



ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПО ДАННЫМ ВЕРТИКАЛЬНОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО ПРОФИЛИРОВАНИЯ С КОНТРОЛЕМ УГЛА ОТРАЖЕНИЯ В СРЕДЕ С АНИЗОТРОПНЫМИ СЛОЯМИ В ПЛОСКОСТИ ИХ СИММЕТРИИ

Владимир Викторович Карстен

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
KarstenVV@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0009-0007-7102-4965>*

Аннотация. В рамках данной работы реализован и исследован разработанный ранее в ИНГГ СО РАН алгоритм построения изображения околоскважинного пространства по данным вертикального сейсмического профилирования с контролем угла отражения в случае анизотропной среды в вертикальной плоскости симметрии. Рассмотрена реализация лучевого трассирования с отражением и преломлением в анизотропной среде и применение параметра, обеспечивающего стабильность решения. Для определения лучей отраженных и преломленных волн необходимо решение алгебраического уравнения четвертой степени. В общем случае в анизотропной среде потребуется разработка более сложного алгоритма.

Ключевые слова: ВСП, анизотропия, трассировка лучей

Финансирование: работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2026-0050.

Для цитирования: Карстен В.В. Построение изображения по данным вертикального сейсмического профилирования с контролем угла отражения в среде с анизотропными слоями в плоскости их симметрии // Геофизические технологии. 2026. № 1. С. 108–115. doi:10.18303/2619-1563-2026-1-108.

IMAGING FROM VERTICAL SEISMIC PROFILING DATA WITH CONTROLLED REFLECTION ANGLE IN A MEDIUM WITH ANISOTROPIC LAYERS WITHIN THEIR SYMMETRY PLANE

Wladimir V. Karsten

*Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptuyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
KarstenVV@ipgg.sbras.ru, <https://orcid.org/0009-0007-7102-4965>*

Abstract. In this paper the algorithm for borehole vicinity imaging from vertical seismic profiling data with controlled reflection angle, developed previously in IPGG SB RAS, is implemented and investigated in case of anisotropic medium within its vertical symmetry plane. Realization of ray tracing with reflection and refraction in anisotropic medium is considered along with application of parameter providing solution stability. Resolving the rays of reflected and refracted waves requires solving the fourth order algebraic equation. General case of anisotropic medium requires developing a more complex algorithm.

Keywords: VSP, anisotropy, raytracing

Funding: the study was carried out within the framework of the project No. FWZZ-2026-0050.

For citation: Karsten W.V. Imaging from vertical seismic profiling data with controlled reflection angle in a medium with anisotropic layers within their symmetry plane // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2026. No. 1. P. 108–115. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2026-1-108.

ВВЕДЕНИЕ

Наблюдения вертикального сейсмического профилирования (ВСП) с выносными источниками позволяют построить изображение околоскважинного пространства [Шехтман, 2017]. Однако поскольку они характеризуются небольшим числом источников, а чаще всего одним источником в заданном азимуте, применение миграционных преобразований вызывает появление интенсивных помех на изображении [Grech et al., 2003]. Для устранения этих помех необходимо тем или иным способом ограничивать апертуру миграции, вплоть до отказа от суммирования. В отсутствие суммирования изображение и исходное волновое поле связаны взаимно-однозначным соответствием, и такая процедура иногда называется «преобразованием ВСП-ОГТ» [Шехтман, 2017].

В ИНГГ СО РАН ранее был разработан алгоритм построения изображения с контролем угла отражения [Карстен, Черноиванов, 2007]. В этом алгоритме ограничение апертуры производится путем задания допустимых углов наклона отражающих площадок в среде. Этот алгоритм можно также применять для обработки данных обменных волн, задавая разные скоростные модели для трассировки нисходящего и восходящего лучей. Возможность применения такого алгоритма в среде с анизотропными слоями рассматривается в данной статье.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Для расчета задается горизонтально-слоистая скоростная модель среды и поле выделенных отраженных волн, продольных или поперечных. Изображение формируется на регулярной сетке точек, расположенной в освещенной данным источником области (рис. 1). В каждом узле расчетной сетки задается угол или диапазон углов наклона отражателя. Луч, попавший в узел расчетной сетки, отражается и попадает на скважину, где на соответствующей глубине и времени берется амплитуда отраженной волны.

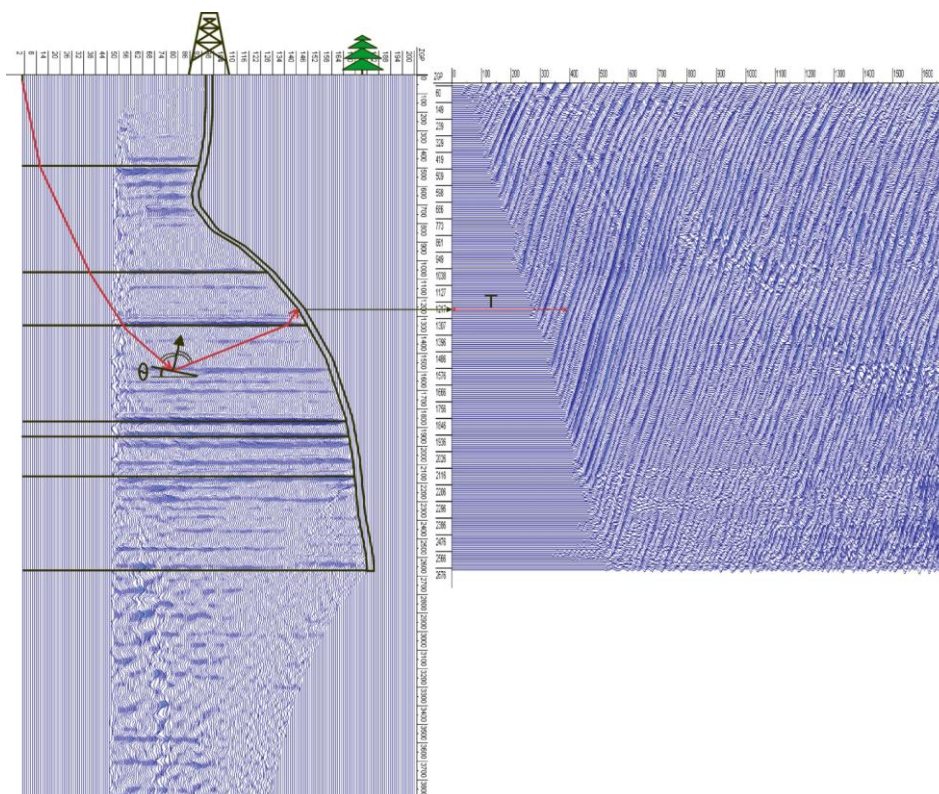


Рис. 1. Схема построения изображения.

Соответственно, в алгоритме двухточечная задача решается только для падающего луча, который должен попасть в заданный узел расчетной сетки. Затем производится отражение в этом узле, соответствующее отражению от наклонной границы, и трассировка отраженного луча в горизонтально-слоистой модели до пересечения с линией скважины.

Изображение строится в вертикальной плоскости, содержащей источник и устье скважины, и все наклоны рассматриваются только в этой плоскости, поскольку отражения, выходящие из этой плоскости, не могут быть зарегистрированы. Если же искривление скважины выводит ее из этой плоскости, каждая точка изображения строится в вертикальной плоскости, содержащей источник и приемник, а все изображение получается на сложной криволинейной поверхности, следующей за искривлением скважины.

В случае анизотропии в слоях этой модели для применения такого алгоритма необходимо, чтобы плоскость построения изображения была плоскостью симметрии анизотропной среды, иначе луч отклонится из этой плоскости. Это возможно (рис. 2) в полярно-анизотропной (трансверсально-анизотропной) модели с вертикальной осью симметрии бесконечного порядка в любом азимуте [Thomsen, 2002]. В полярно-анизотропной модели с горизонтальной осью симметрии бесконечного порядка это возможно в азимуте оси симметрии и ортогональном ему, при наклонной оси симметрии – в азимуте оси симметрии, а также в плоскостях симметрии орторомбической модели, в том числе при наклоне в одной из этих плоскостей.

В общем виде в любом из этих случаев тензор модулей упругости в системе координат, связанной с этой вертикальной плоскостью, может быть представлен в следующем виде:

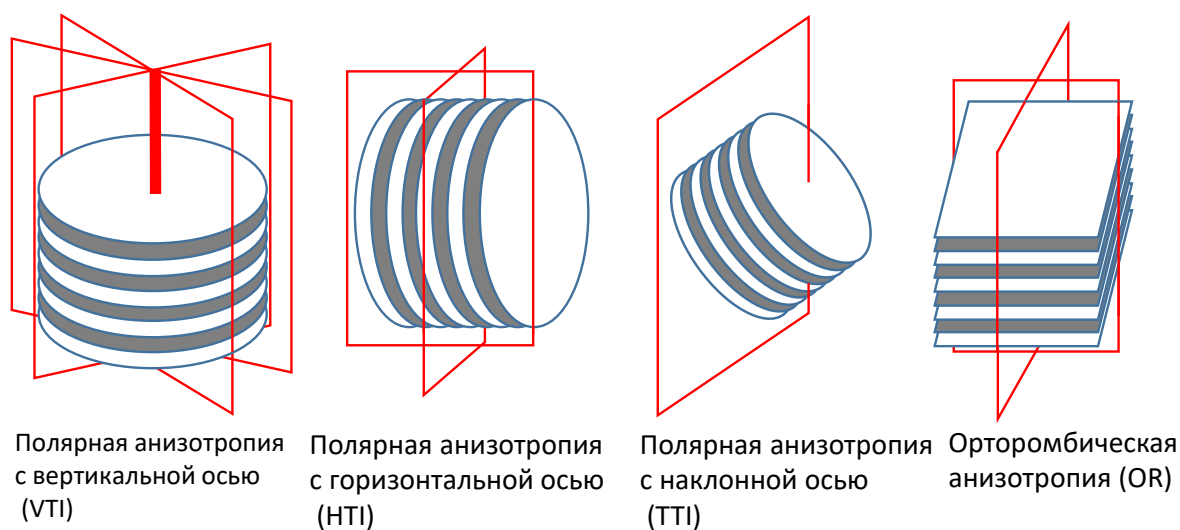


Рис. 2. Модели анизотропных сред с вертикальной плоскостью симметрии.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & c_{15} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & c_{25} & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & c_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{46} & 0 & c_{66} \end{pmatrix}.$$

В силу симметрии среды, в этом случае поляризация двух волн – квазипродольной и квазипоперечной – останется в этой плоскости, а поляризация третьей волны, чисто поперечной, будет этой плоскости ортогональна. Лучи же и волновые нормали всех трех волн будут лежать в этой плоскости симметрии [Гольдин, 2008].

В горизонтально-слоистой среде существует параметр луча p , сохраняющий свое значение во всех слоях. Если обозначить скорости во всех слоях V_i , а углы падения α_i , то для годографа $t(x)$ можно записать:

$$p = \frac{dx}{dt} = \frac{\sin \alpha_i}{V_i}.$$

Таким образом, этот параметр представляет собой горизонтальную проекцию p_1 вектора медленности или вектора рефракции \mathbf{p} . В слоистой анизотропной среде вектора рефракции также подчиняются закону Снеллиуса и параметр p также сохраняется и выражается через фазовую скорость, зависящую в анизотропной среде от угла падения [Гольдин, 2008]. Задав в вертикальной плоскости симметрии ось x вдоль границы, а ось z – по нормали к ней, вектор рефракции падающей волны \mathbf{p}_I при угле падения α_I и фазовой скорости падающей волны V_I можно записать как

$$\mathbf{p}_I = \begin{pmatrix} \frac{\sin \alpha_I}{V_I} = p \\ 0 \\ \frac{\cos \alpha_I}{V_I} = h_I \end{pmatrix}.$$

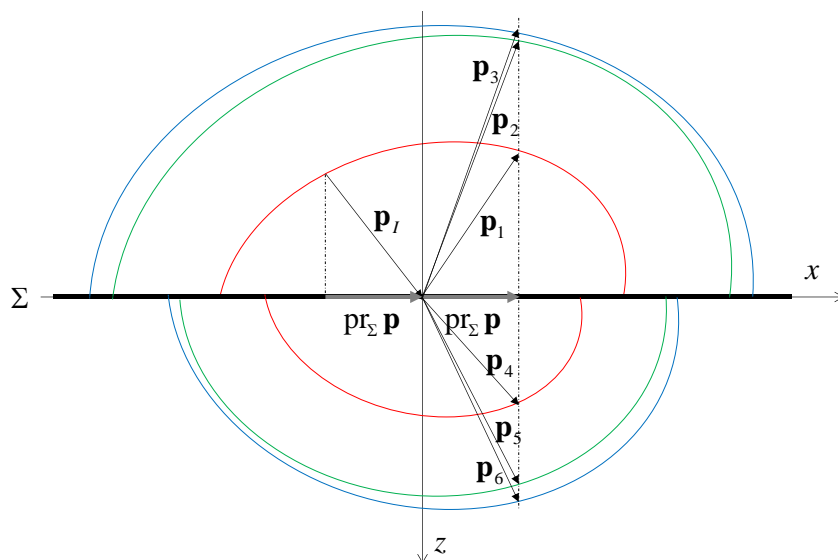


Рис. 3. Преломление и отражение плоских волн на границе Σ . $p r_{\Sigma} \mathbf{p}$ – проекция на эту границу, одинаковая для всех векторов рефракции. Индексы векторов рефракции: I – падающая волна, 1 – квазипродольная отраженная, 2 – квазипоперечная отраженная, 3 – чисто поперечная отраженная, 4 – квазипродольная преломленная, 5 – квазипоперечная преломленная, 6 – чисто поперечная преломленная.

Вектора рефракции всех шести вторичных волн – квазипродольной, квазипоперечной и чисто поперечной отраженных и таких же преломленных – в соответствии с законом Снеллиуса имеют ту же горизонтальную компоненту p_1 и отличаются только вертикальной компонентой. Обозначив вертикальную компоненту волны типа s как h_s , можно записать (рис. 3):

$$\mathbf{p}_s = \begin{pmatrix} P \\ 0 \\ h_s \end{pmatrix}.$$

Для определения зависящей от угла падения фазовой скорости в анизотропной среде, заданной своим тензором упругих модулей \mathbf{c} и плотностью ρ , проще всего записать уравнение Кристоффеля для векторов рефракции \mathbf{p} и поляризации \mathbf{l} :

$$c_{ijkl} p_j p_k l_l = \rho l_i.$$

Вертикальную компоненту вектора рефракции можно найти из этого уравнения как

$$\left| c_{ijkl} p_j p_k - \rho \delta_{il} \right| =$$

$$= \begin{vmatrix} c_{55} h_s^2 + 2p c_{15} h_s + & 0 & c_{35} h_s^2 + p(c_{13} + c_{55}) h_s + \\ + p^2 c_{11} - \rho & & + p^2 c_{15} \\ 0 & c_{44} h_s^2 + 2p c_{46} h_s + & 0 \\ & + p^2 c_{66} - \rho & \\ c_{35} h_s^2 + p(c_{13} + c_{55}) h_s + & 0 & h_s^2 c_{33} + 2p c_{35} h_s + \\ + p^2 c_{15} & & + p^2 c_{55} - \rho \end{vmatrix} = 0.$$

Здесь для отраженных волн надо брать плотность и модули упругости в том слое, откуда происходит падение, а для преломленных – куда происходит преломление. Полученное алгебраическое уравнение шестой степени разделяется на квадратное уравнение для чисто поперечных волн и уравнение четвертой степени для волн квазипродольных и квазипоперечных. Поскольку поляризации чисто поперечных волн ортогональны плоскости падения, не происходит их обменов в квазипродольные и квазипоперечные волны, и при падении чисто поперечной волны нужно решать только квадратное уравнение, а при падении других волн, соответственно, только уравнение четвертой степени. Это уравнение может быть решено численно или аналитически, но при наличии горизонтальной плоскости симметрии в среде – а это имеет место в случае вертикальной оси – это уравнение сводится к биквадратному.

Для проходящих и для отраженных волн получаются разные уравнения, в зависимости от модулей упругости и плотности в слоях. Это значит, что из двух решений квадратного уравнения нужно выбрать одно, а из решений уравнения четвертой степени – два. Лишние решения получаются из-за того, что индикатриса в точке среды определена во всех направлениях (рис. 4), и при определении векторов рефракции надо выбрать, какие из решений отвечают волнам, распространяющимся в нужную для нас сторону от границы.

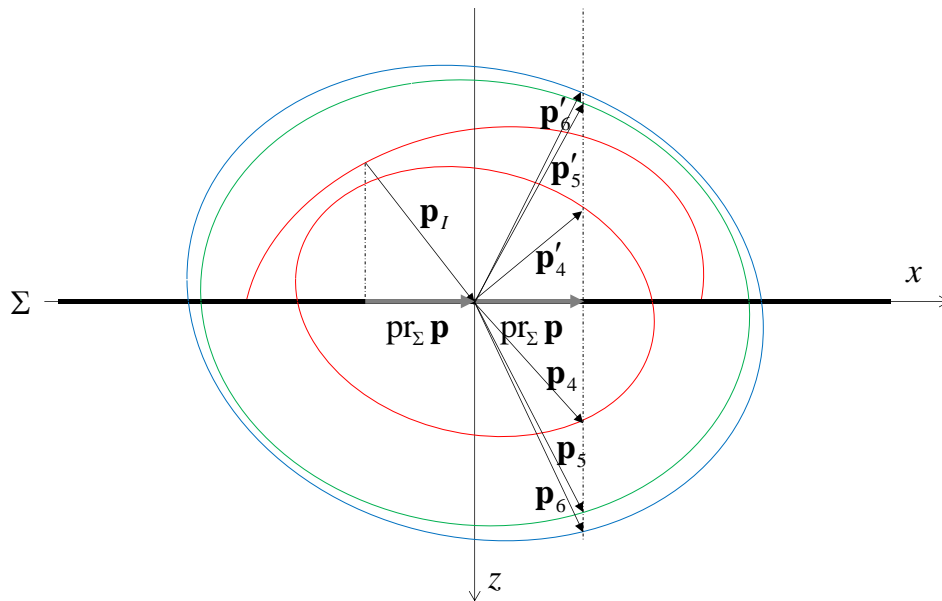


Рис. 4. Падающая и преломленные плоские волны на границе Σ . Полностью показаны индикатрисы преломленных волн, штрихами обозначены дополнительные решения.

Обычно такой выбор в зависимости от знака решения не представляет трудности, но могут возникнуть ситуации, когда оба решения имеют один знак (рис. 5). В этом случае следует учесть, что вектор лучевой скорости \mathbf{v} ортогонален поверхности рефракции, и выбрать из решений, имеющее правильный знак вертикальной компоненты лучевой скорости.

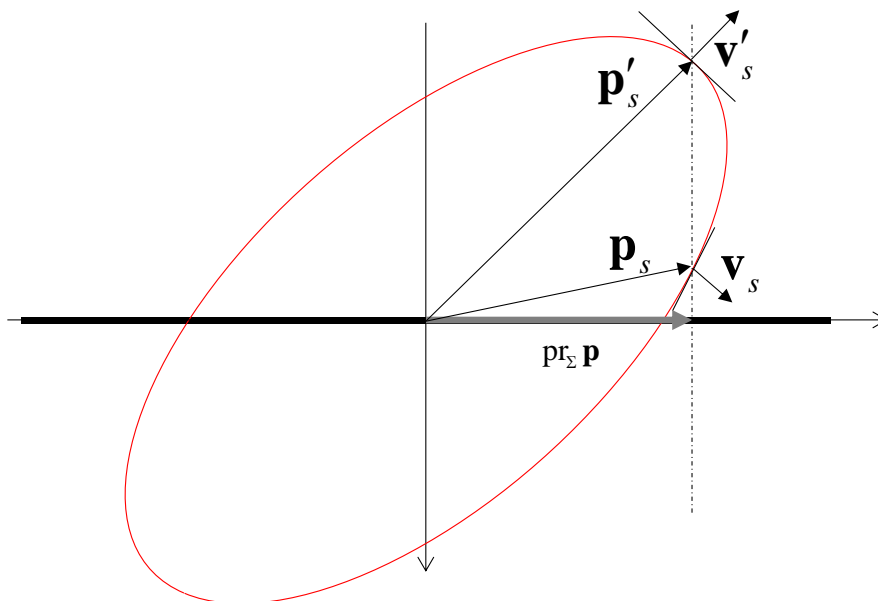


Рис. 5. Индикатриса в случае двух решений одного знака.

Лучевая скорость необходима для трассировки луча. Для вычисления вектора лучевой скорости можно из уравнения Кристоффеля определить вектор поляризации \mathbf{l} , тогда компоненты вектора лучевой скорости \mathbf{v} определяются через второй тензор Кристоффеля:

$$v_j = \frac{1}{\rho} c_{ijkl} p_k l_i l_l.$$

Таким способом можно построить луч для заданного параметра p . На восходящем луче используется определенное при отражении значение параметра. Для падающего луча значение параметра определяется в итерационном процессе с условием попадания луча в заданный узел сетки, и описанная процедура представляет собой решение прямой задачи для этой обратной. В реализованном в ИНГГ СО РАН алгоритме для ускорения решения двухточечной задачи используется модифицированный параметр p' , определяемый в зависимости от максимальной скорости в модели v_{\max} как [Карстен, 2019]:

$$p' = \frac{p}{\sqrt{1 - p^2 v_{\max}^2}}.$$

Это позволяет избежать ситуаций, когда в итерационном процессе параметр принимает недопустимое значение, поскольку модифицированный параметр может принимать любое вещественное значение. В анизотропной модели недопустимое значение параметра p проявляется как отсутствие вещественного решения в уравнении четвертой степени. Соответственно, необходимое максимальное значение скорости можно определить как значение, при котором два решения уравнения совпадают. Безусловно, для расчетов в анизотропной среде необходимо обратно перейти от модифицированного параметра к стандартному:

$$p = \frac{p'}{\sqrt{1 + p'^2 v_{\max}^2}}.$$

В случае, если узел сетки находится в анизотропном слое, и в этой точке происходит отражение как от наклонной границы, необходимо сделать преобразование координат, направив координатные оси вдоль этой наклонной границы и ортогонально ей, пересчитать вектор рефракции и тензор упругих модулей и решить задачу определения нормали и луча отраженной волны, как выше описано.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенная схема позволяет использовать алгоритм построения изображения околоскважинного пространства для анизотропных слоев, при совпадении плоскости симметрии среды с лучевой плоскостью. В общем случае параметр луча также имеет постоянное в горизонтально-слоистой среде значение, но вектор лучевой скорости будет иметь компоненту, ортогональную плоскости волновых нормалей. Это приведет к тому, что луч более не будет лежать в одной плоскости, и для решения двухточечной задачи необходимо будет определять два параметра: азимут плоскости волновых нормалей, наряду с горизонтальной проекцией медленности. Это потребует разработки более сложного алгоритма.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Гольдин С.В. Сейсмические волны в анизотропных средах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. 375 с. EDN:QKHQUZ.

Карстен В.В., Черноиванов А.И. Построение изображения по данным ВСП путём Кирхгофской миграции с контролем угла отражателя // Сборник докладов международной конференции геофизиков и геологов «Тюмень-2007» (4–7 декабря, Тюмень). Тюмень: ЕАГО, 2007. С. 41–44.

Карстен В.В. Быстрое решение двухточечной задачи для горизонтально-слоистой среды // Интерэкспо ГЕО-Сибирь 2019: Сборник материалов в 9 т. Новосибирск: СГУГиТ, 2019. Т. 2, № 3. С. 131–134. doi:10.33764/2618-981X-2019-2-3-131-134. EDN:KTHFOU.

Шехтман Г.А. Вертикальное сейсмическое профилирование: Учебное пособие. М: EAGE Геомодель, 2017. 286 с.

Grech M.G.K., Lawton D.C., Cheadle S. Integrated prestack depth migration of vertical seismic profile and surface seismic data from the Rocky Mountain Foothills of southern Alberta, Canada // Geophysics. 2003. Vol. 68 (6). P. 1782–1791. doi:10.1190/1.1635031.

Thomsen L. Understanding seismic anisotropy in exploration and exploitation. SEG, Tulsa OK, 2002. 253 p.

REFERENCES

Goldin S.V. Seismic waves in anisotropic media (In Russ.). Izd-vo SB RAS, Novosibirsk, 2008. 375 p.

Grech M.G.K., Lawton D.C., Cheadle S. Integrated prestack depth migration of vertical seismic profile and surface seismic data from the Rocky Mountain Foothills of southern Alberta, Canada // Geophysics. 2003. Vol. 68 (6). P. 1782–1791. doi:10.1190/1.1635031.

Karsten V.V. A fast solution to the two-point problem in horizontal layered media // InterExpo Geo-Siberia 2019: Proceedings in 9 vols. SGUGiT, Novosibirsk, 2019. Vol. 2 (3). P. 131–134 (In Russ.). doi:10.33764/2618-981X-2019-2-3-131-134.

Karsten W.V, Chernov Ivanov A.I. VSP imaging by means Kirchhoff migration with reflection angle verification // International Geoscience Conference “Tyumen–2007”. EAGO, Tyumen, 2007. P. 41–44. (in Russ.).

Shekhtman G.A. Vertical seismic profiling (In Russ.). EAGE Geomodel, Moscow, 2017. 286 p.

Thomsen L. Understanding seismic anisotropy in exploration and exploitation. SEG, Tulsa OK, 2002. 253 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

КАРСТЕН Владимир Викторович – научный сотрудник лаборатории интерпретационной обработки сейсмических данных Института нефтегазовой геологии и геофизик им. А.А. Трофимука. Основные научные интересы: ВСП, сейсмическая анизотропия, поперечные волны.

*Статья поступила в редакцию 12 марта 2026 г.,
одобрена после рецензирования 27 марта 2026 г.,
принята к публикации 27 марта 2026 г.*