



ПРИМЕНЕНИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ПРОНИ ПРИ АНАЛИЗЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Александр Александрович Лисин¹, Георгий Михайлович Митрофанов^{2,✉}, Даниил Иванович Костащук³

^{1,2,3}Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 1, Россия,

^{1,2,3}Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,

630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

²Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр. К. Маркса, 20, Россия,

¹LisinAA@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0009-0003-2827-7802>

²MitrofanovGM@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4203-2740>

³d.kostashchuk@g.nsu.ru, <https://orcid.org/0009-0003-0372-0476>

Аннотация. Представлены результаты Прони-разложения на примере реальных и синтетических данных. Данное разложение позволяет получить следующие параметры сейсмической записи: затухание, амплитуда, частота и фаза. Параметр затухания связан с характеристиками пород геологического разреза, в частности, уплотнением пород. Результаты выполненного исследования демонстрируют высокую корреляцию между параметром добротности, который является обратной величиной от полученного значения затухания, и плотностью пород в разрезе.

Ключевые слова: разложение Прони, добротность, сейсморазведка, Каспийское море

Финансирование: исследование выполнено по плану базовых научно-исследовательских работ ИНГГ СО РАН (проект Минобрнауки РФ FWZZ-2022-0017).

Для цитирования: Лисин А.А., Митрофанов Г.М., Костащук Д.И. Применение разложения Прони при анализе сейсмических сигналов // Геофизические технологии. 2024. № 4. С. 75–88. doi:10.18303/2619-1563-2024-4-75.

THE APPLICATION OF PRONY'S DECOMPOSITION IN THE ANALYSIS OF SEISMIC SIGNALS

Aleksandr A. Lisin¹, Georgy M. Mitrofanov^{2,✉}, Daniil I. Kostashchuk³

^{1,2,3}Novosibirsk State University, Pirogova Str., 1, Novosibirsk, 630090, Russia,

^{1,2,3}Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

²Novosibirsk State Technical University, K. Marks Ave., 20, Novosibirsk, 630073, Russia,

¹LisinAA@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0009-0003-2827-7802>

²MitrofanovGM@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4203-2740>

³d.kostashchuk@g.nsu.ru, <https://orcid.org/0009-0003-0372-0476>

Abstract. The article presents the results of Prony decomposition using real and synthetic data as an example. This decomposition allows us to obtain the following parameters of a seismic record: attenuation, amplitude, frequency, and phase. The attenuation parameter is associated with the characteristics of the rocks in the geological section, in particular, the compaction of the rocks. The results of the study demonstrate a high correlation between the quality factor, which is the inverse of the obtained attenuation value, and the density of the rocks in the section.

Keywords: Prony decomposition, quality factor, seismic exploration, Caspian Sea

Funding: The study was carried out as part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0017.

For citation: Lisin A.A., Mitrofanov G.M., Kostashchuk D.I. The application of Prony's decomposition in the analysis of seismic signals // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 4. P. 75–88. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-4-75.

ВВЕДЕНИЕ

В стремлении к более точному прогнозированию запасов углеводородов нефтяные компании в настоящее время все чаще обращают внимание на анализ атрибутов, значения которых определяются по сейсмическим сигналам, содержащим информацию об изучаемой среде. Такими атрибутами являются и параметры разложения (декомпозиции) Прони: затухание, амплитуда, частота и фаза. Указанное разложение было предложено более 200 лет назад французским инженером-исследователем Гаспаром Рише (бароном де Прони) [de Prony, 1795]. Ученый экспериментировал с расширением различных газов и пришел к выводу, что эти законы можно представить в виде суммы затухающих экспонент. При рассмотрении действительных значений сигналов получаем сумму затухающих косинусоид или синусоид [Марпл-мл., 1990].

Разложение нашло применение во многих отраслях науки и техники: медицине, аэрокосмической инженерии, мониторинге ядерных реакторов, экономике, поиске разгерметизации и протечек. Также были исследования и в области геофизики [Ковалев, Телепнев, 1981; Митрофанов, Приймак, 2011]. В статьях подчеркивалась необходимость правильной предварительной обработки данных, получение хорошей устойчивости модели и важность надежной методологической базы для повышения точности исследований. Выполнение указанных требований обеспечивало получение успешных результатов при выявлении зон АВПД, тектонических нарушений, точек выклинивания горизонтов и прогноз продуктивности пластов.

Для лучшего понимания особенностей разложения и получаемых значений параметров необходимо проанализировать детали используемых алгоритмов и рассмотреть их эффективность. Такие исследования могут способствовать повышению доверия к последующим результатам, относящимся к прогнозируемым характеристикам среды. В данной работе представлены усовершенствованные алгоритмы разложения, в частности, использующие метод пучка матриц [Гантмахер, 1966]. Этот метод получил широкое распространение в зарубежных работах, связанных с разложением Прони, под названием «matrix pencil» [Sarkar et al., 1994; Sarkar, Pereira, 1995; Rodríguez et al., 2018; de Oliveira et al., 2021]. Усовершенствования обеспечивают повышенную устойчивость и точность в оценивании параметров по сравнению с классическим методом наименьших квадратов [Марпл-мл., 1990]. Тестирование алгоритмов выполнено на модельных и реальных данных. Последние были получены в акватории среднего Каспия.

ТЕОРИЯ

В настоящее время используют различные методы разложения сигналов:

- оконное преобразование Фурье [Марпл-мл., 1990];
- вейвлет-преобразование [Малла, 2005];
- преобразование Гильберта [Оппенгейм, Шафер, 1979].

Ниже рассматриваются некоторые особенности указанных преобразований с целью их сопоставления с преобразованием Прони.

Преобразование Фурье является наиболее близким к рассматриваемому преобразованию. Оно основано на разложении сигналов в ряд по гармоническим функциям. Но, в отличие от Фурье, преобразование Прони не является чисто спектральным разложением, а служит методом оценки (подобно методу наименьших квадратов) дискретных данных путем использования линейной комбинации экспоненциальных функций с комплексными значениями. Это отличие не позволяет преобразованию Фурье получить представление о локальных характеристиках сигнала, когда его спектральный состав быстро меняется с течением времени. Скорее, оно дает информацию о частотах сейсмической трассы на протяжении всего анализируемого временного интервала [Марпл-мл., 1990]. Недостатком оконного преобразования Фурье является выбор оптимального размера и положения окна для участков трассы, характеризующихся различными доминантными частотами. Амплитудно-частотный спектр преобразования Фурье для сигнала, представленного на рис. 2, показан на рис. 1. На графике четко видно три пика – на частоте 10, 15 и 25 Гц, которые соответствуют доминантным частотам.

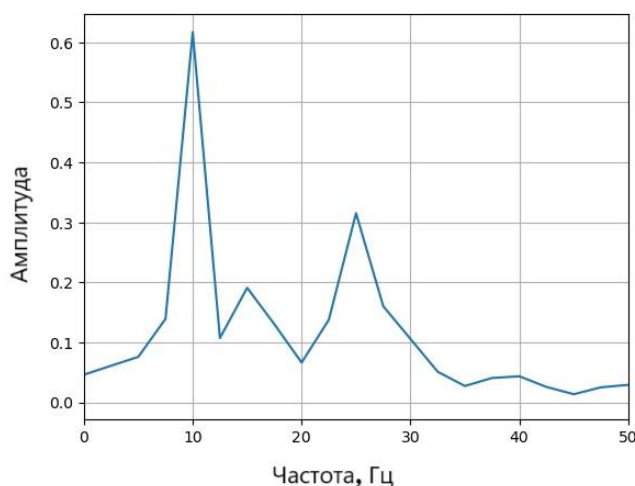


Рис. 1. Амплитудно-частотный спектр Фурье.

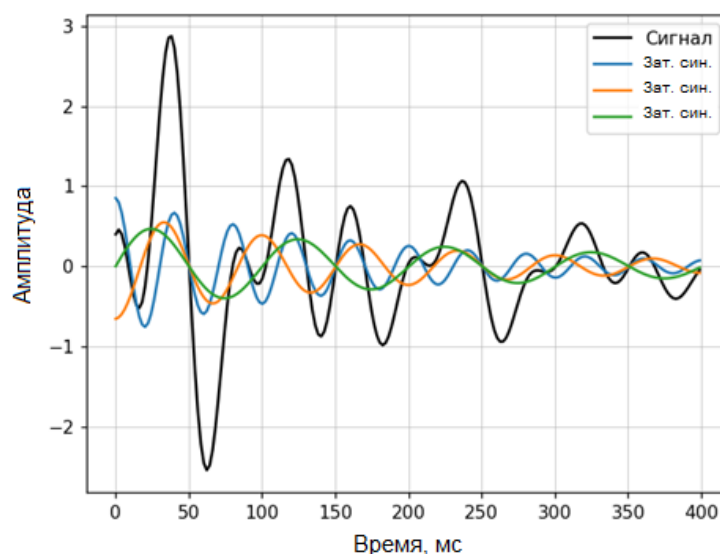


Рис. 2. Разложение сейсмической трассы на затухающие синусоиды. Суммой всех синусоид является аппроксимация, которая наиболее точно описывает исходный сигнал.

Вейвлет-преобразование было разработано для точного определения локальных характеристик исследуемого сигнала. Оно используется для разделения сейсмических трасс на отдельные части на основе их частотных характеристик, что позволяет, в частности, распознавать и изучать геологические фации. Основным преимуществом использования вейвлет-анализа является возможность повышения разрешающей способности и качества сейсмических изображений [Малла, 2005]. Кроме того, заметным преимуществом этого метода перед преобразованием Фурье является его способность масштабироваться к преобладающей частоте.

Преобразование Гильберта представляет собой математический инструмент, разработанный для анализа мгновенных характеристик сигнала, таких как его амплитуда и фаза. При обработке сигналов оно используется для создания аналитического сигнала на основе вещественного, что позволяет определить огибающую сигнала и мгновенную частоту. Основное преимущество использования преобразования Гильберта заключается в его способности обеспечивать детальное представление мгновенных свойств сигнала, тем самым улучшая анализ и интерпретацию сложных нестационарных сигналов. В отличие от преобразования Фурье, которое обеспечивает частотный анализ для всего интервала, преобразование Гильберта позволяет проследить изменение частоты сигнала с течением времени [Оппенгейм, Шафер, 1979].

Недостатком преобразования Гильберта и разложения по вейвлетам, по сравнению с разложением Прони, является то, что ими не учитывается коэффициент затухания энергии сигналов. Следовательно, определение этого параметра может быть выполнено только косвенно. Преобразование Прони дает решение этой задачи. Кроме того, при применении разложения Прони в рамках скользящего окна можно, подобно вейвлет-анализу, определить время распространения компоненты сигнала заданной частоты.

Разложение Прони позволяет представить трассу или ее часть в виде суммы затухающих экспонент [Марпл-мл., 1990]:

$$\hat{x}[n] = \sum_{k=1}^p A_k \exp[(\alpha_k + i2\pi f_k)(n-1)T + i\theta_k]. \quad (1)$$

Каждая экспонента характеризуется параметрами амплитуды, фазы, частоты и затухания. Здесь n определяет номер отсчета трассы, $1 \leq n \leq N$, а T – интервал отсчетов (сек), A_k , α_k – амплитуда и коэффициент затухания соответствующих экспоненциальных функций, f_k – частота (Гц), θ_k – начальная фаза (Рад) для синусоиды k [Марпл-мл., 1990]. Метод Прони стремится определить значения этих параметров наилучшим образом [de Oliveira et al., 2021]. Разложение произвольного сигнала на набор затухающих синусоид представлено на рис. 2.

Вывод формул по разложению Прони по методу наименьших квадратов представлено в книге [Марпл-мл., 1990]. Выделим из этих формул основные, относящиеся к этапам нахождения коэффициентов Прони:

1. Находим коэффициенты линейного предсказания $a[1], \dots, a[M]$:

$$\begin{pmatrix} x[M] & \cdots & x[1] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-1] & \cdots & x[N-M] \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a[1] \\ \vdots \\ a[M] \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x[M+1] \\ \vdots \\ x[N] \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$a = -(X^H)^{-1}X^H x$, где H обозначает Эрмитову транспозицию $X^H = \bar{X}^*$ (транспонированная матрица комплексных сопряжений каждого входного сигнала);

2. Из коэффициентов линейного предсказания находим корни полинома:

$$F(z) = \sum_{m=0}^M a[m] \cdot z^{M-m}, \quad (3)$$

$$z_k = e^{(\alpha_k + 2\pi i f_k) \cdot \Delta t}. \quad (4)$$

3. Из корней полинома находим коэффициенты Прони:

$$\alpha_k = \frac{1}{\Delta t} \ln |z_k|, \quad (5)$$

$$f_k = \frac{1}{2\pi \Delta t} \tan^{-1} \left(\frac{\operatorname{Im}\{z_k\}}{\operatorname{Re}\{z_k\}} \right), \quad (6)$$

$$A_k = |h_k|, \quad (7)$$

$$\theta_k = \tan^{-1} \left(\frac{\operatorname{Im}\{h_k\}}{\operatorname{Re}\{h_k\}} \right). \quad (8)$$

Теперь рассмотрим другой вариант определения параметров разложения Прони, основанный на методе matrix pencil. В нем прямоугольная Ганкелева матрица (в которой каждая возрастающая косая диагональ слева направо постоянна) формируется из сигнала $x[n]$, $n = 1, \dots, N$:

$$Y = \begin{pmatrix} x[1] & \cdots & x[P+1] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-P] & \cdots & x[N] \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где P в англоязычной литературе [Rodríguez et al., 2018; de Oliveira et al., 2021] имеет название "Pencil parameter".

Затем матрица Y используется для создания матриц: Y_1 и Y_2 . Таким образом, матрица Y_1 создается путем удаления последнего столбца Y , в то время как Y_2 формируется путем удаления первого столбца Y :

$$Y_1 = \begin{pmatrix} x[1] & \cdots & x[P] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-P] & \cdots & x[N-1] \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$Y_2 = \begin{pmatrix} x[2] & \cdots & x[P+1] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x[N-P+1] & \cdots & x[N] \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Таким образом, значения z_p можно найти из следующего выражения:

$$z_p = \operatorname{Eigenvalues}(Y_1^+ Y_2), \quad (12)$$

где *Eigenvalues* – собственные значения вектора, т. е. такое число, которое масштабирует вектор [Гредасова и др., 2019]; Y_1^+ – псевдообратная матрица по отношению к Y_1 , которая рассчитывается по формуле:

$$Y_1^+ = (Y_1^* Y_1)^{-1} Y_1^*, \quad (13)$$

где Y_1^* – эрмитово-сопряженная матрица к матрице Y_1 , полученная путем транспонирования матрицы Y_1 и замены всех элементов комплексно сопряженными [Гредасова и др., 2019].

Далее можно найти коэффициенты Прони путем замены z_p на z_k в уравнениях 5–8.

Блок-схема реализованного алгоритма, иллюстрирующая алгоритм разложения, показана на рис. 3.

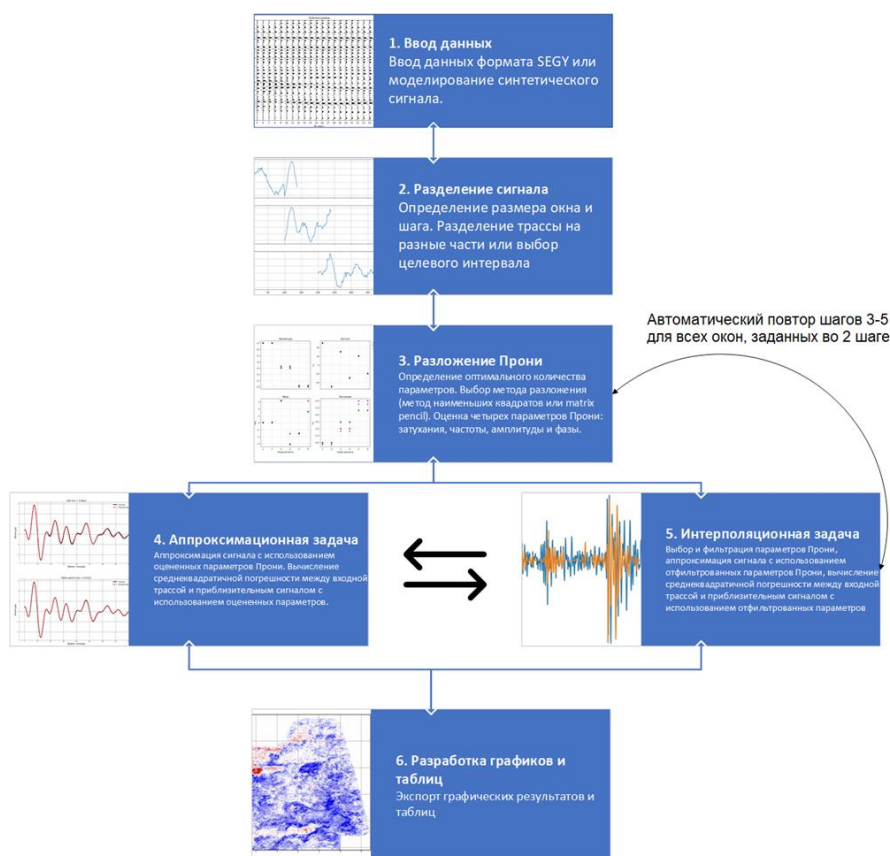


Рис. 3. Блок-схема работы программы для разложения и фильтрации Прони.

МОДЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Моделирование сигналов имеет решающее значение для проверки существующей методологии, поскольку параметры, используемые для моделирования сигналов, определены и могут быть непосредственно сопоставлены с параметрами, полученными с помощью разложения Прони. Для построения синтетических сигналов, моделирующих сейсмическую трассу с заданными параметрами амплитуды, фазы, частоты и затухания, были построены три затухающие синусоиды (уравнение 1), т. к. разложение Прони основано на данной функции (рис. 4). Параметры, используемые при построении модели, указаны в табл. 1. Далее, после построения трех затухающих синусоид, была получена суммарная трасса.

Таблица 1

Параметры, используемые для построения трех затухающих синусоид

Параметр	Синусоида 1	Синусоида 2	Синусоида 3
Затухание	–3	–6	–5
Частота	10	25	15
Амплитуда	1	1.7	1.3
Фаза	$-\frac{\pi}{2}$	0	π

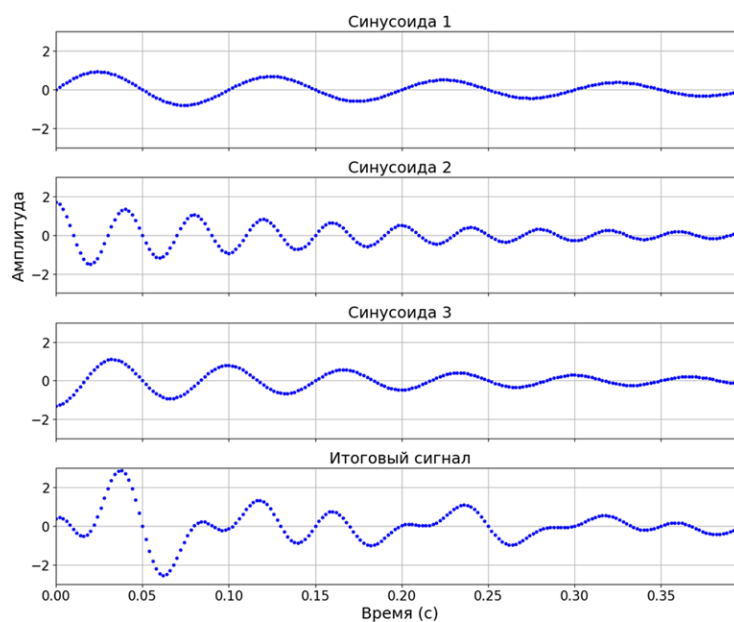


Рис. 4. Смоделированный сигнал, состоящий из суммы трех синусоид.

Разложение Прони, основанное на методе наименьших квадратов, для суммарного сигнала (см. рис. 2, 4) показано на рис. 5.

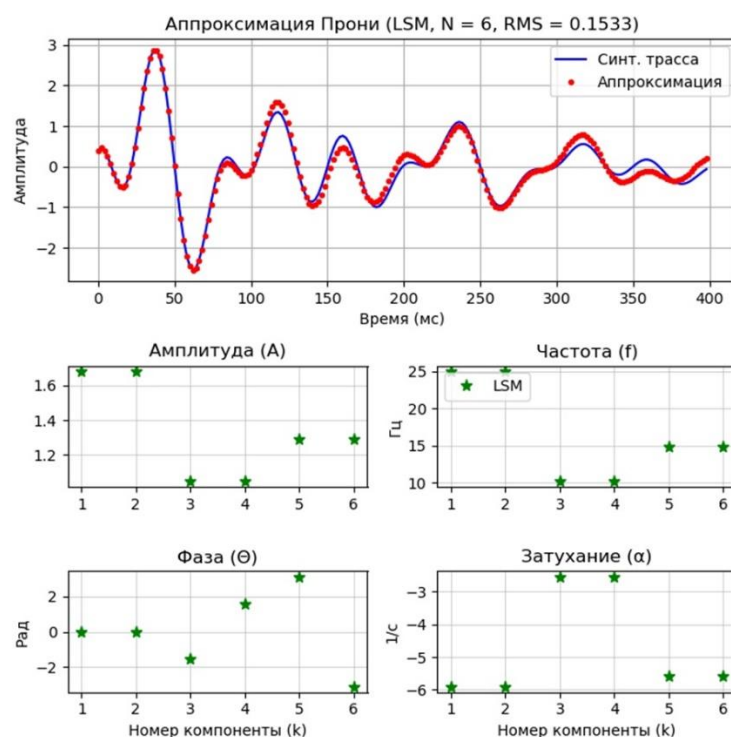


Рис. 5. Аппроксимация сигнала с использованием метода наименьших квадратов (LSM).

Из рисунков 5, 6 видно, что метод наименьших квадратов показывает меньшую точность при оценивании параметра затухания и амплитуды, по сравнению с методом matrix pencil. Это выражается в расхождении значений амплитуд сигнала и восстановленной трассы, что также видно по RMS ошибке. Более наглядно это показано на рис. 7. Синими кружками показаны параметры, вычисленные с помощью

метода наименьших квадратов; красные звездочки – параметры, вычисленные с помощью метода matrix pencil; зеленые треугольники – модельные данные (табл. 1).

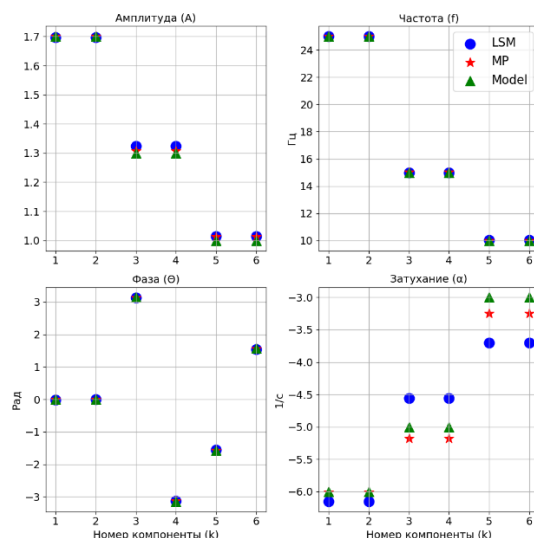


Рис. 6. Аппроксимация сигнала с использованием метода matrix pencil.

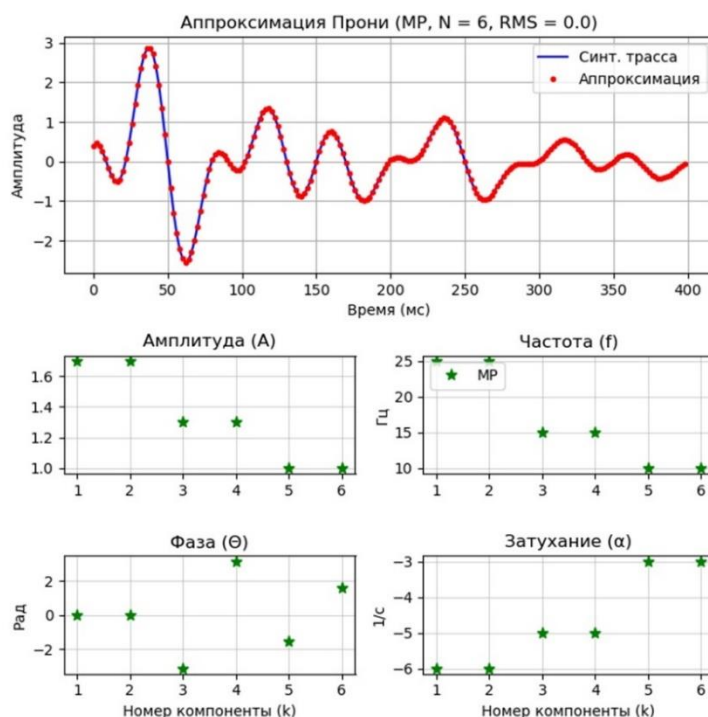


Рис. 7. Сравнение параметров, используемых при моделировании сигналов (затухающие синусоиды), с параметрами, оцененными методами наименьших квадратов и matrix pencil.

Чтобы сделать сигнал более сложным, были добавлены сдвиги ко второй и третьей синусоидам в 100 и 200 мс соответственно (рис. 8). Это добавило к трассе разрывы, которые не встречаются в реальности, т. к. для этого нужна огромная энергия. Данная модель была построена с целью демонстрации применимости и устойчивости разложения Прони при работе с произвольными сигналами. Для разложения было выбрано скользящее окно размером 10 дискретов (5 мс), чтобы проанализировать, насколько устойчив метод при разложении низкочастотных компонент. В последующих работах будет изучено влияние размера окна.

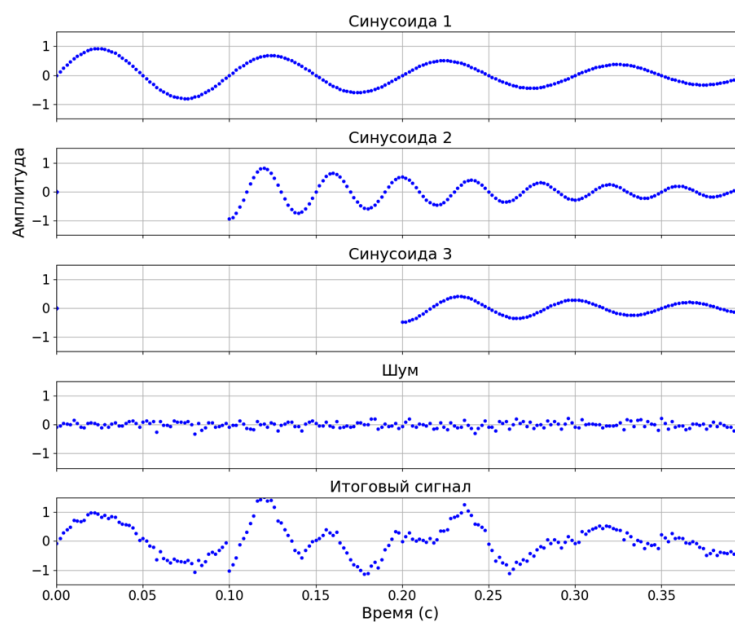


Рис. 8. Смоделированный сигнал, состоящий из трех затухающих синусоид с временными сдвигами и шумом.

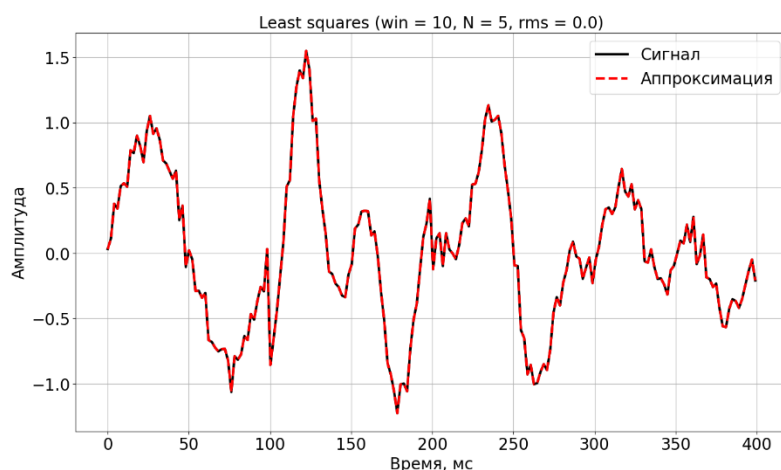


Рис. 9. Сравнение смоделированного сигнала (затухающие синусоиды с временными сдвигами и шумом) и приближительных данных с использованием метода наименьших квадратов.

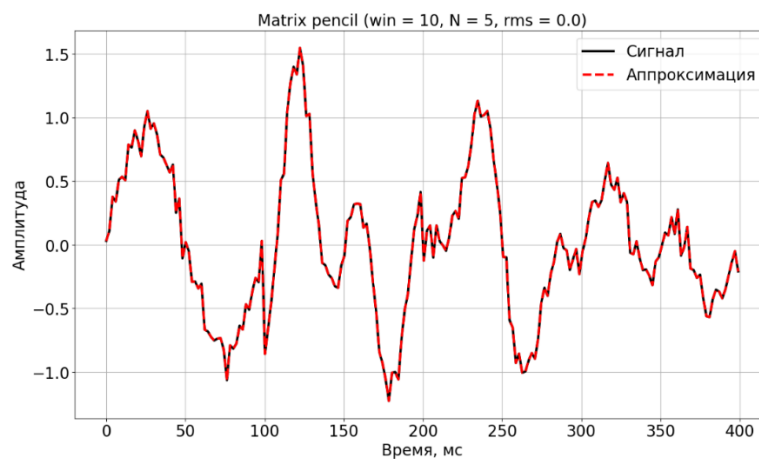


Рис. 10. Сравнение смоделированного сигнала (затухающие синусоиды с временными сдвигами и шумом) и приближительных данных с использованием метода matrix pencil.

На рисунках 9 и 10 показано разложение сигнала (см. рис. 8) с использованием методов LSM и МР. Результаты в таком случае оказались для обоих методов (метода наименьших квадратов и matrix pencil) идентичны, что видно из RMS ошибки (которая меньше 0.0001), а также по совпадению амплитуд входного и восстановленного сигнала, в отличие от результатов для случая без шума, где были незначительные различия. Это указывает на то, что шум служит стабилизирующим фактором для метода. В следующих работах планируется исследование на моделях с переменной добротностью.

КРАТКАЯ ИНФОРМАЦИЯ О ГЕОЛОГИЧЕСКОМ СТРОЕНИИ РЕГИОНА

В глубинах средней части Каспийского моря находится значительное нефтяное и газоконденсатное месторождение. Этот район является важной частью Северо-Кавказско-Мангышлакской нефтегазоносной провинции и считается ключевым сегментом Восточно-Предкавказского нефтегазового региона [Глумов и др., 2004].

Средний Каспий характеризуется многочисленными месторождениями нефти и газа, которые были обнаружены на прилегающих к нему участках суши. В пределах изучаемой акватории регион характеризуется наличием двух основных нефтегазоносных комплексов: юрского и мелового [Григоренко и др., 2006]. Важной особенностью этого района является то, что значительная часть общих запасов, оцениваемая в 88 %, сосредоточена в юрском комплексе, что подчеркивает значимость юрских формаций в общем энергетическом ландшафте Средней части Каспийского моря.

РАЗЛОЖЕНИЕ ПРОНИ НА ПРИМЕРЕ РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Отложения в области месторождения представлены толщами Девонской–Четвертичной систем. Были пробурены две исследовательские скважины, которые вскрыли палеогеновые, меловые и юрские толщи, оказавшиеся впоследствии продуктивными. Используемые сейсмические данные были получены методом МОВ-ОГТ в акватории среднего Каспия. Для изучения коллекторских свойств целевых горизонтов были выделены интервалы времен сейсмических трасс, соответствующих средней юре–верхнему мелу. Информация об интервалах представлена в табл. 2. Средняя плотность была получена путем петрофизических исследований керна из скважины, находящейся в непосредственной близости от исследуемой трассы (рис. 11).

Таблица 2

Выбор интервалов записи, соответствующих целевым горизонтам

№	Условный индекс горизонтов	Интервал записи, мс	Отдел	Средняя плотность, г/см ³
1	H1	1900–2180	Верхний мел	≈2.57
2	H2	2180–2240	Нижний мел	≈2.50
3	H3	2240–2320	Верхняя юра	≈2.98
4	H3	2320–2410	Верхняя юра	≈2.61
5	H5	2410–2600	Средняя юра	≈2.49

Как было сказано ранее, была выбрана сейсмическая трасса, находящаяся в непосредственной близости от пробуренной скважины. На рисунке 11 показано приблизительное разделение сигнала на отдельные интервалы, соответствующие отражениям от определенных горизонтов.

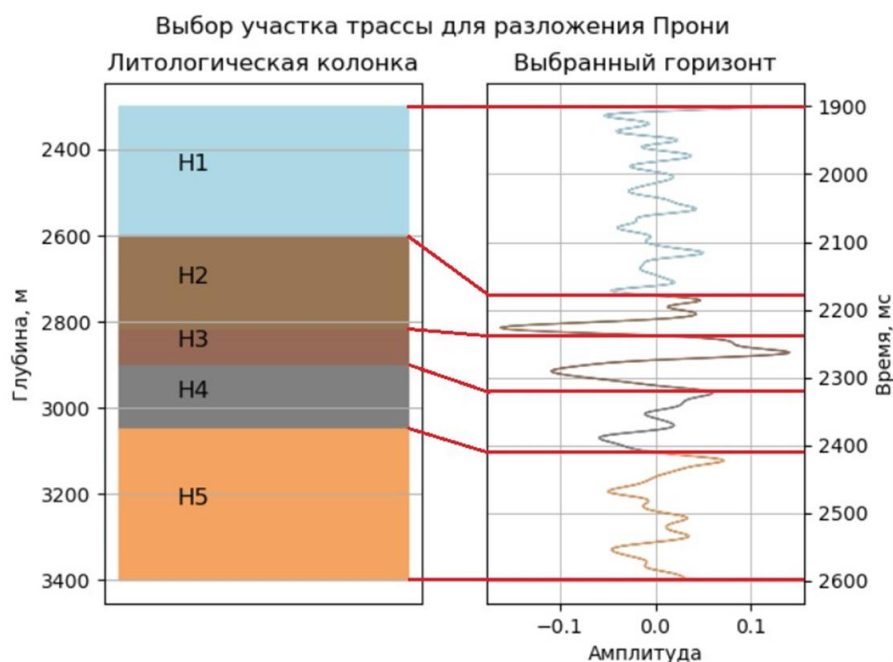


Рис. 11. Разделение трассы на отдельные интервалы времен, соответствующих отражениям от целевых горизонтов.

Далее было проведено разложение Прони для каждого интервала. Были получены параметры затухания, которые показывают уменьшение амплитуды по мере прохождения волн через толщи с различным поглощением и рассеиванием энергии. Под действием этих процессов в сейсмической трассе остается «след» от затухания каждого слоя, т. е. мы имеем дело с интегральной характеристикой. Величина, обратная затуханию, называется добротностью и рассчитывается по формуле

$$Q_k = -\frac{1}{2 \ln|z_k|} \tan^{-1} \left[\frac{\text{Im}z_k}{\text{Re}z_k} \right], k = 1, 2, \dots, M.$$

График средней добротности и средней плотности пород показан на рис. 12.

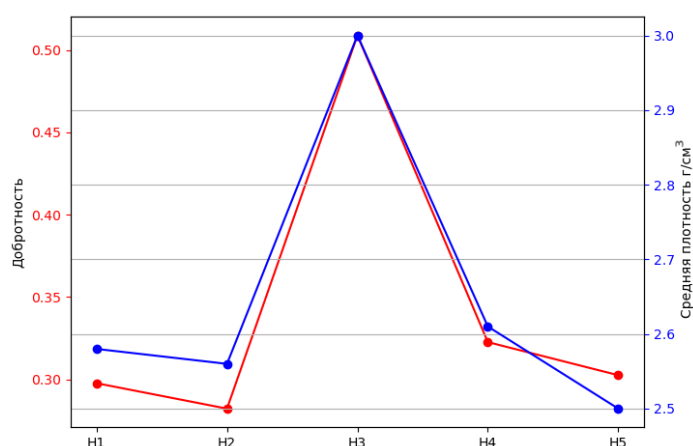


Рис. 12. График добротности (красный) и график средней плотности горных пород в пластах (синий).

Из рисунка видно, что между плотностью и добротностью имеется сильная положительная корреляция, что указывает на то, что Прони-разложение имеет высокий потенциал при выделении разуплотненных зон (потенциальных коллекторов) и зон с высокой плотностью (АВПД).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье демонстрируются результаты, полученные при анализе сейсмических данных с применением усовершенствованного алгоритма декомпозиции Прони. Они позволили определить взаимосвязь между параметрами добротности и плотности горных пород, что подтверждает значительные перспективы использования получаемых сейсмических характеристик для прогноза запасов углеводородов. Используя метод *matrix pencil*, в данном исследовании была достигнута высокая точность и устойчивость при оценке таких параметров, как затухание и частота. Это продемонстрировало его превосходство над традиционным методом наименьших квадратов.

Сочетание теоретических основ и практических результатов делает разложение Прони полезным инструментом анализа сейсмических данных, способствуя его дальнейшему применению и развитию в нефтегазовой отрасли для повышения эффективности разведки и добычи. Выполненные усовершенствования алгоритмов разложения Прони обеспечивают повышение разрешения, как в спектральной, так и во временной области. Это позволяет улучшить локализацию сейсмических сигналов и оценку параметра затухания, характеризующего свойства геологической среды, в частности, уплотнение пород.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с.
- Глумов И.Ф., Маловичкий Я.П., Новиков А.А., Сенин Б.В. Региональная геология и нефтегазоносность Каспийского моря. М.: Недра, 2004. 342 с.
- Гредасова Н.В., Корешникова М.А., Желонкина Н.И., Корчемкина Л.В., Полищук Е.Г., Иванов В.М., Андреева И.Ю. Линейная алгебра: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2019. 88 с.
- Григоренко Ю.Н., Мирчинк И.М., Савченко В.И., Сенин Б.В., Супруненко О.И. Структура нефтегазового потенциала континентального шельфа // Минеральные ресурсы российского шельфа. Спецвыпуск журнала «Минеральные ресурсы России. Экономика и управление». М., 2006. С. 14–71.
- Ковалев В.П., Телепнев Г.Ф. Применение метода выделения скрытых периодичностей при изучении динамики сейсмических волн // Доклады академии наук Украинской ССР. Серия Б: Геологические, химические и биологические науки. 1981. № 5. С. 10–14.
- Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005. 671 с.
- Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
- Митрофанов Г., Приimenko В. Основы и приложения метода Прони-фильтрации // Технологии сейсморазведки. 2011. № 3. С. 93–108.
- Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. М.: Связь, 1979. 416 с.
- de Oliveira I.B., Mitrofanov G.M., Priimenko V.I., Freires J.C.P.S. Some aspects of the development of the Prony Filtering method // Brazilian Journal of Geophysics. 2021. Vol. 39 (1). P. 147–158. doi: 10.22564/rbgf.v39i1.2092.
- de Prony G.R. Essai experimental et analytique: sur les lois de la dilatabilite de fluides elastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, a differentes temperatures // Journal de l'Ecole Polytechnique. 1795. Vol. 1 (2). P. 24–76.

Rodríguez A.J.F., de Santiago Rodrigo L., López-Guillén E., Rodríguez-Ascariz J.M., Miguel-Jiménez J.M., Boquete L. Coding Prony's method in MATLAB and applying it to biomedical signal filtering // BMC Bioinformatics. 2018. Vol 19 (1). Article 451. doi:10.1186/s12859-018-2473-y.

Sarkar T.K., Pereira O. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 1995. Vol. 37 (1). P. 48–55. doi:10.1109/74.370583.

Sarkar T.K., Hu F., Hua Y., Wicks M. A real time signal processing technique for approximating a function by a sum of complex exponentials utilizing the Matrix Pencil approach // Digital Signal Processing. 1994. Vol. 4 (2). P. 127–140. doi:10.1006/dspr.1994.1011.

REFERENCES

de Oliveira I.B., Mitrofanov G.M., Priimenko V.I., Freires J.C.P.S. Some aspects of the development of the Prony Filtering method // Brazilian Journal of Geophysics. 2021. Vol. 39 (1). P. 147–158. doi:10.22564/rbgf.v39i1.2092.

de Prony G.R. Essai experimental et analytique: sur les lois de la dilatabilité de fluides elastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alcool, a differentes temperatures // Journal de l'Ecole Polytechnique. 1795. Vol. 1 (2). P. 24–76.

Gantmacher F.R. The theory of matrices. In 2 volumes. Chelsea Publishing Company, 1959.

Glumov I.F., Malovichkiy Ya.P., Novikov A.A., Senin B.V. Regional geology and petroleum potential of the Caspian Sea (In Russ.). Nedra, Moscow, 2004. 342 p.

Gredasova N.V., Koreshnikova M.A., Zhelonkina N.I., Korchemkina L.V., Polishchuk E.G., Ivanov V.M., Andreyeva I.Yu. Linear algebra: Textbook (In Russ.). Ural University Press, Yekaterinburg, 2019. 88 p.

Grigorenko Yu.N., Mirchink I.M., Savchenko V.I., Senin B.V., Suprunenko O.I. Structure of the petroleum potential of the continental shelf // Mineral Resources of Russian Shelf. Special Issue to "Mineral Resources of Russia. Economics and Management" (In Russ.). Moscow, 2006. P. 14–71.

Kovalev V.P., Telepnev G.F. Application of the method for identifying hidden periodicities in the study of seismic wave dynamics // Doklady Akad. Nauk Ukrain. SSR. Ser. B. 1981. No. 5. P. 10–14. (In Russ.).

Mallat S. A wavelets tour of signal processing. Academic Press, 2009. 805 p.

Marple S.L. Digital spectral analysis: with applications. Prentice-Hall, 1987. 492 p.

Mitrofanov G., Priymenko V. Basics and applications of the Prony filtration method // Seismic Technologies. 2011. No. 3. P. 93–108. (In Russ.).

Oppenheim A.V., Schaffer R.W. Digital signal processing. Pearson, 1975. 585 p.

Rodríguez A.J.F., de Santiago Rodrigo L., López-Guillén E., Rodríguez-Ascariz J.M., Miguel-Jiménez J.M., Boquete L. Coding Prony's method in MATLAB and applying it to biomedical signal filtering // BMC Bioinformatics. 2018. Vol 19 (1). Article 451. doi:10.1186/s12859-018-2473-y.

Sarkar T.K., Pereira O. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 1995. Vol. 37 (1). P. 48–55. doi:10.1109/74.370583.

Sarkar T.K., Hu F., Hua Y., Wicks M. A real time signal processing technique for approximating a function by a sum of complex exponentials utilizing the Matrix Pencil approach // Digital Signal Processing. 1994. Vol. 4 (2). P. 127–140. doi:10.1006/dspr.1994.1011.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛИСИН Александр Александрович – магистрант 1 курса НГУ, инженер лаборатории динамических проблем сейсмики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: атрибутивный анализ, методы спектрального разложения, разработка алгоритмов определения характеристик целевых геологических объектов, разработка программного обеспечения на языке Python.

МИТРОФАНОВ Георгий Михайлович – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник лаборатории динамических проблем сейсмики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: разработка методов и технологий обработки и интерпретации сейсмических данных, решение обратных задач геофизики.

КОСТАЩУК Даниил Иванович – магистрант НГУ, инженер лаборатории динамических проблем сейсмики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: атрибутивный и сейсмофациальный анализ, разработка алгоритмов определения характеристик целевых геологических объектов.

*Статья поступила в редакцию 30 декабря 2024 г.,
одобрена после рецензирования 5 февраля 2025 г.,
принята к публикации 10 февраля 2025 г.*