



АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ ПЛНОВОЛНОВОГО ОБРАЩЕНИЯ В ОБЛАСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Максим Игоревич Протасов

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
ProtasovMI@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0449-1639>*

Аннотация. Рассматривается метод полноволнового обращения в области изображения. Проводится теоретический и численный анализ решений обратной динамической задачи сейсмологии в области изображений с использованием асимптотических методов. При этом для перехода в область изображений используется оператор миграции на Гауссовых пучках. Представлено теоретическое и численное сравнение томографии на отраженных волнах и разработанного асимптотического метода полноволнового обращения. Установлена связь между операторами линеаризованных задач томографии на отраженных волнах и асимптотического полноволнового обращения в области изображений. Численными экспериментами установлено, что томография на отраженных волнах эффективна для реконструкции низкочастотной модели, в то время как асимптотическое полноволновое обращение в области изображений обеспечивает восстановление деталей сложной структуры среды, при этом скорость расчетов приблизительно одинакова для обоих методов.

Ключевые слова: асимптотические решения, полноволновое обращение, миграция на Гауссовых пучках, сейсмическая томография

Финансирование: работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2026-0050.

Для цитирования: Протасов М.И. Асимптотические решения для задачи полноволнового обращения в области изображений // Геофизические технологии. 2026. № 1. С. 68–79. doi:10.18303/2619-1563-2026-1-68.

ASYMPTOTIC SOLUTIONS FOR THE FULL-WAVEFORM INVERSION PROBLEM IN THE IMAGE DOMAIN

Maxim I. Protasov

*Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptuyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
ProtasovMI@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0449-1639>*

Abstract. This paper examines the full-waveform inversion method in the image domain. A theoretical and numerical analysis of solutions of the inverse dynamic seismic problem in the image domain is performed using asymptotic methods. A Gaussian beam migration operator is used for transformation to the image domain. A theoretical and numerical comparison of reflection tomography and the developed asymptotic full-wave inversion method is presented. A connection is established between the operators of linearized problems of tomography on reflected waves and asymptotic full-waveform inversion in the image domain. Numerical experiments have shown that reflection tomography is effective for reconstructing low-frequency models, while asymptotic full-waveform inversion in the image domain ensures the restoration of details of complex medium structures, with computation speeds being approximately equal for both methods.

Keywords: asymptotic solutions, full-waveform inversion, beam migration, seismic tomography

Funding: the study was carried out within the framework of the project No. FWZZ-2026-0050.

For citation: Protasov M.I. Asymptotic solutions for the full-waveform inversion problem in the image domain // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2026. No. 1. P. 68–79 (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2026-1-68.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время поиск новых запасов углеводородов необходимо вести в регионах с суровыми природными условиями и сложным геологическим строением. В таких районах существует острая потребность в новых методах полевых сейсмических наблюдений и обработки данных, которые позволили бы регистрировать и извлекать максимально достоверную информацию о строении недр. Одним из перспективных подходов к улучшению глубинных скоростных моделей в областях со сложной геологией является метод полноволнового обращения, который ищет решение обратной динамической задачи сейсмологии путем минимизации среднеквадратичной невязки между наблюдаемыми и синтетическими данными [Алексеев, 1962; Lailly, 1983; Tarantola, 1984].

Метод полноволнового обращения успешно применяется в ряде исследований с использованием вычислительно затратных конечно-разностных [Pica et al., 1990; Djikpréssé, Tarantola, 1999] и конечно-элементных [Choi et al., 2008] методов. Современные реализации полноволнового обращения направлены на восстановление достаточно широкого пространственного спектра модели [Pratt, 1999]. Примеры обработки широкоазимутальных данных иллюстрируют возможность восстановления всех пространственных спектров среды. Некоторые недавние исследования посвящены решениям с использованием полноволнового обращения в сложных моделях, например, содержащих высококонтрастные соляные тела [Luo et al., 2020; Aghamiry et al., 2022; Chen et al., 2022].

Однако полноволновое обращение имеет существенные ограничения в практическом применении, и мотивацией представленной работы является поиск решений, позволяющих преодолеть эти ограничения. Существуют две основные причины этих ограничений: вычислительная стоимость и качество сейсмических данных. Основные вычислительные затраты полноволнового обращения напрямую связаны с численным моделированием сейсмических волновых полей. Поэтому разработка методов численного моделирования сейсмических волновых полей и ускорение алгоритмов такого моделирования является чрезвычайно актуальной задачей.

Асимптотические методы работают значительно быстрее, чем конечно-разностные или конечно-элементные методы, используемые в большинстве разработанных алгоритмов обращения. В связи с этим исследованы практические вычислительные преимущества и возможности асимптотического полноволнового обращения в частотной области данных, и показано, что такое обращение может быть практически полезным [Protasov et al., 2023]. Однако метод полноволнового обращения очень чувствителен к качеству зарегистрированных данных, и удовлетворить требования этого подхода крайне сложно, например, в районах с непростыми приповерхностными условиями. Это связано со стандартной реализацией полноволнового обращения в области данных, в то время как потенциальным решением может стать обращение сейсмических волновых полей в области изображений [Zhang, Schuster, 2014], где соотношение сигнал/шум значительно выше.

Таким образом, в данной работе предлагается выполнять обращение сейсмических волновых полей в области изображений, в отличие от классического полноволнового обращения, которое выполняется в области данных. Ключевым элементом, который используется для полноволнового

обращения, является схема моделирования волновых полей и построения изображений, основанная на асимптотических решениях волнового уравнения на основе Гауссовых пучков. Это позволяет достичь достаточно высокого соотношения сигнал/шум благодаря массивному направленному суммированию данных для каждой точки изображения. Кроме того, предлагаемая схема моделирования должна работать значительно быстрее и эффективнее, чем методы полноволнового обращения, основанные на конечно-разностных или конечно-элементных решениях. В совокупности сочетание такой процедуры моделирования и миграции с обращением в области изображений должно обеспечить надежный метод построения изображений и инверсии сейсмических волновых полей в областях со сложной геологией. Для детального исследования предлагаемой схемы обращения, а также исследования ее преимуществ и недостатков, предложенный подход реализован и численно исследован на реалистичной модели Marmousi.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОЛНОВОЛНОВОЕ ОБРАЩЕНИЕ: ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Полноволновое обращение в области изображений

Предполагается, что функция $u(x, z; \omega)$ (полное волновое поле в частотно-временной области) удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$(\Delta + \omega^2 m)u = -f(\omega)\delta(x - x_s)\delta(z - z_s), \quad (1)$$

где $f(\omega)$ – спектральная характеристика сигнала в источнике, ω – временная частота, (x_s, z_s) – координата источника, $m = c^{-2}(x, z)$ – квадрат медленности и $c(x, z)$ – скорость распространения волны.

Введем оператор, вычисляющий волновое поле от одного точечного источника для фиксированной временной частоты в точках, соответствующих расположению приемников. Таким образом получается следующий оператор прямого моделирования:

$$F: M \rightarrow D, \quad (2)$$

где D – пространство данных, M – пространство моделей. В этих обозначениях обратная динамическая задача построения скоростной модели по сейсмическим данным сводится к решению нелинейного операторного уравнения:

$$d^{\text{obs}} = F(m_{\text{true}}), \quad (3)$$

здесь d^{obs} – наблюдаемые данные, m_{true} – истинная скоростная модель.

При полноволновом обращении в области изображений минимизируется модифицированный функционал, который строится в этой области:

$$m_* = \arg \left(\min_{m \in M} \|M < F(m) - d > \|_I^2 \right). \quad (4)$$

Здесь M – это оператор миграции, который переводит данные в область изображений I , где и происходит минимизация. Для этого мы используем миграцию на Гауссовых пучках [Protasov, Tcheverda, 2011]:

$$M < d > (y, p) = \sum_{x_s, x_r, \omega} T_{gbs}^m(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^m(x_r; y, p; \omega) \cdot d(x_s, x_r, \omega). \quad (5)$$

Здесь $T_{gbs}^m(x_s; y, p; \omega)$, $T_{gbr}^m(x_r; y, p; \omega)$ – это веса суммирования в операторе миграции [Protasov, Tcheverda, 2011].

При использовании методов локальной оптимизации также ключевым шагом является расчет градиента, который в этом случае выражается следующим образом:

$$\nabla_k(x) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{y,p} \delta \operatorname{Image}_k(y, p) \cdot \left(\frac{\partial \delta \operatorname{Image}_k(y, p)}{\partial m_k(x)} \right)^* \right\}. \quad (6)$$

Здесь $\delta \operatorname{Image}_k(y, p) = \operatorname{Image}_k(y, p) - \operatorname{Image}_{dk}(y, p)$ – невязка в области изображений, где $\operatorname{Image}_{dk}(y, p) = M_k < d > (y, p)$ и $\operatorname{Image}_k(y, p) = M_k < F(m_k) > (y, p)$:

$$\begin{aligned} \operatorname{Image}_k(y, p) = \\ = \sum_{x_s, x_r, \omega} T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) \cdot F(m_k)(x_s, x_r, \omega). \end{aligned} \quad (7)$$

Производная невязки по модели выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta \operatorname{Image}_k(y, p)}{\partial m_k(x)} = \sum_{s,r,\omega} \{ T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) \cdot \frac{\partial F(m_k)(x_s, x_r, \omega)}{\partial m_k(x)} + \\ + \left[\frac{\partial T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega)}{\partial m_k(x)} \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) + \right. \\ \left. + \frac{\partial T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega)}{\partial m_k(x)} \cdot T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \right] \cdot F(m_k) \}. \end{aligned} \quad (8)$$

Получается, что градиент в области изображений представляет из себя сумму двух составляющих: аналог градиента в области данных и часть, связанная с зависимостью оператора миграции от модели. Поэтому с одной стороны обращение в области изображений должно быть более информативным. А с другой стороны более устойчивым, поскольку изображения обладают лучшим отношением сигнал/помеха по сравнению с сейсмическими данными.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОЛНОВОЛНОВОЕ ОБРАЩЕНИЕ В ОБЛАСТИ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ТОМОГРАФИЯ НА ОТРАЖЕННЫХ ВОЛНАХ

Далее, в выражении для градиента (6–8) оставим главный член (высокочастотное приближение), который фактически получается в результате дифференцирования оператора миграции по модели. Затем оно преобразуется с использованием явного вида весовых функций оператора миграции. В итоге получается следующее асимптотическое приближение для градиента:

$$\nabla_k(x) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{y,p} \delta \operatorname{Image}_k(y, p) \cdot \operatorname{Image}_k^{i\omega}(y, p) \left[\frac{\partial \tau_s(y, p)}{\partial m_k(x)} + \frac{\partial \tau_r(y, p)}{\partial m_k(x)} \right]^* \right\}. \quad (9)$$

Здесь $\tau_s(y, p)$, $\tau_r(y, p)$ – времена пробега из точки y в источник и приемник соответственно, рассчитанные в модели m_k , при этом изображение $\operatorname{Image}_k^{i\omega}$ получается в результате следующего преобразования:

$$\operatorname{Image}_k^{i\omega}(y, p) = \sum_{x_s, x_r, \omega} -i\omega \cdot T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) \cdot F(m_k). \quad (10)$$

Можно заметить, что полученная таким образом главная компонента градиента асимптотического обращения в области изображения (9) аналогична градиенту томографического оператора, поскольку в нем аналогичным образом присутствуют производные времен пробега по параметрам модели, которые составляют основу градиента томографического оператора. Поэтому эту компоненту можно обозначить как томографическую часть градиента асимптотического полноволнового обращения в области изображений.

Далее, если рассмотреть линейризованную задачу полноволнового обращения в области изображений и аналогичным образом выделить главную составляющую, то получится следующее асимптотическое представление функции невязки изображения, содержащей только томографическую часть:

$$\delta \text{Image}_k(y, p) \approx \sum_x \left[\frac{\partial \tau_s(y, p)}{\partial m_k(x)} + \frac{\partial \tau_r(y, p)}{\partial m_k(x)} \right] \text{Image}_k^{i\omega}(y, p) \langle \delta m_k(x) \rangle. \quad (11)$$

С другой стороны, для линейризованной задачи томографии на отраженных волнах функция невязки времен пробега представляется следующим образом:

$$\delta T(y, p) \approx \sum_x \left[\frac{\partial \tau_s(y, p)}{\partial m_k(x)} + \frac{\partial \tau_r(y, p)}{\partial m_k(x)} \right] \langle \delta m_k(x) \rangle. \quad (12)$$

Здесь $\delta T(y, p)$ – невязки наблюдаемых времен пробега отраженных волн и рассчитанных в модели $m_k(x)$, которые являются суммой времен пробега от точки y до источника и до приемника $\tau_s(y, p), \tau_r(y, p)$. Можно видеть, что выражения (11) и (12) похожи между собой. Для случая томографии в правой части томографический оператор действует на невязку модели, а в левой части – невязки времен пробега. Для случая асимптотического полноволнового обращения в правой части взвешенный томографический оператор действует на невязку модели, а в левой части – невязка изображения. Фактически это означает, что выражение (11) является динамическим аналогом кинематической задачи (12). Получается, что главная компонента оператора линейризованной задачи асимптотического обращения в области изображения пропорциональна линейризованному томографическому оператору через весовые коэффициенты, получаемые в результате миграции.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

На сегодняшний день стандартной практикой является тестирование разрабатываемых алгоритмов на синтетических моделях и данных. Существует множество синтетических наборов данных, созданных для реалистичных геологических моделей. Одной из наиболее известных является модель Marmousi2 [Martin et al., 2006], представленная на рис. 1, а.

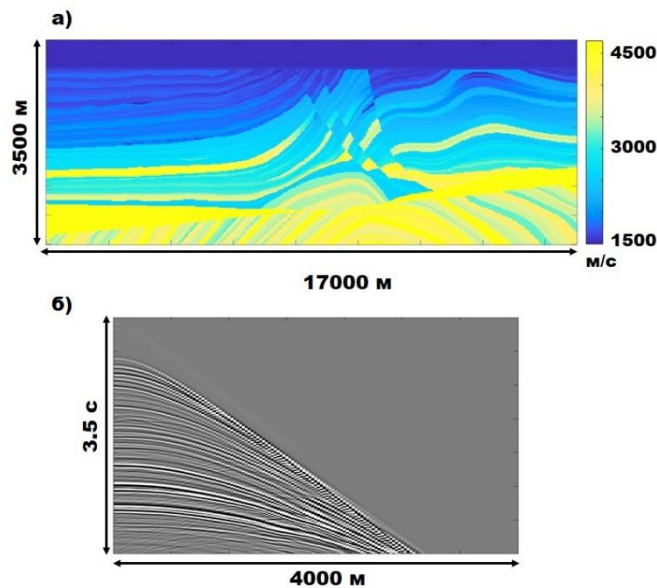


Рис. 1. Исходная модель Marmousi2: скорость P -волны (а); б – сейсмограмма, полученная методом конечных разностей в модели Marmousi2 для положения источника $x = 500$ м.

Сейсмические данные для этой модели получены путем акустического моделирования на основе конечно-разностной схемы решения волнового уравнения. Набор данных имитирует 2D сейсмическую съемку, в которой зарегистрированы сигналы от 320 источников с шагом 50 м. Каждый источник возбуждает сигнал, регистрируемый 81 приемником; расстояние между приемниками составляет 25 м, что обеспечивает максимальное удаление источник–приемник (вынос), равное 4000 м. В моделировании используется импульс Рикера с доминирующей частотой 15 Гц. Пример сейсмограммы для источника, расположенного на отметке $x = 500$ м, приведен на рис. 1, б.

Для исследования возможностей предлагаемого асимптотического метода полноволнового обращения в области изображений используются различные начальные модели. В работе рассматриваются два принципиально разных сценария. В первом случае начальная модель получена путем экстраполяции разумного одномерного тренда по глубине и, по сути, представляет собой латерально-однородную среду (рис. 2, а).

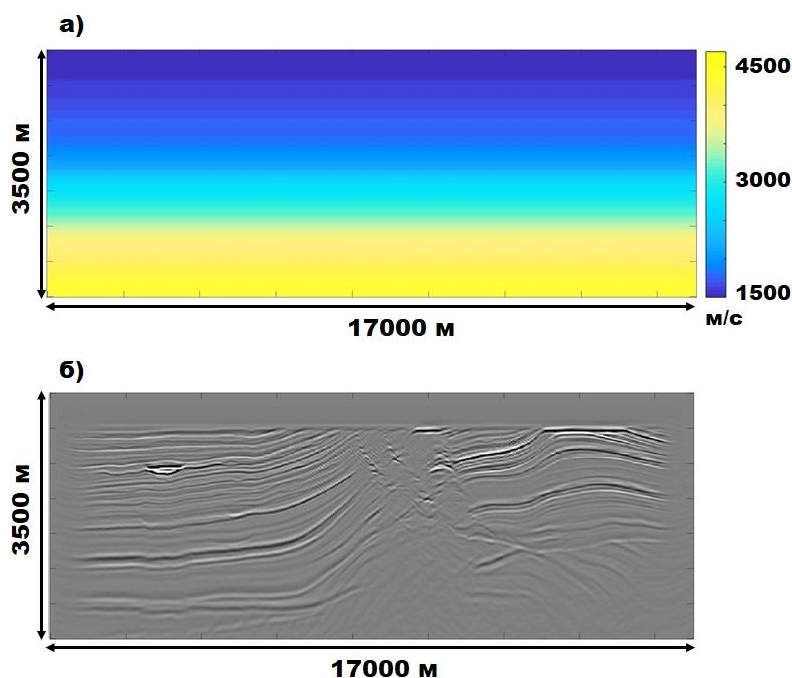


Рис. 2. Латерально-однородная модель в качестве начальной для томографии и асимптотического полноволнового обращения в области изображений: она существенно отличается от истинной модели Marmousi (а); б – соответствующее сейсмическое изображение, полученное с помощью миграции на Гауссовых пучках.

Эта модель значительно отличается от истинной. Результаты миграции на Гауссовых пучках с использованием этой модели демонстрируют сильную дефокусировку событий и существенные ошибки в положении отражающих границ, особенно на глубинах более 2500 м (см. рис. 2, б). Во втором сценарии начальная модель представляет собой сглаженный вариант истинной модели Marmousi (рис. 3, а). В данном случае исходная модель не столь радикально отличается от истинной. Однако она не содержит высокочастотных составляющих и, что важнее, все еще обладает кинематическими погрешностями по сравнению с истинной скоростной моделью. Миграция в этой модели дает изображение, на котором отражающие события залегают близко к их истинному положению. Тем не менее, в основном сохраняются небольшие несоответствия, которые становятся значительными в наиболее сложной, центральной части модели (см. рис. 3, б).

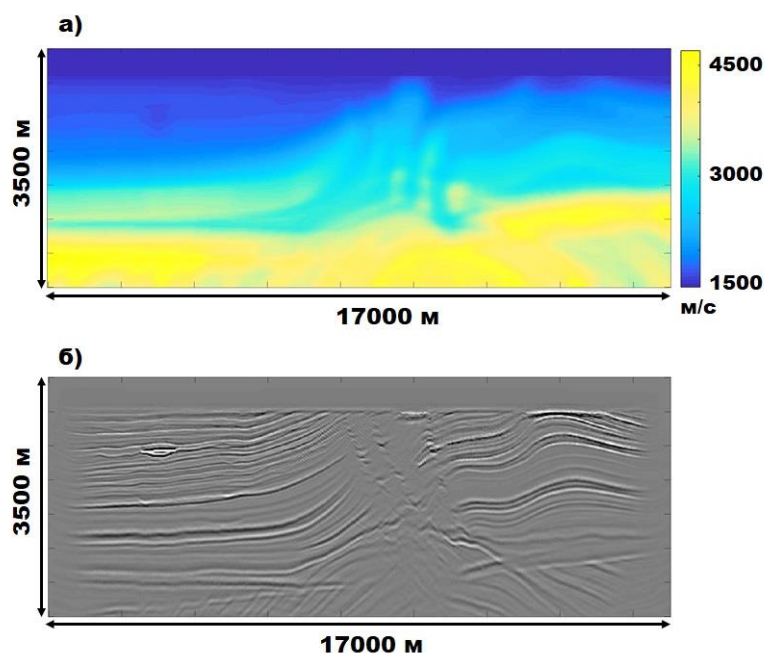


Рис. 3. Сглаженная модель Marmousi в качестве начальной для томографии и асимптотического полноволнового обращения в области изображений: она имеет разумное отличие от истинной модели Marmousi (а); б – соответствующее сейсмическое изображение, полученное с помощью миграции на Гауссовых пучках.

В первой серии экспериментов представлены результаты применения линейризованной томографии на отраженных волнах [Woodward et al., 2008] для описанных выше сценариев. Такой выбор сделан потому, что линейризованная задача томографии аналогична линейризованной задаче асимптотического полноволнового обращения в области изображения (см. формулы (11) и (12) соответственно). Кроме того, исходные данные для обоих методов совпадают: они представляют собой сейсмограммы общей точки изображения, т. е. мигрированные изображения для различных углов или выносов (определяемых переменной p в формулах (5), (7) и (10)). Важно отметить, что томография на отраженных волнах использует кинематические свойства мигрированных изображений, тогда как асимптотическое полноволновое обращение в области изображения опирается на их динамические характеристики. При этом томография на отраженных волнах является стандартным практическим инструментом для построения глубинно-скоростных моделей. В этой связи интересно выяснить, какие дополнительные возможности может предоставить предложенный метод асимптотического полноволнового обращения в области изображений по сравнению со своим кинематическим аналогом. На рисунках 4 и 5 приведены результаты решения линейризованной задачи томографии для рассматриваемых сценариев. На каждом рисунке в верхней части показана полученная скоростная модель, а в нижней – соответствующая невязка модели. Видно, что во всех случаях томография позволяет получить модель, которая ближе к истинной, нежели исходная. Наиболее впечатляющий результат достигается в первом сценарии (см. рис. 4), где начальная модель значительно отличается от истинной. Полученная в результате томографии модель напоминает сглаженную версию модели Marmousi, представленную на рис. 3, а. Однако во всех рассмотренных случаях обновление модели представляет собой довольно гладкое решение. Это важное наблюдение, особенно для второго сценария, в котором миграционная модель близка к идеальной. В этом случае томография дает лишь остаточную гладкую составляющую модели и не позволяет восстановить тонкую структуру среды.

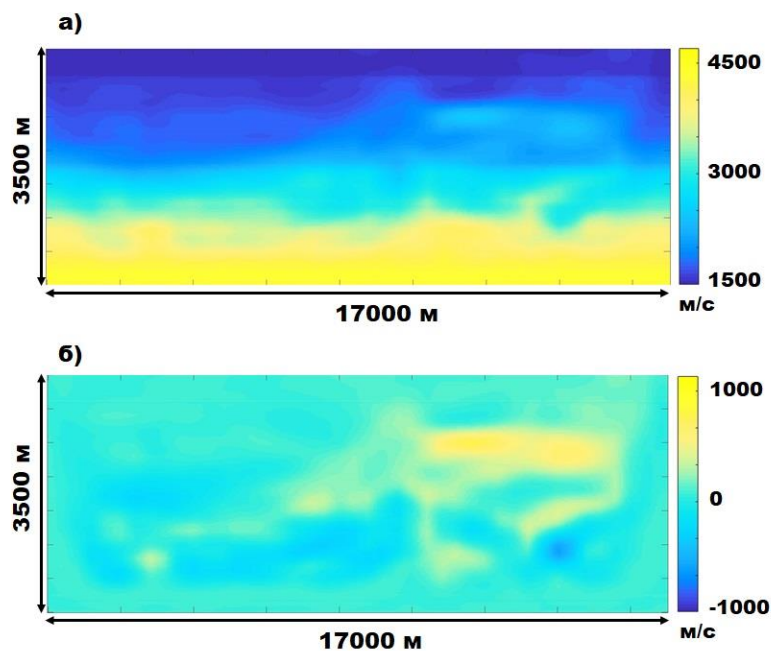


Рис. 4. Результат решения линейризованной задачи томографии на отраженных волнах в начальной латерально-однородной модели (а); б – соответствующая невязка скоростной модели.

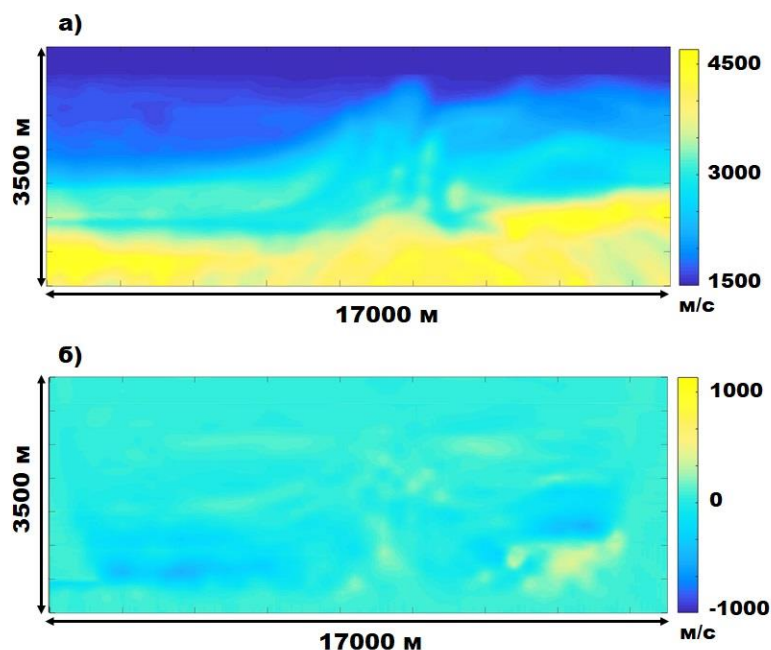


Рис. 5. Результат решения линейризованной задачи томографии на отраженных волнах в начальной сглаженной модели Marmousi (а); б – соответствующая невязка скоростной модели.

Наконец, был протестирован предложенный асимптотический метод полноволнового обращения в области изображений. На рисунках 6 и 7 представлены результаты линейризованного обращения для описанных выше сценариев. На каждом рисунке в верхней части показана полученная в результате обращения скоростная модель, а в нижней – соответствующая невязка модели. Время вычислений для всех экспериментов практически одинаково и сопоставимо с вычислительными затратами для томографии. Это означает, что предложенный асимптотический метод полноволнового обращения в области изображений обеспечивает более высокую вычислительную эффективность по сравнению со

стандартным методом полноволнового обращения, поскольку, как хорошо известно, томография выполняется значительно быстрее. Например, вычислительная стоимость томографии на отраженных волнах для реальных сейсмических данных с площади около 1000 км² оценивается в дни при использовании достаточно мощного вычислительного кластера, в то время как стандартный метод полноволнового обращения, основанный на конечно-разностном моделировании, требует месяцев на тех же данных и с использованием того же кластера.

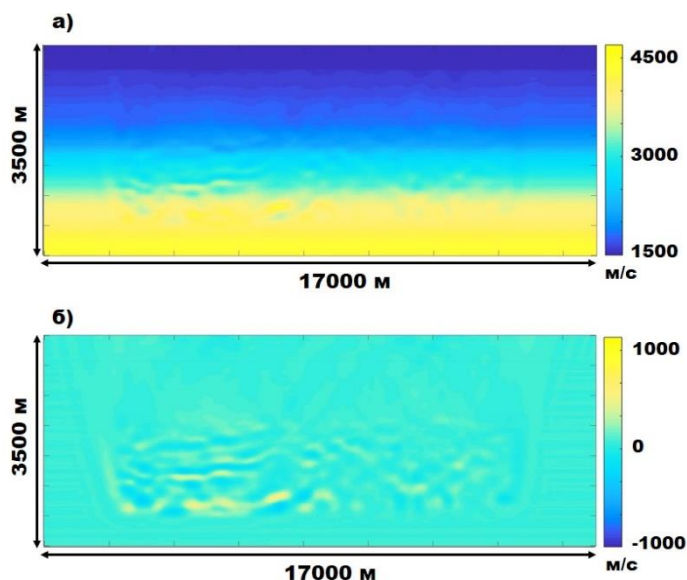


Рис. 6. Результат решения линеаризованной задачи асимптотического полноволнового обращения в области изображений в начальной латерально-однородной модели (а); б – соответствующая невязка скоростной модели.

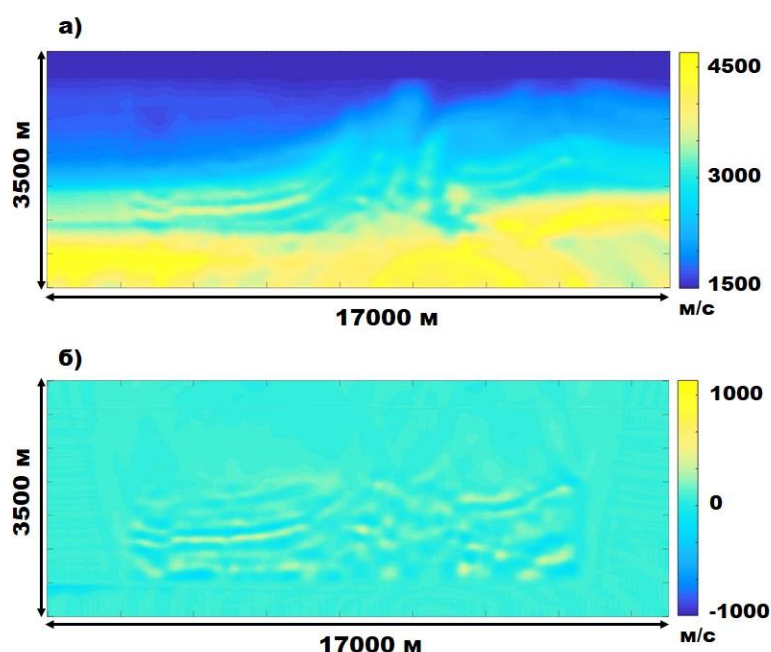


Рис. 7. Результат решения линеаризованной задачи асимптотического полноволнового обращения в области изображений в начальной сглаженной модели Marmousi (а); б – соответствующая невязка скоростной модели.

Результаты предложенного асимптотического метода полноволнового обращения в области изображения существенно отличаются от результатов томографии на отраженных волнах. В первом сценарии, где начальная модель значительно отличается от истинной, предложенный метод не дает

удовлетворительного результата (рис. 6). Такое поведение объясняется известной проблемой полноволнового обращения во временной области, называемой пропуск цикла (от англ. cycle-skipping) [Yang et al., 2020]. Поскольку сейсмические трассы во временной области данных и в области изображений аналогичны по своей сути, то обращение в области изображения наследует эту проблему. Во втором сценарии результаты исследуемого метода обращения демонстрируют улучшение модели (рис. 7). Здесь начальная модель достаточно близка к истинной, что позволяет избежать проблемы пропуска цикла. Восстановленная модель оказывается ближе к истинной, нежели исходная модель, использованная для инверсии. При этом невязка модели (см. рис. 7, б) является более высокочастотной по сравнению с невязкой, полученной с помощью томографии (см. рис. 5, б). Таким образом, асимптотический метод полноволнового обращения в области изображения дает возможность восстановить более детальную модель по сравнению как с начальной, так и с моделью, полученной томографией на отраженных волнах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе разработан, реализован, а также теоретически и численно исследован метод полноволнового обращения в области изображения на основе асимптотических методов, где для перехода в область изображений используется оператор миграции на Гауссовых пучках. Проведено теоретическое и численное сравнение томографии на отраженных волнах и разработанного асимптотического метода полноволнового обращения. Показано, что главная компонента градиента асимптотического обращения в области изображения аналогична градиенту томографического оператора, поскольку в нем аналогичным образом присутствуют производные времен пробега по параметрам модели. Также показано, что главная компонента оператора линеаризованной задачи асимптотического обращения в области изображения пропорциональна линеаризованному томографическому оператору через весовые коэффициенты, получаемые в результате миграции. Численными экспериментами установлено, что томография на отраженных волнах эффективна для реконструкции низкочастотной модели, в то время как асимптотическое полноволновое обращение в области изображений обеспечивает восстановление деталей сложной структуры среды, при этом скорость расчетов приблизительно одинакова для обоих методов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Алексеев А.С.** Некоторые обратные задачи теории распространения волн // Известия АН СССР. Серия геофизическая. 1962. № 11. С. 1514–1531.
- Aghamiry H.S., Gholami A., Aghazade K., Sonbolestan M., Operto S.** Large-scale highly-accurate extended full waveform inversion using convergent Born series. 2022. doi:10.48550/arXiv.2202.08558.
- Chen G., Yang W.C., Liu Y.N., Wang H., Huang X.** Salt structure elastic full wave-form inversion based on the multi-scale signed envelope // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2022. Vol. 60. P. 1–12. doi:10.1109/TGRS.2022.3166028.
- Choi Y., Min D.-J., Shin C.** Two-dimensional waveform inversion of multi-component data in acoustic-elastic coupled media // Geophysical Prospecting. 2008. Vol. 56 (6). P. 863–881. doi:10.1111/j.1365-2478.2008.00735.x.
- Djikpéssé H.A., Tarantola A.** Multiparameter l_1 norm waveform fitting: Interpretation of Gulf of Mexico reflection seismograms // Geophysics. 1999. Vol. 64 (4). P. 1023–1035. doi:10.1190/1.1444611.

- Lailly P.** The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations // Conference on Inverse Scattering—Theory and Application / Bednar J.B., Robinson E., Weglein A. (Eds.). SIAM, Philadelphia, 1983. P. 206–220.
- Luo J., Wu R.S., Chen G.** Angle domain direct envelope inversion method for strong scattering velocity and density estimation // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2020. Vol. 17 (9). P. 1508–1512. doi:10.1109/LGRS.2019.2950471.
- Martin G.S., Wiley R., Marfurt K.J.** Marmousi2: an elastic upgrade for Marmousi // Leading Edge. 2006. Vol. 25 (2). P. 156–166. doi:10.1190/1.2172306.
- Pica A., Diet J., Tarantola A.** Nonlinear inversion of seismic reflection data in laterally invariant medium // Geophysics. 1990. Vol. 55 (3). P. 284–292. doi:10.1190/1.1442836.
- Pratt R.G.** Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 1: Theory and verification in a physical scale model // Geophysics. 1999. Vol. 64 (3). P. 888–901. doi:10.1190/1.1444597.
- Protasov M., Tcheverda V.** True amplitude imaging by inverse generalized Radon transform based on Gaussian beam decomposition of the acoustic Green's function // Geophysical Prospecting. 2011. Vol. 59 (2). P. 197–209. doi:10.1111/j.1365-2478.2010.00920.x.
- Protasov M., Gadylishin K., Neklyudov D., Klimes L.** Full waveform inversion based on an asymptotic solution of Helmholtz equation // Geosciences. 2023. Vol. 13 (1). P. 19. doi:10.3390/geosciences13010019.
- Tarantola A.** Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation // Geophysics. 1984. Vol. 49 (8). P. 1259–1266. doi:10.1190/1.1441754.
- Woodward M., Nichols D., Zdraveva O., Whitfield P., Johns T.** A decade of tomography // Geophysics. 2008. Vol. 73 (5). P. VE5–VE11. doi:10.1190/1.2969907.
- Yang J., Li Y., Liu Y., Wei Y., Fu H.** Mitigating the cycle-skipping of full-waveform inversion by random gradient sampling // Geophysics. 2020. Vol. 85 (6). P. R493–R507. doi:10.1190/geo2020-0099.1.
- Zhang S., Schuster G.** Image-domain full waveform inversion: Field data example // SEG Technical Program Expanded Abstracts. 2014. P. 966–970. doi:10.1190/segam2014-1441.1.

REFERENCES

- Aghamiry H.S., Gholami A., Aghazade K., Sonbolestan M., Operto S.** Large-scale highly-accurate extended full waveform inversion using convergent Born series. 2022. doi:10.48550/arXiv.2202.08558.
- Alekseev A.S.** Some inverse problems of the theory of wave propagation // Bulletin of the USSR Academy of Sciences. Geophysical Series. 1962. Vol. 11. P.1514–1531. (In Russ.).
- Chen G., Yang W.C., Liu Y.N., Wang H., Huang X.** Salt structure elastic full wave-form inversion based on the multi-scale signed envelope // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2022. Vol. 60. P. 1–12. doi:10.1109/TGRS.2022.3166028.
- Choi Y., Min D.-J., Shin C.** Two-dimensional waveform inversion of multi-component data in acoustic-elastic coupled media // Geophysical Prospecting. 2008. Vol. 56 (6). P. 863–881. doi:10.1111/j.1365-2478.2008.00735.x.
- Djikipéssé H.A., Tarantola A.** Multiparameter l_1 norm waveform fitting: Interpretation of Gulf of Mexico reflection seismograms // Geophysics. 1999. Vol. 64 (4). P. 1023–1035. doi:10.1190/1.1444611.
- Lailly P.** The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations // Conference on Inverse Scattering—Theory and Application / Bednar J.B., Robinson E., Weglein A. (Eds.). SIAM, Philadelphia, 1983. P. 206–220.

- Luo J., Wu R.S., Chen G.** Angle domain direct envelope inversion method for strong scattering velocity and density estimation // *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. 2020. Vol. 17 (9). P. 1508–1512. doi:10.1109/LGRS.2019.2950471.
- Martin G.S., Wiley R., Marfurt K.J.** Marmousi2: an elastic upgrade for Marmousi // *Leading Edge*. 2006. Vol. 25 (2). P. 156–166. doi:10.1190/1.2172306.
- Pica A., Diet J., Tarantola A.** Nonlinear inversion of seismic reflection data in laterally invariant medium // *Geophysics*. 1990. Vol. 55 (3). P. 284–292. doi:10.1190/1.1442836
- Pratt R.G.** Seismic waveform inversion in the frequency domain, part 1: Theory and verification in a physical scale model // *Geophysics*. 1999. Vol. 64 (3). P. 888–901. doi:10.1190/1.1444597.
- Protasov M., Tcheverda V.** True amplitude imaging by inverse generalized Radon transform based on Gaussian beam decomposition of the acoustic Green's function // *Geophysical Prospecting*. 2011. Vol. 59 (2). P. 197–209. doi:10.1111/j.1365-2478.2010.00920.x.
- Protasov M., Gadylyshin K., Neklyudov D., Klimes L.** Full waveform inversion based on an asymptotic solution of Helmholtz equation // *Geosciences*. 2023. Vol. 13 (1). P. 19. doi:10.3390/geosciences13010019.
- Tarantola A.** Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation // *Geophysics*. 1984. Vol. 49 (8). P. 1259–1266. doi:10.1190/1.1441754.
- Woodward M., Nichols D., Zdraveva O., Whitfield P., Johns T.** A decade of tomography // *Geophysics*. 2008. Vol. 73 (5). P. VE5–VE11. doi:10.1190/1.2969907.
- Yang J., Li Y., Liu Y., Wei Y., Fu H.** Mitigating the cycle-skipping of full-waveform inversion by random gradient sampling // *Geophysics*. 2020. Vol. 85 (6). P. R493–R507. doi:10.1190/geo2020-0099.1.
- Zhang S., Schuster G.** Image-domain full waveform inversion: Field data example // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. 2014. P. 966–970. doi:10.1190/segam2014-1441.1.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

ПРОТАСОВ Максим Игоревич – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией методов интерпретационной обработки сейсмических данных Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: исследования в области разработки алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

*Статья поступила 5 марта 2026 г.,
одобрена после рецензирования 23 марта 2026 г.,
принята к публикации 24 марта 2026 г.*