Гц, красным – стандартные лучи. а – лучи в 3D, б – проекция лучей на плоскость XY.

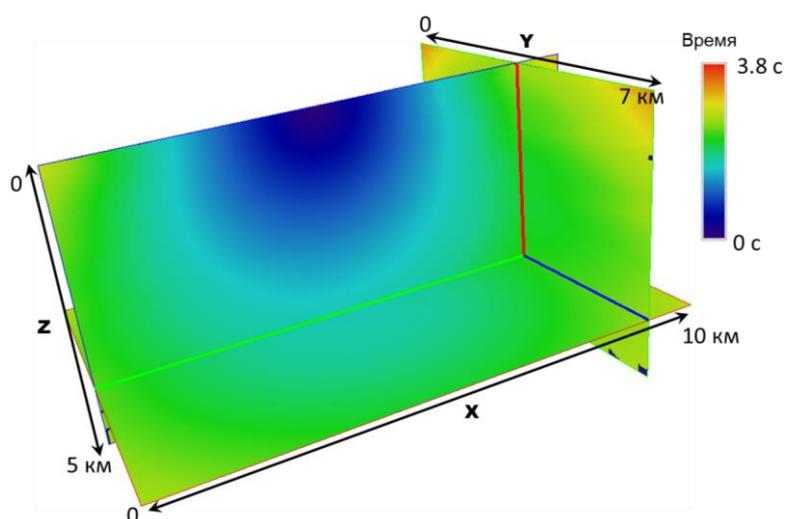


Рис. 5. Таблица времен первых вступлений qP-волны для одного источника, рассчитанная в трехмерной VTI модели, представленной на рис. 3, с помощью лучей Ломакса при значении параметра $\nu = 30$ Гц.

Рассчитаем далее таблицу времен первых вступлений qP -волн (т. е. время первых вступлений в каждой точке расчетной области). Для этого строится семейство из 400×400 лучей (количество лучей при вариации азимута и угла наклона соответственно) с углами выхода, лежащими в интервалах: $\varphi_{AZ} = [0, 360^\circ]$, $\varphi_{Dip} = [0, 360^\circ]$. Далее производится интерполяция времен первых вступлений, вычисленных вдоль каждого из полученных лучей, на регулярную сетку с помощью подхода, описанного в работе [Неклюдов, Протасов, 2023]. Результат представлен на рис. 5. Как можно видеть, таблица полностью заполнена, т. е. в ней практически отсутствуют неосвещенные области. Невязка времен, полученных с помощью лучей Ломакса, в сравнении с временами, полученными с помощью трассировки стандартных лучей, не превышает 3 мсек (рис. 6).

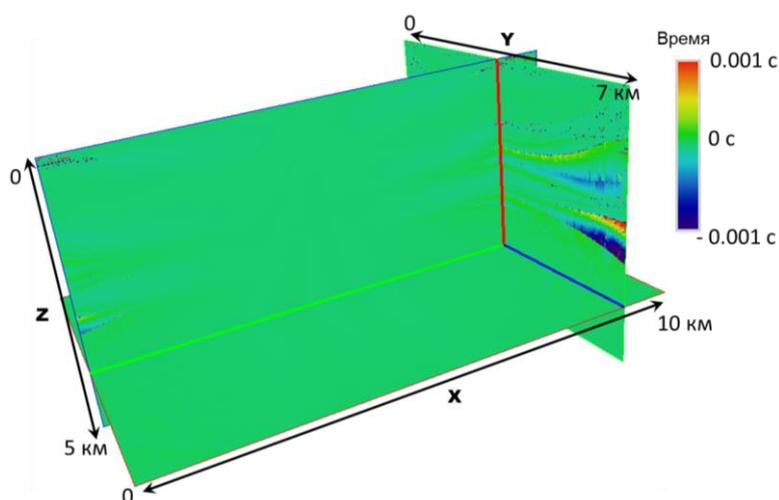


Рис. 6. Невязки времен первых вступлений qP -волны для одного источника, рассчитанных в трехмерной VTI модели, представленной на рис. 3, с помощью лучей Ломакса при значении параметра $\nu = 30$ Гц и стандартных лучей (пакет Madagaskar).

Еще раз подчеркнем, что основной целью численных экспериментов, представленных выше, было подтвердить правильность как самой концепции построения лучей Ломакса в трансверсально-изотропных средах, так и ее численной реализации. Именно поэтому выбрано соответствующее значение параметра ν и требовалось наилучшее совпадение результатов, полученных представленным в работе алгоритмом и стандартной процедурой. На практике же предполагается использовать лучи Ломакса в более сложных моделях сред, чем та, что представлена выше. В сложных моделях, имеющих резкие границы раздела классические лучи не смогут обеспечить необходимый результат, т. е. рассчитать адекватные лучевые траектории и времена первых вступлений, в то время как лучи Ломакса, как было показано ранее [Неклюдов, Протасов, 2023], при адекватно выбранных параметрах вполне справляются с этой задачей. Таким образом, возникает необходимость оптимального выбора параметра ν . При выборе «частоты луча» необходимо учитывать следующие соображения. В том случае, если требуется уверенный проход лучей через резкие неоднородности (например, соляные тела), необходимо уменьшать значение ν . В то же время необходимо, чтобы лучи Ломакса не слишком отличались от стандартных лучей, а в простых областях модели были близки к ним. Для выполнения этого требования необходимо увеличивать значение ν . Итак, можно сказать, что выбор «частоты» ν в каждом конкретном случае будет компромиссом между двумя этими требованиями и осуществляться эмпирически.

Покажем, как будет изменяться поведение лучей Ломакса при изменении частоты ν . На рисунке 7 представлены лучи, рассчитанные для модели, представленной на рис. 3 для двух случаев: $\nu = 30$ Гц и $\nu = 5$ Гц. Как можно видеть, наибольшее отличие оказывается у лучей, которые имеют близкое к горизонтальному направлению распространения, особенно в правой верхней части модели. Это связано с тем, что именно при таких условиях наиболее проявляется чувствительность лучей Ломакса к вариациям параметров модели по глубине, а используемая здесь модель имеет наиболее сильную изменчивость как раз по вертикали.

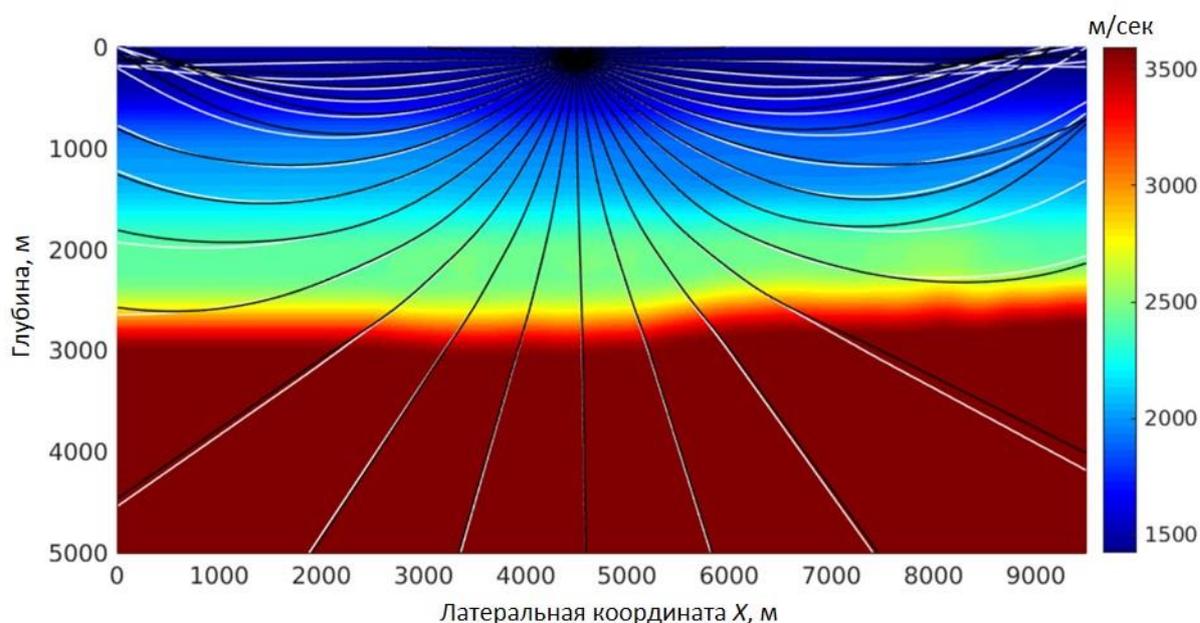


Рис. 7. Сравнение 3D лучей Ломакса в VTI модели, представленной на рис. 3, при различных значениях частоты ν . Белым изображены лучи Ломакса при $\nu = 30$ Гц (соответствуют стандартным лучам), черным – при $\nu = 5$ Гц. Лучи построены для одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = 0$ и наложены на скоростную модель в XZ плоскости.

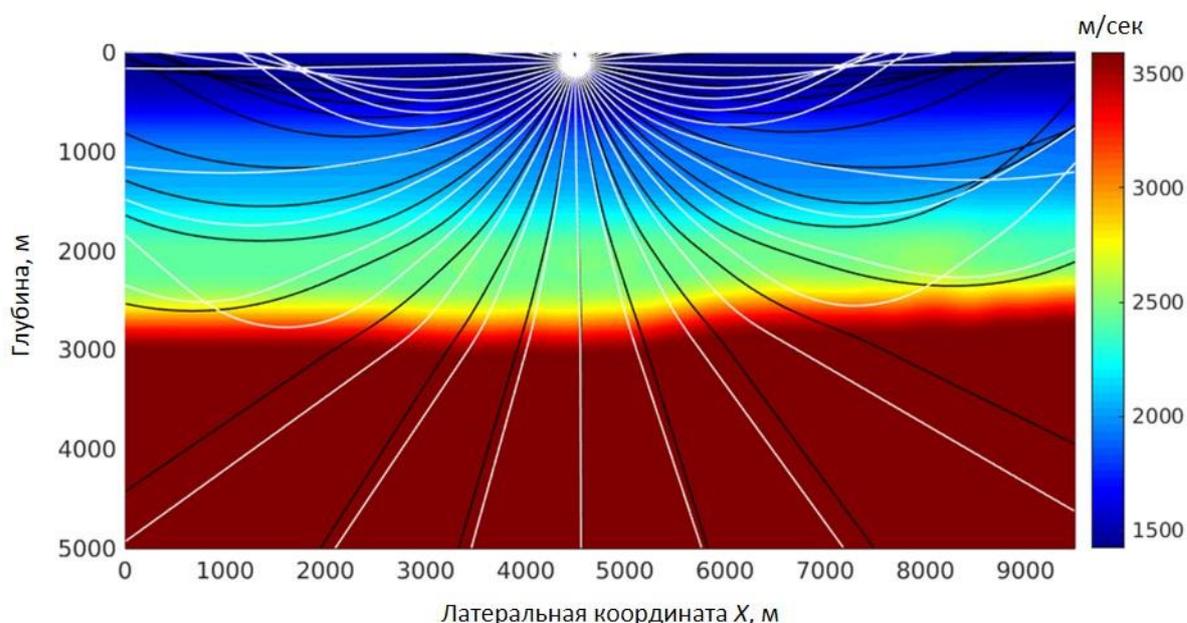


Рис. 8. Сравнение 3D лучей Ломакса для $\nu = 30$ Гц в VTI модели с рис. 3 (черные) с этими же лучами в соответствующей изотропной ($\varepsilon=0$, $\delta=0$) среде (белые). Лучи построены для одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = 0$ и наложены на скоростную модель в XZ плоскости.

Также интересно оценить, насколько велико влияние слабой анизотропии на поведение лучей в предложенной модели. На рисунке 8 приведено сравнение лучей Ломакса при $\nu = 30$ Гц в изотропном (параметры ε, δ равны нулю) и анизотропном случае. Расчет лучей проводился для нулевого азимута, т. е. в плоскости (X, Z) . Как можно видеть, различие в поведении лучей весьма значительно. Это лишний раз подтверждает, что учет даже слабой анизотропии может существенно повлиять на результаты обработки.

На рисунке 9 приведено сравнение лучей Ломакса для частоты 30 Гц со стандартными лучами в изотропном случае. Как можно видеть, совпадение лучевых траекторий вполне удовлетворительно. Максимальная невязка времен пробега не превышает 3 мсек (шаг движения вдоль луча). Невязка обусловлена численной реализацией лучей Ломакса.

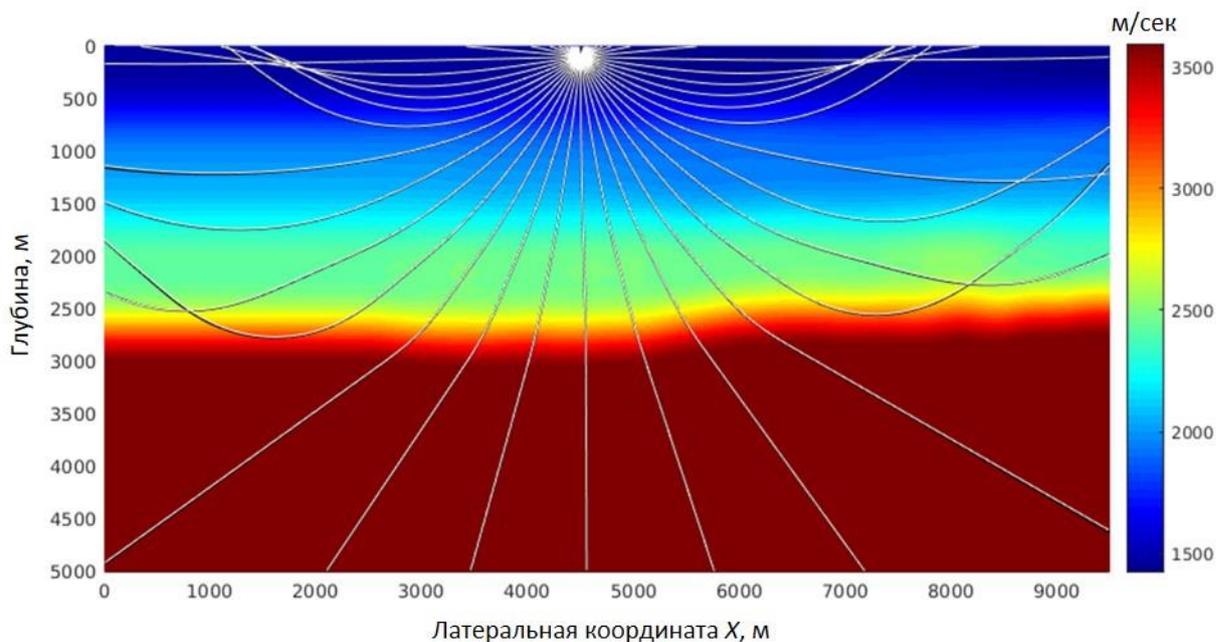


Рис. 9. Сравнение 3D лучей Ломакса для $\nu = 30$ Гц в изотропной модели с рис. 3 (черные) ($\varepsilon=0, \delta=0$) со стандартными лучами в этой же изотропной модели (белые). Лучи построены для одного фиксированного азимута $\varphi_{AZ} = 0$ и наложены на скоростную модель в XZ плоскости.

В заключении отметим, что в общем случае трансверсально изотропной модели с произвольной наклонной осью симметрии, в качестве входных данных необходимо будет задать еще два массива параметров (по сравнению с рассмотренным выше VTI случаем), а именно массивы со значениями углов, определяющих ориентацию оси симметрии в каждой точке: азимут и угол наклона относительно вертикали.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе разработан, реализован и протестирован алгоритм построения квазипродольных частотно-зависимых лучей (лучи Ломакса) в трехмерных трансверсально-изотропных средах с наклонной осью симметрии. Лучи Ломакса позволяют до некоторой степени аппроксимировать распространение широкополосных сейсмических сигналов в реальных средах. Предложенная в данной работе схема расчета лучей Ломакса состоит из двух этапов: 1) движение луча вдоль соответствующего вектора групповой скорости, который зависит от сплаженных вдоль плоского участка фронта фазовых скоростей и текущей нормали к фронту; 2) определение локальной ориентации фронта в найденной на

первом этапе точке луча, которая находится с помощью одновременного движения множества контрольных точек, изначально расположенных на фрагменте плоского фронта в окрестности луча. Таким образом происходит аппроксимация движения локально плоского фрагмента волнового фронта. Свойства лучей Ломакса определяются распределением параметров модели в некотором объеме среды, сосредоточенным вокруг луча. Ширина зоны чувствительности зависит от длины волны в каждой точке. Длина волны определяется с помощью задаваемого наперед параметра, имеющего размерность частоты, который называется «частота луча». Для повышения численной эффективности используются приближенные выражения для фазовых и групповых скоростей для слабоанизотропной среды. Это предположение вполне оправдано в большинстве практических ситуаций, возникающих при обработке реальных сейсмических данных. Для того чтобы подтвердить правильность как самой концепции построения лучей Ломакса в трансверсально-изотропных средах, так и ее численной реализации, проведено сравнение лучей Ломакса в предельном случае (при достаточно большой частоте) со стандартными лучами с использованием гладкой реалистичной модели среды. В этом случае, в теории, результаты обоих подходов должны быть очень близки. Численные результаты подтверждают корректность разработанной реализации предложенного алгоритма. Проведенные численные эксперименты демонстрируют, что лучи Ломакса могут вполне успешно применяться при решении прямых и обратных задач сейсмологии в сложных трехмерных трансверсально-изотропных средах с наклонной осью симметрии.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Бабич В.М., Булдырев В.С.** Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972. 456 с.
- Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.** Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 306 с.
- Неклюдов Д.А., Протасов М.И.** Моделирование времен пробега и акустических волновых полей лучевым методом с аппроксимацией распространения широкополосного сигнала применительно к задачам сейсмологии // Геофизические технологии. 2021. № 3. С. 4–17. doi:10.18303/10.18303/2619-1563-2021-3-4.
- Неклюдов Д.А., Протасов М.И.** Трехмерные лучи Ломакса и их использование для моделирования акустических волновых полей в сложных средах // Геофизические технологии. 2023. № 2. С. 56–71. doi:10.18303/2619-1563-2023-2-56.
- Протасов М.И., Осипов К.С.** Частотно-зависимое лучевое трассирование для неплоских границ // Технологии сейсморазведки. 2014. № 3. С. 25–31.
- Ben-Menahem A., Beydoun W.B.** Range of validity of seismic ray and beam methods in general inhomogeneous media – I. General theory // Geophysical Journal International. 1985. Vol. 82 (2). P. 207–234. doi:10.1111/j.1365-246X.1985.tb05135.x.
- Bube K.P., Washbourne J.K.** Wave tracing: Ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // Geophysics. 2008. Vol. 73 (5). P. VE377–VE384. doi:10.1190/1.2963514.
- Červený V., Soares J.E.P.** Fresnel volume ray tracing // Geophysics. 1992. Vol. 57 (7). P. 902–915. doi:10.1190/1.1443303.
- Červený V., Molotkov I.A., Psencik I.** Ray theory in seismology. Charles University Press, 1977.
- Dehghan K., Farra V., Nicolétis L.** Approximate ray tracing for qP-waves in inhomogeneous layered media with weak structural anisotropy // Geophysics. 2007. Vol. 72 (5). P. SM47–SM60. doi:10.1190/1.2743668.

- Farra V.** High-order perturbations of the phase velocity and polarization of qP and qS waves in anisotropic media // *Geophysical Journal International*. 2001. Vol. 147 (1). P. 93–104. doi:10.1046/j.1365-246X.2001.00510.x.
- Fowler P.J.** Practical VTI approximations: a systematic anatomy // *Journal of Applied Geophysics*. 2003. Vol. 54 (3–4). P. 347–367. doi:10.1016/j.jappgeo.2002.12.002.
- Lomax A.** The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // *Geophysical Journal International*. 1994. Vol. 117 (2). P. 313–334. doi:10.1111/j.1365-246X.1994.tb03935.x.
- Protasov M., Gadylishin K.** Computational method for exact frequency-dependent rays on the basis of the solution of the Helmholtz equation // *Geophysical Journal International*. 2017. Vol. 210 (1). P. 525–533. doi:10.1093/gji/ggx188.
- Vasco D.W., Nihei K.** Broad-band trajectory mechanics // *Geophysical Journal International*. 2019. Vol. 216 (2). P. 745–759. doi:10.1093/gji/ggy435.
- Vasco D.W., Peterson J.E., Majer E.L.** Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel volumes // *Geophysics*. 1995. Vol. 60 (6). P. 1790–1804. doi:10.1190/1.1443912.
- Yarman C.E., Cheng X., Osypov K., Nichols D., Protasov M.** Band-limited ray tracing // *Geophysical Prospecting*. 2013. Vol. 61 (6). P. 1194–1205. doi:10.1111/1365-2478.12055.
- Thomsen L.** Weak elastic anisotropy // *Geophysics*. 1986. Vol. 51. P. 1954–1966. doi:10.1190/1.1442051.

REFERENCES

- Babich V.M., Buldyrev V.S.** Asymptotical methods in problems of short-wavelength diffraction [in Russian]. Nauka, Moscow, 1972.
- Ben-Menahem A., Beydoun W.B.** Range of validity of seismic ray and beam methods in general inhomogeneous media – I. General theory // *Geophysical Journal International*. 1985. Vol. 82 (2). P. 207–234. doi:10.1111/j.1365-246X.1985.tb05135.x.
- Bube K.P., Washbourne J.K.** Wave tracing: Ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // *Geophysics*. 2008. Vol. 73 (5). P. VE377–VE384. doi:10.1190/1.2963514.
- Červeny V., Soares J.E.P.** Fresnel volume ray tracing // *Geophysics*. 1992. Vol. 57 (7). P. 902–915. doi:10.1190/1.1443303.
- Červeny V., Molotkov I.A., Psencik I.** Ray theory in seismology. Charles University Press, 1977.
- Dehghan K., Farra V., Nicoléti L.** Approximate ray tracing for qP -waves in inhomogeneous layered media with weak structural anisotropy // *Geophysics*. 2007. Vol. 72 (5). P. SM47–SM60. doi:10.1190/1.2743668.
- Farra V.** High-order perturbations of the phase velocity and polarization of qP and qS waves in anisotropic media // *Geophysical Journal International*. 2001. Vol. 147 (1). P. 93–104. doi:10.1046/j.1365-246X.2001.00510.x
- Fowler P.J.** Practical VTI approximations: a systematic anatomy // *Journal of Applied Geophysics*. 2003. Vol. 54 (3–4). P. 347–367. doi:10.1016/j.jappgeo.2002.12.002.
- Kravtsov Y.A., Orlov Yu.I.** Geometrical optics of inhomogeneous media [in Russian]. Nauka, Moscow, 1980.
- Lomax A.** The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // *Geophysical Journal International*. 1994. Vol. 117 (2). P. 313–334. doi:10.1111/j.1365-246X.1994.tb03935.x.
- Neklyudov D.A., Protasov M.I.** Simulation of traveltimes and acoustic wave fields by the ray method with approximation of the propagation of a broadband signal as applied to seismic problems // *Russian Journal of Geophysical Technologies*. 2021. Vol. 3. P. 4–17. (in Russ.). doi:10.18303/10.18303/2619-1563-2021-3-4.

Neklyudov D.A., Protasov M.I. Three-dimensional Lomax rays and its application for acoustic wave fields modelling in complex media // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2023. Vol. 2. P. 56–71. (in Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2023-2-56.

Protasov M., Osypov K. Frequency-dependent ray tracing for non-planar boundaries // Seismic Technologies. 2014. Vol. 3. P. 25–31.

Protasov M., Gadylyshin K. Computational method for exact frequency-dependent rays on the basis of the solution of the Helmholtz equation // Geophysical Journal International. 2017. Vol. 210 (1). P. 525–533. doi:10.1093/gji/ggx188.

Thomsen L. Weak elastic anisotropy // Geophysics. 1986. Vol. 51. P. 1954–1966. doi:10.1190/1.1442051.

Vasco D.W., Nihei K. Broad-band trajectory mechanics // Geophysical Journal International. 2019. Vol. 216 (2). P. 745–759. doi:10.1093/gji/ggy435.

Vasco D.W., Peterson J.E., Majer E.L. Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel volumes // Geophysics. 1995. Vol. 60 (6). P. 1790–1804. doi:10.1190/1.1443912.

Yarman C.E., Cheng X., Osypov K., Nichols D., Protasov M. Band-limited ray tracing // Geophysical Prospecting. 2013. Vol. 61 (6). P. 1194–1205. doi:10.1111/1365-2478.12055.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

НЕКЛЮДОВ Дмитрий Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории методов интерпретационной обработки сейсмических данных Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: сейсмическая томография, выделение полезного сигнала в сейсмических данных.

ПРОТАСОВ Максим Игоревич – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией методов интерпретационной обработки сейсмических данных Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: исследования в области разработки алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

*Статья поступила 21 ноября 2023 г.,
одобрена после рецензирования 15 декабря 2023 г.,
принята к публикации 18 декабря 2023 г.*