



## О ВОЗМОЖНОСТИ УВЕЛИЧЕНИЯ ОТНОШЕНИЯ СИГНАЛ/ШУМ ЗА СЧЕТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГАРМОНИК В НЕВЗРЫВНОЙ СЕЙСМОРАЗВЕДКЕ

**Михаил Сергеевич Денисов**

ООО «ГЕОЛАБ», 119071, Москва, ул. Орджоникидзе, 12/4, Россия

denisovms@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-1532-8457>

**Аннотация.** В вибросейсмическом методе разведки наряду с основным сигналом в глубину земной коры проходят его гармоники, которые обычно рассматриваются как помеха. Естественной информацией, которую можно извлечь из гармоник, является высокочастотная компонента, отсутствующая в сигнале. Однако и в диапазоне частот возбуждения основного свипа можно привлекать энергию гармоник для лучшего выделения сигнала на фоне помех. В работе показано, что при попытке использования традиционной детерминистической деконволюции по форме сигнала энергия гармоник теряется. В то же время, оптимальный статистический фильтр фокусировки сигнала и выделения его на фоне помех использует энергию гармоник.

**Ключевые слова:** вибросейс, свип-сигнал, гармоники, деконволюция

**Для цитирования:** Денисов М.С. О возможности увеличения отношения сигнал/шум за счет использования гармоник в невзрывной сейсморазведке // Геофизические технологии. 2024. № 4. С. 34–49. doi:10.18303/2619-1563-2024-4-34.

## ON THE POSSIBILITY OF INCREASING THE SIGNAL-TO-NOISE RATIO BY USING THE HARMONICS IN NON-EXPLOSIVE SEISMIC EXPLORATION

**Mikhail S. Denisov**

GEOLAB Ltd, Ordzhonikidze Str., 12/4, Moscow, 119071, Russia,

denisovms@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-1532-8457>

**Abstract.** In the Vibroseis method, along with the main sweep signal, its harmonics, which are usually considered as noise, travel into the Earth's crust. The natural information that can be extracted from the harmonics is the high-frequency component that is absent in the signal. However, even within the frequency range of the main sweep, it is possible to utilize the energy of the harmonics to improve the signal-to-noise ratio. It is shown that the conventional signature deterministic deconvolution loses the energy of the harmonics. At the same time, the optimal statistical focusing filter that accounts for the additive noise factor, successfully utilizes the energy of the harmonics.

**Keywords:** Vibroseis, sweep signal, harmonics, deconvolution

**For citation:** Denisov M.S. On the possibility of increasing the signal-to-noise ratio by using the harmonics in non-explosive seismic exploration // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 4. P. 34–49. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-4-34.

### ВВЕДЕНИЕ

Кратные частоты (они же – гармоники), которые всегда наблюдаются в вибрационной сейсморазведке, могут быть использованы для расширения спектра сигнала. В работах [Денисов, Зыков,

2023а, б] была предложена методика отделения сигнала основного тона от его гармоник, а также разделения гармоник различных порядков друг от друга, которая базируется на способе так называемой оптимальной рекурсивной фильтрации (ОРФ) [Денисов, Егоров, 2019б; Denisov et al., 2021]. При этом сигнал основного тона может иметь нелинейную частотную модуляцию, а также амплитудную модуляцию. В результате обработки получается набор сейсмических разрезов по каждой гармонике. Чем выше порядок гармоники, тем шире диапазон частот соответствующего ей разреза и, соответственно, выше его разрешенность. При добавлении к разрезу основного тона разрезов гармоник спектр суммарного импульса насытится высокочастотными компонентами и, как следствие, повысится его разрешающая способность.

Однако и в пределах частотного интервала возбуждения основного свип-сигнала можно пытаться оптимальным образом просуммировать разрез основного свипа с разрезами гармоник с целью максимизации отношения сигнал/шум (с/ш). Исследования в этом направлении ведутся, и они охарактеризованы в работе [Akhondi-Asl, Vermeer, 2015]. На изучении именно такой возможности мы сосредоточимся в рамках настоящей работы. Обычно приводятся следующие логические заключения. За счет условий контакта плиты с грунтом, а также особенностей конструкции вибрационной установки порождается не только свип-сигнал основного тона, но и ряд дополнительных сигналов – гармоник. Все они распространяются в глубь среды, где взаимодействуют с глубинными границами, после чего возвращаются на свободную поверхность. Иначе говоря, как основной свип, так и гармоники, несут полезную информацию о свойствах земной коры. При этом, что очевидно, лучевая траектория у всех гармоник одинакова и совпадает с лучевой траекторией основного сигнала. Поэтому, если предварительно отделить сигнал от гармоник, а также разделить гармоники различных порядков друг от друга, то, просуммировав полученные коррелограммы или разрезы в диапазоне частот возбуждения основного свипа, мы усилим сигнал и, тем самым, ослабим случайный шум.

Исторически термин *коррелограмма* закрепился за результатом применения к виброграмме процедуры корреляции с теоретическим или зарегистрированным свипом. С целью фокусировки вибросигнала мы будем применять обратную фильтрацию, т. е. деконволюцию, оператор которой трансформируется в оператор корреляции (она же – оптимальная согласованная фильтрация [Рапопорт, 1993]), когда свипом оказывается линейно-частотно-модулированный (ЛЧМ) сигнал. Тем не менее, будем называть результат фокусировки вибросигнала средствами деконволюции привычным термином *коррелограмма*, и это не приведет к путнице. Таким образом, если вибратор возбуждает ЛЧМ сигнал, и если гармоники отсутствуют или их наличие игнорируется, то процедуры корреляции и деконволюции тождественны (если используется нелинейная частотная модуляция, сигнал приобретет неравномерный амплитудный спектр, в результате чего операторы корреляции и деконволюции окажутся различными). Если же сигнал осложнен гармониками, то сфокусировать его можно только средствами обратной фильтрации. Действительно, применив корреляцию виброграммы, содержащей гармоники, с теоретическим свипом без гармоник, получим коррелограмму, где параллельно с желаемым сфокусированным импульсом автокорреляции основного свипа (импульсом Клаудера) будут наблюдаться артефакты в виде взаимных корреляций основного свипа и гармоник. Они имеют вид протяженных частотно-модулированных (ЧМ) сигналов и загрязняют трассу. Результирующий сигнал окажется не нуль-фазовым, а смешанно-фазовым и имеющим сложный и осциллирующий амплитудный спектр. Если для корреляции использовать свип-сигнал с его гармониками, например, запись толкающего

усилия, то получим нуль-фазовый сигнал, но со сложным и изрезанным амплитудным спектром. Этот эффект обусловлен тем, что во временной области каждый элементарный сигнал наряду с импульсом Клаудера будет содержать целый набор взаимных корреляций гармоник различных порядков. Таким образом, чтобы избавиться от артефактов необходимо использовать деконволюцию. Можно предварительно отделить гармоники от сигнала, после чего применить корреляцию. Однако, как мы убедимся ниже, этот путь тождественен непосредственному применению деконволюции виброграмм.

Достаточно полный обзор литературы, посвященной проблеме разделения сигнала и гармоник с возможным последующим использованием последних, приведен в статье [Denisov et al., 2021]. Здесь же мы лишь дополним его несколькими свежими публикациями, в которых предлагается не просто устранять гармоники, а извлекать содержащуюся в них полезную информацию. В работе [Wang et al., 2023] показано, как гармоники могут быть использованы для расширения частотного состава сигнала в верхней части разреза (ВЧР) при морской сейсмозаписи с вибрационным источником. Авторы исследования [Carora et al., 2022] применяют разделение основного свипа и его гармоник на записи сигнала толкающего усилия (в англоязычной литературе – ground force) в области преобразования Габора (его аналог – спектрально-временной анализ (СВАН) или, оно же, спектрально-временное представление (СВП)), используя инверсионный подход. Затем к исходной виброграмме применяется корреляция отдельно по свипу и гармоникам. В работе [Ягудин и др., 2024] предлагается использовать так называемую скользящую фильтрацию (полосовая фильтрация с переменной по временной координате полосой пропускания) для разделения сигнала и гармоник на виброграммах. Такой подход способен корректно разделить сигнал и гармоники только для ВЧР, а отражения от глубинных горизонтов претерпевают частотные искажения. Авторы исследования [Alnasser et al., 2021] предлагают применять непрерывное вейвлет-преобразование для разделения сигнала и гармоник по данным ВСП. Как и в предыдущих подходах, методика корректно обрабатывает только отражения от горизонтов в ВЧР. После этого производится раздельное построение разрезов. Алгоритм удаления гармоник, ориентированный на обработку данных, полученных по методике slip-sweep [Rozemond, 1996], и основанный на различии формы импульсов сигнала и гармоники, предложен в [Liu et al., 2022].

## МОДЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введенная ранее модель дискретного вибросейсмического сигнала  $q(t)$  [Денисов, Егоров, 2019а] записывается в виде

$$q(t) = \sum_{m=1}^M a_m(t) * q_m(t), \quad (1)$$

где  $q_m(t)$  –  $m$ -я гармоника,  $a_m(t)$  – фильтры,  $M$  – общее число гармоник,  $t$  – индекс дискретного времени. Звездочка обозначает свертку. Фактически выражение (1) описывает разложение сигнала  $q(t)$  по системе базисных функций, в роли которых выступают фильтрованные гармоники  $a_m(t) * q_m(t)$ . Функция  $q_1(t)$  – свип-сигнал основного тона, он же – первая гармоника, при этом  $a_1(t) \equiv \delta(t)$  – дискретная дельта функция или символ Кронекера [Корн, Корн, 1974].

Пусть виброграмма  $z(t)$  записывается в соответствии с традиционной сверточной моделью

$$z(t) = r(t) * g(t) * q(t) + n(t), \quad (2)$$

где  $r(t)$  – последовательность коэффициентов отражения,  $g(t)$  – оператор, описывающий влияние на сигнал эффектов при прохождении ВЧР,  $n(t)$  – помеха. Будем полагать, что  $r(t)$  является реализацией дискретного случайного процесса типа белого шума, который характеризуется дисперсией  $\sigma_r^2$ , а  $n(t)$  – реализация случайного процесса, некоррелированного с  $r(t)$ . Условимся обозначать спектральные характеристики временных функций соответствующими заглавными буквами, т. е., например,  $Q_1(\omega)$ , где  $\omega$  – циклическая частота, связано с  $q_1(t)$  парой дискретных преобразований Фурье [Оппенгейм, Шафер, 2012]. Тогда аддитивная помеха, которая характеризуется своей автокорреляционной функцией (АКФ)  $l(t)$ , имеет энергетический спектр  $L(\omega)$ .

Наряду с частотной модуляцией может также применяться и амплитудная модуляция, хотя бы за счет применения сглаживания огибающей свипа (использования конусов). В Приложении к статье [Денисов, Зыков, 2023б] доказано утверждение, согласно которому умножение ЧМ сигнала на гладкую функцию тождественно применению к нему короткого нуль-фазового фильтра. Поэтому будем считать, что  $q_1(t)$  является ЧМ сигналом (понятно, что тогда и все старшие гармоники также будут ЧМ сигналами), а в сигнальной части выражения (2) добавится еще одна сверточная компонента. В силу ассоциативности процедуры свертки мы имеем возможность отнести эту компоненту к оператору  $g(t)$ , при этом, однако, сохранив прежнее его обозначение. Удобство этого заключается в том, что таким образом разделяются факторы на те, которые не требуется корректировать, и на те, которые подлежат коррекции. К первым относятся неизвестный оператор влияния ВЧР и фильтр, описывающий эффект амплитудной модуляции. Ко вторым – сложный суммарный сигнал (1). Фильтр амплитудной модуляции не следует компенсировать потому, что он вводится с целью ослабления осцилляций Гиббса, проявляющихся при переходе от виброграммы к коррелограмме.

Для наглядности изложения рассмотрим случай двух гармоник ( $M = 2$ ), а затем обобщим выкладки и выводы на произвольное их число. Тогда уравнение (2) в частотной области принимает вид

$$Z(\omega) = R(\omega)G(\omega)(Q_1(\omega) + A_2(\omega)Q_2(\omega)) + N(\omega). \quad (3)$$

Для краткости будем опускать выражение «спектральная характеристика» в отношении функций, фигурирующих в выражении (3) и аналогичных ему, и рассуждать, например, об  $N(\omega)$  как о помехе или о  $Z(\omega)$  как о сейсмической трассе и т. п.

Функции  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$  и  $a_2(t)$  считаются известными. В самом деле, форма основного свип-сигнала  $q_1(t)$  задается априори в том или ином виде. Например, это может быть теоретическая формула или результат измерения сигнала толкающего усилия. Этот сигнал используется для корреляции или деконволюции с виброграммой с целью перехода к коррелограмме. Тогда для получения функции  $q_2(t)$  удобно использовать метод ее пересчета из  $q_1(t)$ , который предложен в работе [Денисов, Зыков, 2023а] и позволяет учитывать возможную нелинейность частотной модуляции. Алгоритм ОРФ дает возможность оценить фильтр  $a_2(t)$ . Таким образом, в равенстве (3) выражение в круглых скобках оказывается известным. Требуется построить оператор  $F(\omega)$ , который в результате действия на  $Z(\omega)$  обеспечит наилучшее соответствие результата идеальной трассе, которой в данном случае является

$$\hat{Z}(\omega) = R(\omega)G(\omega). \quad (4)$$

Преобразование (3) в (4) означает применение фильтрации, при которой сигнал исходного воздействия  $Q_1(\omega) + A_2(\omega)Q_2(\omega)$  преобразуется в нуль-фазовый сигнал с равномерным в диапазоне частот возбуждения основного свипа амплитудным спектром, равным условной единице. Рассуждая о таком методе детерминистической фильтрации, мы имеем в виду известную процедуру, получившую название *деконволюции по форме сигнала* [Боганик, Гурвич, 2006] или *деконволюции на заданную форму импульса* [Хаттон и др., 1989], и которую для краткости будем называть *сигнатурной деконволюцией* (в англоязычной литературе *signature deconvolution* [Yilmaz, 2001]).

Переход к коррелограмме от виброграммы традиционно реализуется путем корреляции последней с функцией  $q_1(t)$ . Это, однако, в нашем случае не приведет к получению удовлетворительного результата, т. к. на трассе появятся нежелательные артефакты. В частотной области процедура корреляции соответствует умножению на функцию  $\overline{Q_1(\omega)}$ , где верхняя черта обозначает комплексное сопряжение. Тогда для спектральной характеристики коррелограммы имеем

$$Z(\omega)\overline{Q_1(\omega)} = R(\omega)G(\omega)(1 + A_2(\omega)Q_2(\omega)\overline{Q_1(\omega)}) + N(\omega)\overline{Q_1(\omega)},$$

где учтено, что  $q_1(t)$  является ЧМ сигналом, поэтому  $Q_1(\omega)\overline{Q_1(\omega)} \equiv 1$  (здесь и в дальнейшем, если не оговорено обратное, считается, что уравнения в частотной области записаны для каждой частоты в полосе основного свипа). Первый член в круглых скобках представляет собой спектральную характеристику АКФ первой гармоники. Имеется в виду АКФ, определенная для детерминированного сигнала [Гоноровский, 1986]. Второй член оказывается спектральной характеристикой функции взаимной корреляции (ФВК) детерминированных сигналов второй и первой гармоник. Он является артефактом, от которого следует избавиться.

*Первой стратегией* получения коррелограммы, свободной от артефактов, является предварительное разделение виброграммы на две трассы, первая из которых связана только с основным свип-сигналом, а вторая – с гармоникой. Для этого применяется метод ОРФ. Затем каждая трасса подвергается деконволюции по соответствующей ей форме сигнала. Можно считать гармонику помехой и, отбросив ее, принять за итоговый результат только трассу, связанную с основным свипом. Как второй вариант этой же стратегии, к трассе основного свипа подсуммируется трасса гармоники, тем самым, казалось бы, используется энергия гармоники для лучшего выделения сигнала на фоне помех.

*Вторая стратегия* подразумевает детерминистическую сигнатурную деконволюцию по сигналу сложной формы. Разделение сигнала и гармоник не производится. В виде исходного выбирается суммарный сигнал в виброграмме, имеющий частотную характеристику  $Q_1(\omega) + A_2(\omega)Q_2(\omega)$ . В виде желаемого выбирается сигнал с равномерным в диапазоне частот возбуждения основного свипа единичным амплитудным и нулевым фазовым спектрами.

## ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Нам предстоит сравнить две стратегии и, в том числе, ответить на вопрос, имеет ли смысл в рамках первой стратегии отдельно обрабатывать виброграммы гармоник, получив по каждой из них соответствующую коррелограмму с последующим их накоплением. Также предстоит изучить возможность извлечения из гармоник дополнительной полезной информации в диапазоне частот возбуждения основного свип-сигнала.

## СТРАТЕГИИ СИГНАТУРНОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ

*Первая стратегия.* Если временно игнорировать наличие аддитивной помехи, то оптимальный результат обработки достигается средствами детерминистической сигнатурной деконволюции. Чтобы выделить из интерференционной записи (3) компоненту, относящуюся к первой гармонике, следует применить фильтр с частотной характеристикой

$$F^{(1)}(\omega) = \frac{Q_1(\omega)}{Q_1(\omega) + A_2(\omega)Q_2(\omega)},$$

тогда

$$F^{(1)}(\omega)Z(\omega) = Z^{(1)}(\omega),$$

где  $Z^{(1)}(\omega) = R(\omega)G(\omega)Q_1(\omega)$  – желаемый результат такого разделения.

Сделать это, однако, невозможно по причине того, что точное значение функции  $A_2(\omega)$  неизвестно. При решении практических задач бывает доступна оценка этой функции (полученная, например, при помощи алгоритма ОРФ), которую обозначим как  $B_2(\omega)$ , и именно эта оценка используется при построении всех операторов обратной фильтрации. Так, вместо выписанного выше выражения для фильтра будем иметь

$$F^{(1)}(\omega) = \frac{Q_1(\omega)}{Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)}. \quad (5)$$

В результате действия фильтра (5) на исходную виброграмму приходим к

$$Z^{(1)}(\omega) = F^{(1)}(\omega)Z(\omega).$$

В данном случае  $Z^{(1)}(\omega)$  имеет смысл оценки виброграммы, связанной с основным свипом. Умножив ее на  $\overline{Q_1(\omega)}$ , получим оценку коррелограммы  $P^{(1)}(\omega)$ , очищенной от гармоник и свободной от артефактов

$$P^{(1)}(\omega) = Z^{(1)}(\omega)\overline{Q_1(\omega)}.$$

Если мы хотим аналогичным образом обработать виброграмму второй гармоники с целью ее подсуммирования к полученной коррелограмме первой гармоники, то вначале получим эту виброграмму  $Z^{(2)}(\omega)$ , вычитая  $Z^{(1)}(\omega)$  из  $Z(\omega)$

$$Z^{(2)}(\omega) = Z(\omega) - Z^{(1)}(\omega). \quad (6)$$

Применив корреляцию со свипом второй гармоники, получим коррелограмму

$$P^{(2)}(\omega) = Z^{(2)}(\omega)\overline{Q_2(\omega)}. \quad (7)$$

В то время как в  $P^{(1)}(\omega)$  в качестве сейсмического импульса фигурирует АКФ первой гармоники, в  $P^{(2)}(\omega)$ , как мы полагаем, в той же роли выступает свертка АКФ второй гармоники с фильтром  $b_2(t)$ . Последний может совпадать или не совпадать с истинным оператором  $a_2(t)$ . Так как гармоники являются ЧМ сигналами, то их АКФ имеют нуль-фазовую спектральную характеристику с равномерным амплитудным спектром, равным условной единице. Поэтому, чтобы перед суммированием привести  $P^{(2)}(\omega)$  к  $P^{(1)}(\omega)$  по форме импульса, следует применить фильтр с частотной характеристикой

$$\frac{1}{B_2(\omega)}. \quad (8)$$

Таким образом, коррелограмма первой гармоники получена в результате применения фильтров (5) и  $\overline{Q_1(\omega)}$ , а коррелограмма второй гармоники – преобразований (5)–(8). Комбинируя выражения (6)–(8), получим, что для расчета коррелограммы второй гармоники был применен оператор с частотной характеристикой

$$\frac{1 - F^{(1)}(\omega)}{B_2(\omega)Q_2(\omega)}. \quad (9)$$

Из (5) следует, что

$$1 - F^{(1)}(\omega) = \frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)}. \quad (10)$$

Подставив (10) в (9), приходим к окончательному выражению для спектральной характеристики фильтра

$$\frac{1}{Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)}. \quad (11)$$

что совпадает с произведением частотных характеристик (5) и  $\overline{Q_1(\omega)}$ , т. е. тождественно преобразованию, которое было применено для получения коррелограммы по первой гармонике.

Таким образом, как для получения коррелограммы первой гармоники, так и для получения коррелограммы второй гармоники с преобразованием ее по форме сигнала к первой гармонике, к исходной виброграмме применяется фильтр с одной и той же частотной характеристикой. Трассы первой и второй гармоник в полосе возбуждения основного свипа оказываются тождественными. Это означает, что нет смысла пытаться выделить запись второй гармоники, а затем подсуммировать ее к записи первой гармоники. Выше мы условились пока что пренебречь наличием шума. Однако, как мы теперь видим, если он все же имеется, то помеха, содержащаяся в исходной виброграмме, после всех преобразований на трассе второй гармоники окажется в точности такой же, как на трассе первой гармоники.

Описанный в цитированных выше работах алгоритм ОРФ реализован иначе, чем в этом разделе статьи. Исходным выражением для вывода ОРФ являлось (5), но для получения возможности оценивания фильтров  $a_m(t)$  использовалось разложение спектральной характеристики оператора (5) в ряд. Здесь нас не интересуют те или иные особенности численной реализации алгоритмов. Мы стремимся показать тождественность различных методик обработки, поэтому называем фильтр с частотной характеристикой (5) фильтром ОРФ. Впрочем, если выписать разложение оператора  $F^{(1)}(\omega)$  в ряд, то станут более наглядными некоторые важные его свойства. Разделим в (5) числитель и знаменатель на  $Q_1(\omega)$  и получим

$$F^{(1)}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega)}}. \quad (12)$$

Так как основной вибрационный сигнал, а также его гармоники, являются ЧМ функциями, то  $|Q_1(\omega)| = |Q_2(\omega)|$ . В работе [Ведерников и др., 2001] показано, что гармоники всегда слабее сигнала основного тона, а это означает, что  $|B_2(\omega)| < 1$ . Отсюда следует

$$|Q_1(\omega)| > |B_2(\omega)||Q_2(\omega)|,$$

поэтому второе слагаемое в знаменателе формулы (12) по модулю меньше единицы. Таким образом, в правой части этого равенства находится выражение для суммы бесконечной сходящейся геометрической прогрессии [Корн, Корн, 1974], и можно переписать его как

$$F^{(1)}(\omega) = 1 - \frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega)} + \left(\frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega)}\right)^2 - \dots \quad (13)$$

Действие этого фильтра на каждый сигнал на виброграмме сводится к умножению их спектральных характеристик:

$$F^{(1)}(\omega)(Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)).$$

Первый член ряда (13) сигнал не меняет, а действие второго записывается в виде

$$-\frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega)}(Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)) = -B_2(\omega)Q_2(\omega) - \frac{B_2^2(\omega)Q_2^2(\omega)}{Q_1(\omega)}.$$

Подсуммируя полученное выражение к исходному сигналу  $Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)$ , увидим, что вторая гармоника из трассы удаляется. При этом, однако, в трассу вносится артефакт, спектральная характеристика которого является вторым слагаемым в правой части последнего выражения. В результате действия третьего члена ряда (13) на сигнал первой гармоники получаем этот же артефакт, но с обратным знаком. В результате его подсуммирования к полученному ранее результату, артефакт аннигилирует. Действие третьего члена ряда (13) на сигнал второй гармоники приводит к появлению нового артефакта, который также будет удален в результате действия на сигнал четвертого члена ряда и т. д.

Итак, в результате действия оператора (13) на исходный сложный сигнал остается только первая гармоника, а вторая будет удалена. Следовательно, энергия второй гармоники при фильтрации теряется, она никак не участвует в формировании результирующего импульса. Выше мы убедились в том, что фильтрация, применяемая с целью выделения трассы, связанной со второй гармоникой, тождественна фильтрации выделения первой гармоники. Использование разложения оператора в ряд (13) позволяет пояснить это свойство. Если  $F^{(1)}(\omega)$  получен как фильтр, от которого требовалось выделить из трассы компоненту, связанную с первой гармоникой, то можно попытаться в явном виде потребовать от оператора выделения компоненты, связанной со второй гармоникой. Очевидно, что эту задачу решает оператор с частотной характеристикой

$$F^{(2)}(\omega) = \frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)}. \quad (14)$$

Попытаемся вновь воспользоваться формулой для суммы бесконечной сходящейся геометрической прогрессии и разделим числитель и знаменатель на  $B_2(\omega)Q_2(\omega)$ . Получим

$$F^{(2)}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{Q_1(\omega)}{B_2(\omega)Q_2(\omega)}}.$$

В отличие от (12), выражение в правой части последнего равенства не является суммой прогрессии, т. к. второй член в знаменателе по модулю больше единицы. Поэтому следует анализировать фильтр на основании выражения (14), которое можно переписать как

$$F^{(2)}(\omega) = F^{(1)}(\omega) \frac{B_2(\omega)Q_2(\omega)}{Q_1(\omega)}.$$

Это означает, что действие фильтра сводится к предварительному выделению из трассы первой гармоники (реализуется оператором  $F^{(1)}(\omega)$ ), после чего к ней применяется деконволюция (оператор  $1/Q_1(\omega)$ ) и приведение по форме к сигналу второй гармоники (оператор  $B_2(\omega)Q_2(\omega)$ ).

Мы вновь убедились в том, что все преобразования, даже те, от которых в явном виде требуют выделить вторую гармонику, лишь удаляют ее. На вопрос о том, можно ли использовать энергию, содержащуюся во второй гармонике, при формировании итогового сигнала на коррелограмме, мы ответим ниже.

*Вторая стратегия.* Обратным фильтром, сжимающим сложный сигнал, является

$$\frac{1}{Q_1(\omega) + B_2(\omega)Q_2(\omega)}.$$

После его применения к исходной виброграмме получим нуль-фазовый импульс с равномерным в диапазоне частот основного свипа единичным амплитудным спектром. Действие оператора с такой спектральной характеристикой тождественно действию оператора (11).

Нетрудно обобщить выкладки для обеих стратегий на произвольное количество гармоник. Спектральной характеристикой обратного фильтра, сжимающего сложный сигнал (1), является

$$\frac{1}{Q(\omega)}.$$

Фильтр, выделяющий из интерференции виброграмму, относящуюся только к первой гармонике, имеет спектр

$$\frac{Q_1(\omega)}{Q(\omega)}.$$

Чтобы получить коррелограмму первой гармоники следует спектр полученного результата умножить на  $\overline{Q_1(\omega)}$ , откуда следует, что этот способ обработки совпадает с обратной фильтрацией. Аналогично, чтобы выделить из интерференции виброграмму, связанную с  $m$ -й гармоникой, следует применить фильтр

$$\frac{B_m(\omega)Q_m(\omega)}{Q(\omega)}.$$

Для получения коррелограммы необходимо дополнительно применить  $\overline{Q_m(\omega)}$ , после чего скорректировать форму импульса фильтром

$$\frac{1}{B_m(\omega)}.$$

Очевидно, что такая последовательность фильтраций тождественна обратной фильтрации.

### ВЫВОДЫ:

1. Следующие варианты обработки оказываются математически тождественными.

(А) Удаление гармоник, т. е. выделение виброграммы, связанной с основным свипом, с последующей ее деконволюцией (в случае ЛЧМ сигнала то же самое, что корреляция) по форме основного свип-сигнала.

(Б) Деконволюция сложного вибрационного сигнала, содержащего весь набор гармоник.

(В) Выделение из исходной записи виброграмм, связанных с каждой отдельной гармоникой, с последующей их деконволюцией по форме импульса соответствующей гармоники и суммированием (в этом случае все результаты обратной фильтрации будут одинаковыми).

2. Если вспомнить, что в исходной виброграмме помеха все же присутствует, то полученный результат означает, что после применения фильтраций с целью выделения трассы основного тона и трассы гармоники реализация преобразованной помехи окажется одинаковой на обеих трассах. Таким образом, повысить отношение с/ш за счет подсуммирования трасс гармоник к трассе сигнала основного тона не получится.

3. Все рассмотренные преобразования приводят к потере энергии второй гармоники, и это явление аналогично эффекту, который был проанализирован в недавней публикации [Денисов, 2024].

4. Относительно функции  $B_2(\omega)$ , которая фигурировала в формулах при построении различных операторов, не было сделано никаких предположений. Она может как совпадать с истинным фильтром  $A_2(\omega)$ , так и не совпадать с ним. Операторы всех вариантов обработки оказываются тождественными друг другу независимо от выбора этой функции. При этом, разумеется, если  $B_2(\omega) \neq A_2(\omega)$ , желаемый результат не будет достигнут. При доказательстве тождества стратегий мы никак не использовали модель (3), а само доказательство заключалось в том, что было продемонстрировано совпадение различных операторов, применяемых к виброграмме, независимо от структуры этой виброграммы.

### О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ ГАРМОНИК ПРИ СИГНАТУРНОЙ ДЕКОНВОЛЮЦИИ

На самом деле, алгоритм теряет вторую гармонику, т. к. ему достаточно только первой гармоники, чтобы достичь поставленной перед ним цели. Задача рассматривалась в детерминистической постановке, и влияние случайной помехи при выводе выражения для оператора фильтрации не учитывалось. Покажем, что при корректном учете аддитивной помехи в результирующем сигнале будет содержаться энергия как основного свипа, так и гармоник.

Чтобы получить выражение для оптимального статистического фильтра  $f^{(3)}(t)$ , следует сформировать функционал

$$f^{(3)}(t) = \underset{\tilde{f}(t)}{\operatorname{argmin}} E\{(z(t) * \tilde{f}(t) - r(t) * g(t) * q_1(t) * q_1(-t))^2\}, \quad (15)$$

где  $E$  – символ математического ожидания. Свертка с функцией, заданной в обращенном времени, означает корреляцию. Как следует из (15), функционал позволяет получить фильтр, который преобразует исходную зашумленную виброграмму в желаемый сигнал, которым является коррелограмма первой гармоники, не содержащая аддитивной помехи и артефактов в виде ФВК гармоник различных порядков. Известен результат решения оптимизационной задачи, аналогичной (15), когда в трассе отсутствует сверточная компонента  $g(t)$ , а в качестве желаемого выходного сигнала выбран  $r(t)$  [Козлов и др., 1973].

Чтобы обобщить этот вывод на случай минимизации функционала (15), выпишем уравнения Колмогорова–Винера [Никитин, 1986], к которым приходят после дифференцирования выражения (15) по  $\tilde{f}(t)$  и приравнивания производной к нулю:

$$V(t) * f^{(3)}(t) = U(t), \quad (16)$$

где  $V(t)$  – АКФ случайного процесса  $z(t)$ , а  $U(t)$  – ФВК процессов  $z(t)$  и  $r(t) * g(t) * q_1(t) * q_1(-t)$ . Используя свойства центрированности и некоррелированности процессов  $r(t)$  и  $n(t)$ , несложно получить выражение

$$V(t) = \sigma_r^2 (V_{gg}(t) * V_{qq}(t)) + l(t), \quad (17)$$

где  $V_{gg}(t)$  и  $V_{qq}(t)$  – соответственно АКФ функций  $g(t)$  и  $q(t)$ . Также получим

$$U(t) = \sigma_r^2 (q(-t) * V_{q_1 q_1} * V_{gg}(t)). \quad (18)$$

Подставим формулы (17) и (18) в (16), после чего переведем полученное выражение в частотную область. Особенности такого преобразования описаны в цитированном выше источнике [Козлов и др., 1973]. Вновь учитывая, что  $|Q_1(\omega)|^2 \equiv 1$ , имеем

$$F^{(3)}(\omega) = \frac{\sigma_r^2 \overline{Q(\omega)} |G(\omega)|^2}{\sigma_r^2 |Q(\omega)|^2 |G(\omega)|^2 + L(\omega)}.$$

Разделив числитель и знаменатель на  $\sigma_r^2 |G(\omega)|^2$ , придем к окончательному равенству

$$F^{(3)}(\omega) = \frac{\overline{Q(\omega)}}{|Q(\omega)|^2 + \frac{L(\omega)}{\sigma_r^2 |G(\omega)|^2}}.$$

Как следует из полученного выражения, в отсутствие помехи,  $L(\omega) \equiv 0$ , имеем идеальный обратный фильтр

$$F^{(3)}(\omega) = \frac{1}{Q(\omega)}.$$

При этом, как мы уже убедились, энергия гармоник просто удаляется.

С другой стороны, при максимально интенсивной помехе с равномерной спектральной плотностью  $|L(\omega)| = L \rightarrow \infty$  и при  $|G(\omega)| = 1$  спектральная характеристика фильтра стремится (с точностью до константы) к  $\overline{Q(\omega)}$ . Это означает, что оператор деконволюции превращается в коррелятор, он же – согласованный фильтр. Тогда, например, отсчет нулевого времени результата фильтрации окажется равным сумме квадратов исходного сложного сигнала, и это означает, что при формировании результата целиком используется энергия как основного свипа, так и всех его гармоник. Действительно, результат применения фильтра к сложному сигналу может быть записан как обратное преобразование Фурье произведения их спектров:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Q(\omega) \overline{Q(\omega)} e^{-j\omega t} d\omega.$$

Тогда отсчет нулевого времени,  $t = 0$ , записывается как

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Q(\omega) \overline{Q(\omega)} d\omega,$$

что равно энергии спектра результата фильтрации, которая, как это видно из последнего выражения, совпадает с энергией исходного сложного сигнала. Согласно теореме Парсеваля [Гоноровский, 1986], она равна энергии функции во временной области, т. е. сумме квадратов отсчетов сложного сигнала

$$\sum_t q^2(t).$$

Таким образом, при увеличении уровня помехи оптимальный фильтр начинает привлекать для фокусировки вибросигнала часть энергии гармоник, и при неограниченном ее росте эта энергия используется целиком.

Все рассуждения и выводы элементарно обобщаются на произвольное число гармоник. В самом деле, в итоговом выражении для спектральной характеристики фильтра  $F^{(3)}(\omega)$  фигурирует только  $Q(\omega)$ , являющаяся спектральной характеристикой суммарного сигнала (1). При записи функционала и поиске его минимума мы не опирались на модель (3) с двумя гармониками, а использовали общее выражение (2).

#### **ВЫВОДЫ:**

1. Алгоритм оптимальной фильтрации, учитывающий наличие аддитивной помехи, использует энергию всех гармоник для фокусировки сигнала и выделения его на фоне шума.
2. Свойство оптимальности фильтра означает единственность такого решения. Соответственно, не может быть нескольких стратегий получения оператора.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

При решении практических задач обработки записей невзрывной сейсморазведки принято поступать следующим образом. Вначале удаляют гармонические искажения, после чего применяют корреляцию с теоретическим или записанным в процессе проведения полевых наблюдений свипом. Намного реже делаются попытки не отбросить энергию гармоник, а использовать ее для получения дополнительной информации. Наше исследование было посвящено ответу на вопрос о том, имеет ли смысл привлекать при получении коррелограмм в диапазоне частот возбуждения основного свип-сигнала энергию, заключенную в гармониках.

Переход от виброграммы к коррелограмме в ситуации, когда свип-сигнал осложнен гармониками, может осуществляться после предварительного разделения трассы на отдельные сверточные компоненты, связанные с каждой гармоникой, с последующей их корреляцией с сигналом соответствующей гармоники и суммированием результатов. Такая процедура оказывается тождественной предварительному подавлению всех гармоник старшего порядка, т. е. выделению записи, связанной с основным свипом, с последующей ее корреляцией с сигналом основного свипа. К этому же результату мы придем, если сразу применим деконволюцию по сигналу сложной формы, включающему в себя весь набор гармоник. При этом энергия, заключенная в гармониках, теряется. Причиной такого эффекта оказывается игнорирование наличия помехи в исходных данных. Если при построении алгоритма перехода от виброграммы к коррелограмме специально учитывать наличие шума, оператор соответствующего преобразования извлекает информацию также и из гармоник и добавляет ее к

информации, полученной из основного свипа. Тем самым целиком используется вся энергия сложного сигнала.

Доказав тождественность двух подходов к обработке виброграмм, осложненных гармониками, мы, казалось бы, ставим под сомнение необходимость предварительного отделения сигнала от гармоник для корректного перехода к коррелограмме, а ведь именно для такого отделения разрабатывался алгоритм ОРФ. На самом деле, это не так. В наших рассуждениях мы полагали, что оценки фильтров  $a_m(t)$  в исходной модели (1), (2) уже получены. Метод ОРФ, в первую очередь, нацелен на вычисление этих оценок, и затем этот же метод позволяет отделить сигнал от гармоник. Как мы показали, в диапазоне частот основного свипа разделение сигнала и гармоник производить необязательно, но получить оценку фильтров необходимо.

Одним из важных выводов, которые можно сделать по результатам приведенных рассуждений, является заключение о том, что выбираемый для обработки данных фильтр должен соответствовать поставленной геофизической задаче. Если при решении задачи отталкиваться непосредственно от того или иного алгоритма, то это может привести к неожиданным результатам. Так, попытка выделить старшие гармоники с целью их использования для повышения отношения с/ш приводит к неудаче. Происходит это потому, что игнорируется наличие помехи в исходных данных и не используются средства статистической оптимальной фильтрации. Когда фактор аддитивной помехи не вносится в явном виде в функционал, который минимизируется при расчете оптимального оператора, то для получения сфокусированного импульса этому фильтру достаточно использовать только первую гармонику, удалив все остальные. Если же в модели волнового поля учитывать фактор шума и производить построение оптимального фильтра, то при фокусировке сложного вибрационного сигнала полученный оператор будет корректно учитывать энергию всех гармоник старших порядков.

Использование гармоник для расширения спектра сигнала представляет собой отдельную задачу, и в наших предыдущих публикациях мы уже касались возможности ее решения, а также демонстрировали некоторые предварительные результаты, в том числе, результаты обработки реальных данных. Мы планируем продолжить исследования в этом направлении.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Боганик Г.Н., Гурвич И.И.** Сейсморазведка. Тверь: АИС, 2006. 744 с.
- Ведерников Г.В., Максимов Л.А., Жарков А.В.** Исследование кратных гармоник вибросигналов // Геофизика. Спецвыпуск к 30-летию «Сибнефтегеофизики». 2001. С. 33–38.
- Гоноровский И.С.** Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
- Денисов М.С.** Особенности сигнатурной деконволюции со сложной формой сигнала // Геофизические технологии. 2024. № 3. С. 21–32. doi:10.18303/2619-1563-2024-3-21.
- Денисов М.С., Егоров А.А.** Построение модели вибросейсмического сигнала, осложненного гармониками // Геофизические технологии. 2019а. № 1. С. 72–83. doi:10.18303/2619-1563-2019-1-72.
- Денисов М.С., Егоров А.А.** Оптимизационная рекурсивная фильтрация как способ подавления гармоник в методе вибросейс // Геофизические технологии. 2019б. № 2. С. 23–53. doi:10.18303/2619-1563-2019-2-23.
- Денисов М.С., Зыков А.А.** Моделирование гармоник амплитудно и нелинейно частотно-модулированных сигналов // Геофизические технологии. 2023а. № 3. С. 58–68. doi:10.18303/2619-1563-2023-3-58.

**Денисов М.С., Зыков А.А.** Разделение сигнала и гармоник в невзрывной сейсморазведке с амплитудно и нелинейно частотно-модулированными сигналами // Геофизические технологии. 2023б. № 3. С. 69–84. doi:10.18303/2619-1563-2023-3-69.

**Козлов Е.А., Гогоненков Г.Н., Лернер Б.Л., Мушин И.А., Мешбей В.И., Климович Н.И., Янковский И.И.** Цифровая обработка сейсмических данных. М.: Недра, 1973. 309 с.

**Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. М.: Наука, 1974. 832 с.

**Никитин А.А.** Теоретические основы обработки геофизической информации. М.: Недра, 1986. 342 с.

**Оппенгейм А., Шафер Р.** Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2012. 1048 с.

**Рапопорт М.Б.** Вычислительная техника в полевой геофизике. М.: Недра, 1993. 352 с.

**Хаттон Л., Уэрдингтон М., Мейкин Дж.** Обработка сейсмических данных. Теория и практика. М.: Мир, 1989. 216 с.

**Ягудин И.Р., Гафаров Р.М., Жужель А.С.** Нелинейные искажения как дополнительный источник сейсмической информации в вибрационной сейсморазведке // Геомодель 2024: 26-я научно-практическая конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа: Сб. тезисов. М.: ООО «Геомодель Развитие», 2024. С. 110–113.

**Akhondi-Asl H., Vermeer P.L.** Vibrator harmonics-noise or signal? // 77th EAGE Annual Conference and Exhibition. Expanded Abstracts. 2015. P. 1–5. doi:10.3997/2214-4609.201413436.

**Alnasser H., Shaiban A., El Yadari N., Almarzooq M.** Fundamentals and higher order harmonics separation and integration from vertical seismic profiling (VSP) data // 82nd EAGE Annual Conference and Exhibition. Expanded Abstracts. 2021. P. 1–5. doi:10.3997/2214-4609.202113038.

**Caporal M., Tsingas C., Almubarak M.S., Alnasser H.** Automated, inversion-based fundamental and higher order harmonics separation // 83rd EAGE Annual Conference and Exhibition. Expanded Abstracts. 2022. P. 1–5. doi:10.3997/2214-4609.202210032.

**Denisov M.S., Egorov A.A., Shneerson M.B.** Optimization-based recursive filtering for separation of signal from harmonics in Vibroseis // Geophysical Prospecting. 2021. Vol. 69 (4). P. 779–798. doi:10.1111/1365-2478.13084.

**Liu D., Li X., Wang W., Wang X., Shi Z., Chen W.** Eliminating harmonic noise in vibrator data through sparsity-promoted waveform modeling // Geophysics. 2022. Vol. 87 (3). P. V183–V191. doi:10.1190/geo2021-0448.1.

**Rozemond H.J.** Slip-sweep acquisition // 66th SEG Annual Meeting and Exposition. Expanded Abstracts. 1996. P. 64–67. doi:10.1190/1.1826730.

**Wang T., JafarGandomi A., Aune H.** Extending seismic bandwidth using the harmonic energy of a marine vibrator source // 3rd International Meeting for Applied Geoscience and Energy. Expanded Abstracts. SEG, 2023. P. 177–181. doi:10.1190/image2023-3909863.1.

**Yilmaz Ö.** Seismic data analysis. SEG, Tulsa, 2001. Vol. 1. 1809 p.

## REFERENCES

**Akhondi-Asl H., Vermeer P.L.** Vibrator harmonics-noise or signal? // 77th EAGE Annual Conference and Exhibition. Expanded Abstracts. 2015. P. 1–5. doi:10.3997/2214-4609.201413436.

**Alnasser H., Shaiban A., El Yadari N., Almarzooq M.** Fundamentals and higher order harmonics separation and integration from vertical seismic profiling (VSP) data // 82nd EAGE Annual Conference and Exhibition. Expanded Abstracts. 2021. P. 1–5. doi:10.3997/2214-4609.202113038.

**Boganik G.N., Gurvich I.I.** Seismic exploration (In Russ.). AIS, Tver, 2006. 744 p.

- Caporal M., Tsingas C., Almubarak M.S., Alnasser H.** Automated, inversion-based fundamental and higher order harmonics separation // 83rd EAGE Annual Conference and Exhibition. Expanded Abstracts. 2022. P. 1–5. doi:10.3997/2214-4609.202210032.
- Denisov M.S.** Signature deconvolution for composite signals // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 3. P. 21–32. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-3-21.
- Denisov M.S., Egorov A.A.** Constructing a model of Vibroseis signal complicated by harmonics // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2019a. No. 1. P. 71–82. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2019-1-72.
- Denisov M.S., Egorov A.A.** Optimization-based recursive filtering for Vibroseis harmonic noise elimination // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2019b. No. 2. P. 25–53. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2019-2-23.
- Denisov M.S., Egorov A.A., Shneerson M.B.** Optimization-based recursive filtering for separation of signal from harmonics in Vibroseis // Geophysical Prospecting. 2021. Vol. 69 (4). P. 779–798. doi:10.1111/1365-2478.13084.
- Denisov M.S., Zykov A.A.** Modeling of harmonics of amplitude and nonlinear frequency-modulated signals // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2023a. No. 3. P. 58–68. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2023-3-58.
- Denisov M.S., Zykov A.A.** Separation of signal and harmonics in non-explosive seismic prospecting with amplitude and nonlinear frequency-modulated signals // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2023b. No. 3. P. 69–84. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2023-3-69.
- Gonorovsky I.S.** Radio engineering circuits and signals (In Russ.). Radio and Communication, Moscow, 1986. 512 p.
- Hatton L., Worthington M., Makin J.** Seismic data processing. Theory and practice (In Russ.). Mir, Moscow, 1989. 216 p.
- Korn G., Korn T.** Mathematics handbook (In Russ.). Nauka, Moscow, 1974. 832 p.
- Kozlov E.A., Gogonenkov G.N., Lerner B.L., Mushin I.A., Meshbey V.I., Klimovich N.I., Yankovkij I.I.** Digital processing of seismic data (In Russ.). Nedra, Moscow, 1973. 309 p.
- Liu D., Li X., Wang W., Wang X., Shi Z., Chen W.** Eliminating harmonic noise in vibrator data through sparsity-promoted waveform modeling // Geophysics. 2022. Vol. 87 (3). P. V183–V191. doi:10.1190/geo2021-0448.1.
- Nikitin A.A.** Theoretical fundamentals of geophysical information processing (In Russ.). Nedra, Moscow, 1986. 342 p.
- Oppenheim A., Schafer R.** Digital signal processing (In Russ.). Technosfera, Moscow, 2012. 1048 p.
- Rapoport M.B.** Computing technologies in field geophysics (In Russ.). Moscow, Nedra, 1993. 352 p.
- Rozemond H.J.** Slip-sweep acquisition // 66th SEG Annual Meeting and Exposition. Expanded Abstracts. 1996. P. 64–67. doi:10.1190/1.1826730.
- Vedernikov G.V., Maksimov L.A., Zharkov A.V.** Study of harmonics of the Vibroseis signals // Geofizika. Special Issue to 30th Anniversary of Sibneftegeofizika. 2001. P. 33–38. (In Russ.)
- Wang T., JafarGandomi A., Aune H.** Extending seismic bandwidth using the harmonic energy of a marine vibrator source // 3rd International Meeting for Applied Geoscience and Energy, Expanded Abstracts. SEG, 2023. P. 177–181. doi:10.1190/image2023-3909863.1.
- Yagudin I.R., Gafarov R.M., Zhuzhel A.S.** Nonlinear distortions as an additional source of seismic information in vibration seismic exploration // Geomodel 2024: 26th Scientific and Practical Conference on Geological

Exploration and Development of Oil and Gas Deposits. Expanded Abstracts. Gemodel Razvitie, Moscow, 2024. P. 110–113. (In Russ.)

**Yilmaz Ö.** Seismic data analysis. SEG, Tulsa, 2001. Vol. 1. 1809 p.

#### **ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ**

*ДЕНИСОВ Михаил Сергеевич* – доктор физико-математических наук, директор по науке ООО «ГЕОЛАБ». Основные научные интересы: разработка алгоритмов обработки геофизических сигналов.

*Статья поступила в редакцию 18 декабря 2024 г.,  
одобрена после рецензирования 14 февраля 2025 г.,  
принята к публикации 17 февраля 2025 г.*