



ОСОБЕННОСТИ СИГНАТУРНОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ СО СЛОЖНОЙ ФОРМОЙ СИГНАЛА

Михаил Сергеевич Денисов

ООО «ГЕОЛАБ», 119071, Москва, ул. Орджоникидзе, 12/4, Россия

denisovms@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-1532-8457>

Аннотация. Рассматриваются вопросы, связанные с обратной фильтрацией по форме сигнала, записываемого в виде суммы нескольких импульсов, сдвинутых друг относительно друга по временной оси. Показано, что в отсутствие аддитивной помехи в формировании выходного сигнала участвует только первый импульс. Если деконволюция реализуется как оптимальная обратная фильтрация на фоне шума, в выходном сигнале присутствует энергия всех импульсов.

Ключевые слова: деконволюция, каузальный сигнал, оптимальная фильтрация

Благодарности: Автор благодарит В.С. Серебрякова (ООО «ГЕОЛАБ») за помощь в подготовке графических материалов.

Для цитирования: Денисов М.С. Особенности сигнатурной деконволюции со сложной формой сигнала // Геофизические технологии. 2024. № 3. С. 21–32. doi:10.18303/2619-1563-2024-3-21.

SIGNATURE DECONVOLUTION FOR COMPOSITE SIGNALS

Mikhail S. Denisov

GEOLAB Ltd, Ordzhonikidze Str., 12/4, Moscow, 119071, Russia,

denisovms@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-1532-8457>

Abstract. Some aspects of signature deconvolution for a composite signal being as a sum of several wavelets shifted relative to each other along the time axis are considered. It is shown that in the absence of additive noise, only the first wavelet is involved in forming the output signal. If deconvolution is implemented as optimal inverse filtering with the noise taken into account, the output signal will contain the energy of all the wavelets.

Keywords: deconvolution, causal signal, optimal filtering

Acknowledgments: The author thanks V.S. Serebryakov (GEOLAB Ltd) for assistance in preparing the figures.

For citation: Denisov M.S. Signature deconvolution for composite signals // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 3. P. 21–32. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-3-21.

ВВЕДЕНИЕ

При обработке данных сейсморазведки широко применяются различные методы оптимальной фильтрации [Козлов и др., 1973]. В частности, решается задача приведения импульса от исходной к желаемой форме. Такая процедура получила название *деконволюции по форме сигнала* [Боганик, Гурвич, 2006] или *деконволюции на заданную форму импульса* [Хаттон и др., 1989], которую для краткости будем называть *сигнатурной деконволюцией* (в англоязычной литературе *signature deconvolution* [Yilmaz, 2001]). Она рассматривается в рамках одномерной стационарной сверточной модели сейсмической трассы, и именно в такой постановке нам предстоит изучить некоторые ее свойства.

Настоящее исследование посвящено особенностям процедуры в ситуации, когда сигнал имеет сложную форму. Под сложностью формы будем понимать то, что сигнал представляет собой сумму импульсов, сдвинутых друг относительно друга по временной оси. Приведем два хорошо известных примера. В первом сигнал является суммой полезной волны и ее спутника (или нескольких спутников, если переотражение от свободной поверхности происходит как со стороны источника, так и со стороны приемника). Как правило, это имеет место в морской сейсморазведке. Второй случай сигнала сложной формы – импульс однократной волны со следующим за ним цугом кратных волн.

Автору этих строк часто приходится слышать следующее утверждение: «Разумеется, следует отделить полезную волну от ее спутника. Но зачем вы удаляете спутник? Это такая же волна, имеющая почти такую же интенсивность, как и полезный сигнал. Она тоже проходит в глубь среды и взаимодействует с глубинными границами. Отраженный от глубинных неоднородностей спутник несет в себе почти столько же полезной информации, что и отраженная первичная волна. Не нужно терять его энергию, удаляя из исходных трасс. Следует отдельно получить волновое поле, связанное со спутником, ввести в него кинематическую подвижку и амплитудную поправку так, чтобы он имел время вступления и интенсивность, как и у первичной волны, после чего подсуммировать его к полученному ранее полю первичной волны. Это улучшит отношение сигнал/шум».

Наконец, такую логику рассуждений можно продолжить и утверждать, что любой сигнал состоит из набора отсчетов, которые могут рассматриваться как самостоятельные импульсы, следующие друг за другом с относительным запаздыванием на один временной дискрет. Если сейсмический импульс причинный, то деконволюция сжатия сигнала, реализуемая как предсказывающая деконволюция с единичным интервалом прогнозирования (для такого сигнала она совпадает с сигнатурной деконволюцией), удалит все его отсчеты за исключением первого. От протяженного и насыщенного энергией сигнала останется лишь один отсчет. Зачем терять энергию, содержащуюся в хвосте импульса, ведь, как и волна-спутник, она взаимодействует с глубинными неоднородностями, поэтому несет в себе информацию о строении среды?

Нам предстоит ответить на поставленные вопросы, рассмотрев особенности деконволюции со сложной формой сигнала.

МОДЕЛЬ

Пусть сейсмическая трасса $z(t)$ записывается в соответствии с традиционной сверточной моделью

$$z(t) = r(t) * s(t) + n(t), \quad (1)$$

где $r(t)$ – последовательность коэффициентов отражения, $s(t)$ – сигнал, $n(t)$ – аддитивная помеха, t – индекс дискретного времени. Звездочка обозначает свертку. Будем полагать, что $r(t)$ является реализацией центрированного случайного процесса типа дискретного белого шума, а $n(t)$ – реализация центрированного дискретного случайного процесса, некоррелированного с $r(t)$. Аддитивная помеха имеет энергетический спектр $Q_n(\omega)$, где ω – циклическая частота, а импульсная трасса характеризуется своей дисперсией σ_r^2 .

Нас будет интересовать случай сложного сигнала, когда он состоит из M импульсов, имеющих одну форму $g(t)$, но отличающихся друг от друга амплитудой p_i и временем относительного запаздывания τ_i :

$$s(t) = g(t) * u(t), \quad (2)$$

где

$$u(t) = \sum_{i=1}^M p_i \delta(t - \tau_i), \quad (3)$$

причем для каузального сигнала естественно положить, что его первый отсчет равен условной единице и вступает в нулевой момент времени: $p_1 \equiv 1$, $\tau_1 \equiv 0$. Остальные p_i и τ_i считаются известными, а форма импульса $g(t)$ неизвестна. $\delta(t)$ – дискретная дельта-функция, она же – символ Кронекера [Корн, Корн, 1974].

Например, если речь идет о сейсмическом спутнике, это означает, что $M = 2$, и что известны величина его запаздывания τ_2 относительно первичной волны и амплитуда p_2 . Тогда выражение (2) принимает вид

$$s(t) = g(t) + p_2 g(t - \tau_2). \quad (4)$$

Если нас интересует ситуация кратных волн, то p_i и τ_i соответственно определяют амплитуду и относительное запаздывание кратной волны i – го порядка кратности.

Если представить сигнал в виде набора его отсчетов как самостоятельных импульсов, следующих друг за другом с относительным запаздыванием на один дискрет времени, то в (2) и (3) следует использовать $g(t) = \delta(t)$, $p_i = g(i)$, $\tau_i = i$.

В дальнейшем для ясности изложения допустим, что сложный сигнал состоит только из двух импульсов ($M = 2$), а все выкладки и сделанные выводы легко обобщаются на их произвольное число. Тогда упростим обозначения и вместо p_2 будем записывать p , а вместо τ_2 будем использовать τ .

Условимся обозначать спектральные характеристики временных функций соответствующими заглавными буквами. Например, $Z(\omega)$ связано с $z(t)$ парой дискретных преобразований Фурье [Оппенгейм, Шафер, 2012]. Тогда уравнение (1) в частотной области принимает вид

$$Z(\omega) = R(\omega)G(\omega)(1 + pe^{j\omega\tau}) + N(\omega), \quad (5)$$

где $j = \sqrt{-1}$. Для краткости будем рассуждать о спектральных характеристиках, фигурирующих в выражении (5), как о самих функциях и говорить, например, об $N(\omega)$ как о помехе или о $Z(\omega)$ как о сейсмической трассе.

АЛГОРИТМЫ СИГНАТУРНОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ

Сигнатурная деконволюция призвана преобразовать исходный сигнал к желаемому сигналу, имеющему вид дельта-функции. Иначе говоря, оператор преобразования оказывается оператором обратной фильтрации или фильтром сжатия. В нашей задаче требуется преобразовать сложный сигнал $\delta(t) + p\delta(t - \tau)$ в дельта-функцию, при этом сохранив форму импульса источника, которой здесь является $g(t)$. Иначе говоря, если игнорировать аддитивную помеху, то требуется преобразовать трассу

$$Z(\omega) = R(\omega)G(\omega)(1 + pe^{j\omega\tau}) \quad (6)$$

в

$$\hat{Z}(\omega) = R(\omega)G(\omega). \quad (7)$$

Нам предстоит сопоставить две стратегии обратной фильтрации. Первая подразумевает преобразование, при котором оператор рассчитывается как фильтр, обратный к сложному суммарному сигналу $\delta(t) + p\delta(t - \tau)$. Вторая реализует предварительное разделение записи (5) на две трассы, связанные отдельно с каждым импульсом $\delta(t)$ и $p\delta(t - \tau)$. Затем каждая трасса подвергается обратной фильтрации по соответствующей ей форме сигнала, после чего результаты суммируются.

ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Первой целью исследования является доказательство утверждения, согласно которому деконволюция по форме сложного сигнала, применяемая к исходной трассе (5), тождественна процедуре предварительного разделения этой трассы на две сверточные компоненты, связанные соответственно с импульсами $\delta(t)$ и $p\delta(t - \tau)$, с последующей деконволюцией сжатия и суммированием результатов. Покажем, что при такой реализации сигнатурной деконволюции теряется энергия волны-спутника, энергия кратных волн или энергия, сосредоточенная в хвосте каузального сигнала. Второй целью является изучение возможности использования этой энергии.

ОСОБЕННОСТИ ФИЛЬТРА ВЫДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНОГО ИМПУЛЬСА ИЗ СЛОЖНОГО СИГНАЛА

Пусть решается задача преобразования трассы (6) в (7). Покажем, что соответствующий оператор при $|p| < 1$ удаляет второй импульс $p\delta(t - \tau)$, и его энергия теряется. Если $|p| > 1$, то оператор удаляет первый импульс $\delta(t)$, теряя его энергию.

Очевидно, что фильтр, преобразующий (6) в (7), имеет спектральную характеристику

$$F^{(1)}(\omega) = \frac{1}{1 + pe^{j\omega\tau}}. \quad (8)$$

Так как $|p| < 1$, то выражение в правой части последнего равенства совпадает с выражением для суммы бесконечной сходящейся геометрической прогрессии со знаменателем $pe^{j\omega\tau}$ [Корн, Корн, 1974], т. е.

$$F^{(1)}(\omega) = 1 - pe^{j\omega\tau} + p^2e^{j\omega 2\tau} - \dots.$$

Результат действия фильтра на суммарный сигнал $1 + pe^{j\omega\tau}$ записывается как

$$(1 + pe^{j\omega\tau})F^{(1)}(\omega) = (1 + pe^{j\omega\tau})(1 - pe^{j\omega\tau} + p^2e^{j\omega 2\tau} - \dots).$$

Раскроем скобки и получим

$$1 - pe^{j\omega\tau} + p^2e^{j\omega 2\tau} - \dots + pe^{j\omega\tau} - p^2e^{j\omega 2\tau} + \dots.$$

Все члены суммы, за исключением 1, взаимно сокращаются. Нетрудно увидеть, что этот рекурсивный во временной области фильтр (свойство рекурсивности обусловлено тем, что его частотная характеристика содержит знаменатель, в котором фигурирует сумма функций [Рабинер, Гоулд, 1978]), прогнозирует помеху, которой в данной постановке задачи является $pe^{j\omega\tau}$, а затем вычитает из трассы спрогнозированное значение. В самом деле, временной отклик оператора с частотной характеристикой $F^{(1)}(\omega)$ выглядит как бесконечная последовательность дельта-функций

$$f^{(1)}(t) = \delta(t) - p\delta(t - \tau) + p^2\delta(t - 2\tau) - \dots. \quad (9)$$

Это каузальная функция, ее хвост целиком расположен в области положительных времен. Из выражения (9) следует, что такой оператор производит прогнозирование помехи $p\delta(t - \tau)$ по полезной волне $\delta(t)$, после чего вычитает спрогнозированное значение из исходной трассы, тем самым удаляет второй импульс. Действительно, второй член суммы, $p\delta(t - \tau)$, производит подвижку полезной волны на временной интервал τ , умножает результат на p , после чего вычитает его из исходной записи. На этом времени в трассе находится помеха $p\delta(t - \tau)$, и вычитание спрогнозированного значения удаляет ее. При этом, однако, оператор действует также и на саму помеху, находящуюся в исходной трассе, сдвигая ее на этот же временной интервал, в результате чего на времени 2τ появляется артефакт с амплитудой p^2 , т. е. $p^2\delta(t - 2\tau)$. Третий член выписанного выше ряда, $p^2\delta(t - 2\tau)$, устраняет его, т. к. действуя на полезную волну, он преобразует ее в этот артефакт и после вычитания удаляет его и т. д. В результате действия всех операторов, входящих в ряд, будет сохранена полезная волна, а второй импульс будет подавлен, его энергия окажется потерянной.

Можно ли сохранить энергию второго импульса, если в явном виде потребовать от фильтра выделения именно этого импульса из интерференции с первым? Тогда фильтр должен преобразовать трассу (6) в

$$\hat{Z}(\omega) = R(\omega)G(\omega)pe^{j\omega\tau}.$$

Очевидно, что такой фильтр, имеет спектральную характеристику

$$F^{(2)}(\omega) = \frac{pe^{j\omega\tau}}{1 + pe^{j\omega\tau}}. \quad (10)$$

Попробуем вновь прийти к выражению для суммы прогрессии, разделив в последнем выражении числитель и знаменатель на $pe^{j\omega\tau}$. В результате получим

$$F^{(2)}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{p}e^{-j\omega\tau}}. \quad (11)$$

В отличие от (8) и (9), этот оператор не может быть записан в виде сходящегося ряда. Так как $\left|\frac{1}{p}\right| > 1$, выражение (11) уже не является суммой бесконечной сходящейся геометрической прогрессии. Поэтому переход от (10) к (11) смысла не имеет, а временной отклик оператора следует получать на основании спектральной характеристики (10), и он равен

$$f^{(2)}(t) = p\delta(t - \tau) * (\delta(t) - p\delta(t - \tau) + p^2\delta(t - 2\tau) - \dots). \quad (12)$$

Выражение в круглых скобках совпадает с (9). Следовательно, чтобы выделить из сложного сигнала второй импульс, оператор $f^{(2)}(t)$ вначале производит такое же преобразование, как и $f^{(1)}(t)$, выделяя первый импульс и удаляя второй. После этого, действуя на результат сверточной компонентой $p\delta(t - \tau)$, которая в (12) оказалась вынесенной за круглые скобки, он преобразует первый импульс во второй, внося в него подвижку τ и умножая на p . Такая особенность операторов $f^{(1)}(t)$ и $f^{(2)}(t)$ доказывает, что из сейсмической записи невозможно почерпнуть дополнительную полезную информацию, выделяя отдельно сигнал и спутник или сигнал и кратные волны. Нетрудно убедиться в том, что если $|p| > 1$, то ситуация станет обратной: любая фильтрация будет удалять первый импульс, теряя его энергию, и сохранять второй импульс.

Обобщая рассуждения, приведенные в этом разделе, укажем на следующее свойство каузальных фильтров, которое также показывает, что при формировании результата обратной фильтрации игнорируются все отсчеты сигнала, кроме отсчета нулевого времени. Свертка вычисляется как скалярное произведение двух векторов, сформированных из отсчетов сигнала и фильтра, один из которых инвертирован по временной оси и в который вводится соответствующая подвижка. В силу каузальности функций скалярное произведение тождественно равно нулю при любой отрицательной подвижке. При подвижке, равной нулю, вектора перекрываются только одним своим элементом, соответствующим нулевому времени. При любой положительной подвижке скалярное произведение равно нулю по построению. Таким образом, результат представляет собой дельта-функцию, амплитуда которой равна произведению амплитуд отсчетов нулевого времени сигнала и фильтра, и только эти два отсчета участвуют в формировании всего выходного сигнала. Если же нужно, чтобы при формировании результата деконволюции участвовали и другие отсчеты каузального сигнала, необходимо использовать некаузальный смешанно-фазовый оператор обратной фильтрации. Именно такие операторы мы будем использовать ниже, решая задачу оптимальной деконволюции на фоне шума.

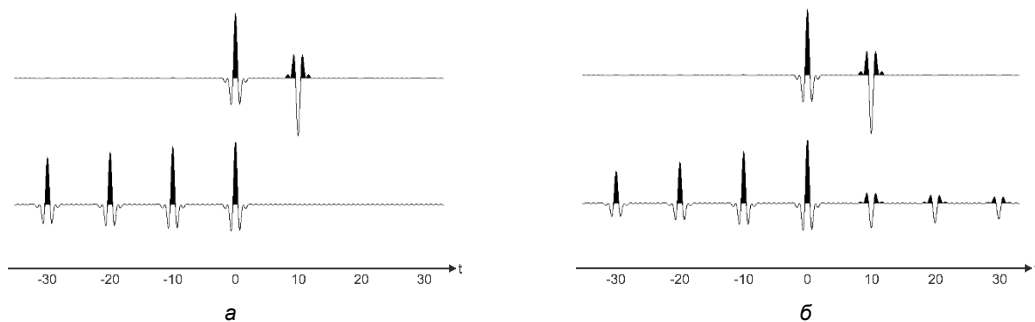


Рис. 1. Принцип формирования отсчета нулевого времени результата сигнатурной деконволюции с каузальным (а) и некаузальным (б) операторами.

Процесс получения отсчета нулевого времени иллюстрируется на рис. 1, а, где в верхней части рисунка показан исходный сложный сигнал при $p = -0.9$, $\tau = 10$, а в нижней части – инвертированный по временной координате оператор сигнатурной деконволюции (9). Чтобы избежать известных трудностей, связанных с визуализацией разрывных функций (к которым принадлежит дельта-функция), к ним применена полосовая фильтрация. Очевидно, что при вычислении скалярного произведения свой вклад в результат обеспечат только отсчеты нулевого времени сложного сигнала и оператора.

СРАВНЕНИЕ СТРАТЕГИЙ СИГНАТУРНОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ

На основании выкладок, содержащихся в предыдущем разделе, мы убедились в том, что первая стратегия обратной фильтрации сводится к применению фильтра $F^{(1)}(\omega)$. Вторая стратегия использует оператор $F^{(1)}(\omega)$ для выделения из записи компоненты, связанной с первым импульсом, а для компоненты, связанной со вторым импульсом, использует оператор $F^{(2)}(\omega)$. Чтобы подsumмировать трассу, связанную со вторым импульсом, к трассе первого импульса, следует преобразовать ее так, чтобы импульсы совпадали по форме и времени вступления. Это достигается делением выделенной трассы второго импульса на p и подвижкой ее на $-\tau$, что в спектральной области означает применение оператора с частотной характеристикой

$$\frac{1}{p} e^{-j\omega\tau}. \quad (13)$$

Понятно, что последовательное использование фильтров $F^{(2)}(\omega)$ и (13) тождественно применению фильтра $F^{(1)}(\omega)$. Таким образом, полусумма трасс, полученных в результате выделения первого и второго импульсов и их последующей раздельной деконволюции, тождественна результату деконволюции исходной трассы по импульсу сложной формы. Кроме того, трассы, посчитанные раздельно для первого и второго импульсов, совпадают.

Таким образом, обе стратегии деконволюции приводят к одному и тому же результату. При этом энергия второго импульса всегда теряется, никак не участвуя в формировании записи, поступающей на выход алгоритма, даже если в явном виде потребовать от фильтра выделения второго импульса.

Так как все три оператора имеют одинаковые частотные характеристики, то, будучи примененными к любой трассе, они приведут к получению тождественных результатов. В частности, если в исходной трассе содержится аддитивная помеха, результат обработки будет содержать преобразованную помеху, но она окажется одной и той же для всех трех режимов фильтрации. Поэтому не имеет смысла пытаться улучшить за счет накапливания отношение сигнал/шум в традиционной детерминистической сигнатурной деконволюции, выделяя из сложного сигнала отдельные импульсы и обрабатывая соответствующие им трассы по отдельности с последующим суммированием результатов.

На практике мы не располагаем истинными значениями величин p и τ . Бывают доступны более или менее точные их оценки $\tilde{p}$ и $\tilde{\tau}$. Нетрудно убедиться в том, что, если подставить в выражения (8), (10) и (13) величины $\tilde{p}$ и $\tilde{\tau}$, мы вновь придем к получению тождественных результатов обработки для обеих стратегий. При этом, разумеется, результаты не будут совпадать с желаемой трассой (7).

Считаем важным еще раз подчеркнуть, что описанное поведение фильтра сигнатурной деконволюции связано с тем, что он работает в предположении об отсутствии шума в трассе, и поэтому ему нет необходимости добиваться повышения отношения сигнал/шум. Достаточно просто удалить из исходной записи все, за исключением первого, элементарные импульсы, формирующие сумму (3), тем самым обеспечить сжатие сложного сигнала, и переход к желаемой трассе осуществляется простым отбрасыванием энергии волны-спутника, кратных волн или хвоста протяженного импульса.

Более того, при применении фильтра сигнатурной деконволюции уровень помехи увеличится. В самом деле, если шум $n(t)$ некогерентный, то его дисперсия возрастет на величину γ [Левин, 1989], где

$$\gamma = \sum_{t=0}^{\infty} (f^{(1)}(t))^2.$$

Так как обычно $f^{(1)}(0) = 1$, то $\gamma > 1$.

О ФОКУСИРОВКЕ ЭНЕРГИИ СЛОЖНОГО СИГНАЛА ПРИ СИГНАТУРНОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ

Выше мы решали, а также продолжаем решать задачу, относящуюся к классу задач линейной одноканальной оптимальной фильтрации. Для построения оператора $f^{(3)}(t)$ формируется функционал

$$f^{(3)}(t) = \underset{\tilde{f}(t)}{\operatorname{argmin}} E\{(z(t) * \tilde{f}(t) - r(t) * g(t))^2\}, \quad (14)$$

где E – символ математического ожидания. Известен результат решения оптимизационной задачи, аналогичной (14), когда в трассе отсутствует сверточная компонента $g(t)$, а в качестве желаемого выходного сигнала выбран $r(t)$ [Козлов и др., 1973].

Чтобы обобщить этот вывод на случай минимизации функционала (14), выпишем уравнения Колмогорова–Винера [Никитин, 1986], к которым приходят после дифференцирования выражения (14) по $\tilde{f}(t)$ и приравнивания производной к нулю:

$$V_{zz}(t) * f^{(3)}(t) = V_{z(rg)}(t), \quad (15)$$

где $V_{zz}(t)$ – автокорреляционная функция (АКФ) случайного процесса $z(t)$, а $V_{z(rg)}(t)$ – функция взаимной корреляции процессов $z(t)$ и $r(t) * g(t)$. Используя свойства центрированности и некоррелированности процессов $r(t)$ и $n(t)$, несложно получить следующее выражение

$$V_{zz}(t) = \sigma_r^2 V_{ss}(t) + q_n(t), \quad (16)$$

где $V_{ss}(t)$ – АКФ, определенная для детерминированного сигнала [Гоноровский, 1986], и увидеть, что

$$V_{ss}(t) = V_{gg}(t) * V_{uu}(t), \quad (17)$$

где $V_{gg}(t)$ и $V_{uu}(t)$ – соответственно АКФ функций $g(t)$ и $u(t)$. Также получим

$$V_{z(rg)}(t) = \sigma_r^2 (u(-t) * V_{gg}(t)). \quad (18)$$

Свертка с функцией $u(t)$, заданной в обращенном времени, означает корреляцию.

Подставим формулы (16)–(18) в (15), после чего переведем полученное выражение в частотную область (особенности такого преобразования описаны в цитированном выше источнике [Козлов и др., 1973]). Имеем

$$F^{(3)}(\omega) = \frac{\sigma_r^2 \overline{U(\omega)} |G(\omega)|^2}{\sigma_r^2 |G(\omega)|^2 |U(\omega)|^2 + Q_n(\omega)}, \quad (19)$$

где верхняя черта обозначает комплексно-сопряженную величину. Разделив числитель и знаменатель на $\sigma_r^2 |G(\omega)|^2$, а также вспомнив, что здесь нас интересует случай $U(\omega) = 1 + pe^{j\omega\tau}$, приходим к окончательному равенству

$$F^{(3)}(\omega) = \frac{\overline{(1 + pe^{j\omega\tau})}}{|1 + pe^{j\omega\tau}|^2 + \frac{Q_n(\omega)}{\sigma_r^2 |G(\omega)|^2}}.$$

Как следует из этого выражения, в отсутствие помехи, $Q_n(\omega) \equiv 0$, фильтр превращается в идеальный обратный фильтр (8). При максимально интенсивной помехе с равномерной спектральной плотностью $|Q_n(\omega)| = Q_n \rightarrow \infty$ и при $|G(\omega)| = 1$, спектральная характеристика фильтра стремится (с точностью до константы) к $\overline{(1 + pe^{j\omega\tau})}$. Это означает, что оператор деконволюции превращается в коррелятор (он же – согласованный фильтр [Рапопорт, 1993]). Тогда, например, отсчет нулевого времени результата обратной фильтрации окажется равным сумме квадратов исходного сложного сигнала, и это означает, что при формировании результата целиком используется энергия как первого, так и второго

импульсов, которые его составляют. Действительно, результат применения фильтра к сложному сигналу может быть записан как обратное преобразование Фурье произведения их спектров:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (1 + pe^{j\omega\tau}) \overline{(1 + pe^{j\omega\tau})} e^{-j\omega t} d\omega.$$

Тогда отсчет нулевого времени, $t = 0$, записывается как

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (1 + pe^{j\omega\tau}) \overline{(1 + pe^{j\omega\tau})} d\omega, \quad (20)$$

что равно энергии спектра результата фильтрации, которая, как это видно из (20), совпадает с энергией исходного сложного сигнала. Согласно теореме Парсеваля [Гоноровский, 1986], она равна энергии функции во временной области, т. е. сумме квадратов отсчетов сложного сигнала: $1 + p^2$.

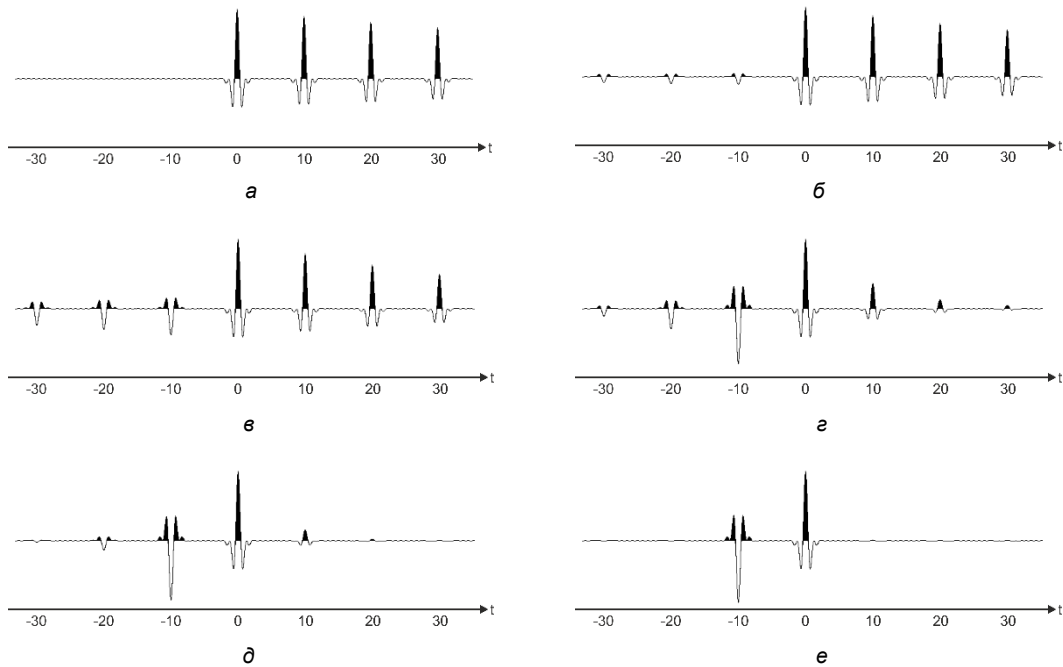


Рис. 2. Временные отклики операторов (в ограниченном частотном диапазоне) сигнатурной деконволюции при различных уровнях отношения шум/сигнал (ρ). а – $\rho = 0$, б – $\rho = 0.075$, в – $\rho = 0.2$, г – $\rho = 1$, д – $\rho = 2$, е – $\rho = 10$.

Имеет смысл рассмотреть промежуточные случаи, варьируя интенсивность помехи. Операторы, к которым применена нормировка амплитуды и полосовая фильтрация, посчитанные при тех же значениях p и τ , которые использовались при получении сигнала на рис. 1, и при $|G(\omega)| = 1$, показаны на рис. 2. Они вычислены в предположении, что помеха имеет равномерную спектральную плотность, а величина $\rho = \frac{Q_n}{\sigma_r^2}$, обратная отношению сигнал/шум, принимает значения от 0 до 10. Как и ожидалось, из рис. 2, а, который соответствует нулевому уровню помехи, следует, что оператор деконволюции является каузальным, вследствие чего энергия второго импульса теряется при формировании результата. Как только в данных появляется помеха, фильтр перестает быть каузальным и приобретает хвост в области отрицательных времен (рис. 2, б–е). Как следствие, он начинает привлекать энергию второго импульса.

Этот эффект проиллюстрирован на рис. 1, б, где показан процесс формирования отсчета нулевого времени результата деконволюции, получаемого как скалярное произведение вектора каузального исходного сигнала на инвертированный по временной координате вектор некаузального оператора, полученного для $\rho = 0.2$ (этот оператор изображен на рис. 2, в).

Чем выше уровень помехи, тем сильнее эффект некаузальности. Наконец, при очень интенсивном шуме (рис. 2, е) фильтр становится антикаузальным и совпадает по форме с исходным сложным импульсом, инвертированным по временной координате (оператор превращается в коррелятор), и отсчет нулевого времени их свертки равен сумме квадратов отсчетов исходного сложного сигнала.

Проиллюстрированный эффект также хорошо известен в задаче деконволюции сжатия, когда при использовании регуляризации оператор перестает быть каузальным. (Имеется в виду оптимальный обратный фильтр, получаемый в результате минимизации функционала, аналогичного (14), а не минимально-фазовый оператор предсказывающей деконволюции, который каузален по построению [Рапопорт, 1993]). У результата фильтрации появляется хвост в области отрицательных времен, что зачастую не нравится геофизику-обработчику, так как такого хвоста не было у исходного каузального сигнала. Понятно, что использование регуляризации при расчете оператора означает включение в постановку задачи наличия некогерентной помехи и фактический переход к выражению (19).

Фильтр (19) является оптимальным, а это означает, что он наилучшим (т. е. так, чтобы достичь минимума функционала (14)) образом использует энергию как первого, так и второго импульсов. Поэтому в данном случае не имеет смысла ставить вопрос о предварительном их разделении и последующем совместном использовании при формировании результата обработки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

От фильтра сигнатурной деконволюции, как правило, ожидают идеального сжатия сигнала. Он действительно способен решить такую задачу, однако при этом отношение сигнал/шум может стать настолько малым, что результат обработки окажется неудовлетворительным. Причина заключается в том, что оператор отбрасывает всю энергию исходного сигнала, кроме той, которая заключена в его первом отсчете. Такой эффект, однако, вполне соответствует постановке задачи, при решении которой рассчитывается оператор деконволюции. Задача поставлена как детерминированная, и наличие аддитивной помехи в ней игнорируется. Так, к примеру, использование процедуры подавления спутников со стороны источника и приемника приводит к тому, что вместо четырех импульсов на трассе, которые в случае буксируемой косы частично усиливают друг друга за счет интерференции, остается только один импульс, интенсивность которого, условно говоря, в четыре раза меньше интенсивности исходного сложного сигнала. Аналогично, идеальный оператор деконволюции сжатия удаляет хвост сейсмического импульса, оставляя только его первый отсчет и тем самым теряя подавляющую часть полезной энергии. При этом уровень аддитивного шума в выходной трассе возрастет по сравнению с уровнем шума на входе. Если же при постановке задачи включить в функционал аддитивную помеху, требуя от фильтра не только фокусировки сигнала, но и выделения его на фоне шума, ситуация становится иной, и такой оператор учитывает всю энергию сложного сигнала.

Мы показали, что каждая трасса, связанная со своим элементарным импульсом, однозначно пересчитывается из трассы основного сигнала, поэтому не несет в себе никакой дополнительной информации. В частности, трасса, полученная после выделения волны-спутника, связана с трассой

основного сигнала оператором подвижки и умножения на константу. Наблюдаемый в исходной трассе аддитивный шум после применения ряда фильтраций с целью выделения того или иного элементарного импульса также преобразуется в одну и ту же последовательность, что делает бессмысленным накопление.

В наших рассуждениях мы не касались вопросов, связанных с ограниченностью частотного диапазона сигнала. Понятно, что при решении практических задач такой эффект имеет место, и он делает невозможной фокусировку сигнала в дельта-функцию. При этом, однако, все сделанные выкладки и выводы сохраняют свою актуальность и корректность. Дело в том, что полночастотный сигнал отличается от неполночастотного тем, что к последнему применен оператор полосовой фильтрации. Понятно, что в силу стационарности временного отклика полосового фильтра свертка с ним обладает свойствами ассоциативности и коммутативности. Следовательно, процедура свертки с этим фильтром в выражениях типа (9), (12) и пр., записанных для функций или преобразований во временной области, может быть вынесена за скобки, а в частотной области уравнения приведены независимо на каждой частоте, поэтому считаем, что они записаны в пределах заданного сигнального диапазона. Поэтому, если на основании анализа соответствующих формул сделан вывод, например, о том, что второй импульс не участвует в формировании выходного сигнала, то он не будет участвовать и после применения к результирующей дельта-функции полосовой фильтрации. Аналогично, когда мы приходим к выводу о том, что вся энергия исходного сигнала участвует в получении выходного сигнала, это свойство сохранится и после применения к выходному сигналу полосовой фильтрации.

Полученные результаты легко обобщаются на случай произвольного числа импульсов, формирующих сложный сигнал (2), (3). Так, при учете помехи все волны-спутники вносят свой вклад в результирующий сфокусированный импульс. Весь цуг кратных волн формирует энергию выходного сигнала. В получении результата деконволюции сжатия участвует вся энергия сигнала, находящаяся в его хвостовой части.

Мы рассмотрели задачу деконволюции в рамках ее традиционной постановки, т. е. для одномерной сверточной модели сейсмической трассы. Она не всегда обобщается на двумерный или трехмерный случай. В самом деле, спутник или кратная волна со стороны источника имеют лучевую траекторию, отличную от лучевой траектории первичной или однократной волны. Поэтому они взаимодействуют с разными глубинными неоднородностями и, как следствие, могут нести разную информацию о строении земной коры. В случае резких латеральных вариаций модели среды информация, содержащаяся в одном типе волн, может дополнять информацию, содержащуюся в другом типе. Известны методики, реализующие раздельную миграцию полей первичных волн и их спутников, а также раздельную миграцию полей однократных и кратных волн. Чтобы иметь возможность извлечения из данных такой дополнительной информации, необходимо использовать двумерные или трехмерные алгоритмы разделения сигналов. В противном случае, как было показано, для одномерной сверточной модели различные сочетания и последовательности применения фильтров приводят к одному и тому же результирующему преобразованию исходной одноканальной трассы, независимо от ее формы.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Боганик Г.Н., Гурвич И.И. Сейсморазведка. Тверь: АИС, 2006. 744 с.

Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.

Козлов Е.А., Гогоненков Г.Н., Лернер Б.Л., Мушин И.А., Мешбей В.И., Климович Н.И., Янковский И.И. Цифровая обработка сейсмических данных. М.: Недра, 1973. 309 с.
Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974. 832 с.
Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 654 с.
Никитин А.А. Теоретические основы обработки геофизической информации. М.: Недра, 1986. 342 с.
Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2012. 1048 с.
Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.
Рапопорт М.Б. Вычислительная техника в полевой геофизике. М.: Недра, 1993. 352 с.
Хаттон Л., Уэрдингтон М., Мейкин Дж. Обработка сейсмических данных. Теория и практика. М.: Мир, 1989. 216 с.
Yilmaz Ö. Seismic data analysis. SEG, Tulsa, 2001. Vol. 1. 1809 p.

REFERENCES

Boganik G.N., Gurvich I.I. Seismic exploration (In Russ.). AIS, Tver, 2006. 744 p.
Gonorovsky I.S. Radio engineering circuits and signals (In Russ.). Radio and communication, Moscow, 1986. 512 p.
Hatton L., Worthington M., Makin J. Seismic data processing. Theory and practice (In Russ.). Mir, Moscow, 1989. 216 p.
Korn G., Korn T. Mathematics handbook (In Russ.). Nauka, Moscow, 1974. 832 p.
Kozlov E.A., Gogonenkov G.N., Lerner B.L., Mushin I.A., Meshbey V.I., Klimovich N.I., Yankovkij I.I. Digital processing of seismic data (In Russ.). Nedra, Moscow, 1973. 309 p.
Levin B.R. Theoretical fundamentals of statistical radio engineering (In Russ.). Radio and communication, Moscow, 1989. 654 p.
Nikitin A.A. Theoretical fundamentals of geophysical information processing (In Russ.). Nedra, Moscow, 1986. 342 p.
Oppenheim A., Schafer R. Digital signal processing (In Russ.). Technoshera, Moscow, 2012. 1048 p.
Rapoport M.B. Computing technologies in field geophysics (In Russ.). Nedra, Moscow, 1993. 352 p.
Rabiner L., Gould B. Theory and practice of digital signal processing (In Russ.). Mir, Moscow, 1978. 848 p.
Yilmaz Ö. Seismic data analysis. SEG, Tulsa, 2001. Vol. 1. 1809 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

ДЕНИСОВ Михаил Сергеевич – доктор физико-математических наук, директор по науке ООО «ГЕОЛАБ». Основные научные интересы: разработка алгоритмов обработки геофизических сигналов.

*Статья поступила в редакцию 16 октября 2024 г.,
одобрена после рецензирования 18 ноября 2024 г.,
принята к публикации 19 ноября 2024 г.*