



ОПТИМИЗАЦИОННАЯ РЕКУРСИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ КАК СПОСОБ ПОДАВЛЕНИЯ ГАРМОНИК В МЕТОДЕ ВИБРОСЕЙС

М.С. Денисов, А.А. Егоров

ООО «ГЕОЛАБ», 119071, Москва, ул. Орджоникидзе, 12/4, Россия,

e-mail: denisovms@gmail.com

Возбуждение вибрационных колебаний всегда сопровождается появлением гармонических искажений, которые здесь рассматриваются как помеха. На основе ранее полученной математической модели осложненного гармониками импульса виброисточника разработан алгоритм удаления таких шумов. Показано, что идеальный обратный оператор является рекурсивным, т. е. представляет собой фильтр с бесконечной импульсной характеристикой. Однако в силу специфики задачи этот оператор успешно аппроксимируется фильтром с короткой импульсной характеристикой, что допускает линеаризацию задачи оптимизационного поиска неизвестных параметров. Сформированный функционал энергии невязки позволяет применять коррекцию геометрического расхождения несмотря на то, что она вносит искажения в форму протяженного импульса и сопутствующих ему гармоник.

Вибросейс; гармоники; фильтрация; адаптация

OPTIMIZATION-BASED RECURSIVE FILTERING FOR VIBROSEIS HARMONIC NOISE ELIMINATION

M.S. Denisov, A.A. Egorov

GEOLAB Ltd, Ordzhonikidze Str., 12/4, Moscow, 119071, Russia,

e-mail: denisovms@gmail.com

The vibroseis sources always produce harmonics, which are considered here as noise to be eliminated. An algorithm for removing such noise has been developed based on the previously obtained mathematical model of a vibroseis wavelet distorted by the harmonics. It is shown that the ideal inversion operator is recursive, i.e. is a filter with infinite impulse response. However, due to the peculiarity of the problem, this operator is successfully approximated by a filter with a short impulse response, allowing linearization of the optimization scheme. An objective being the energy of the noise attenuation result is formed. It allows application of the geometrical divergence correction despite the fact that it introduces distortions in the signal shape and the harmonics.

Vibroseis; harmonics; filtering; adaptation

ВВЕДЕНИЕ

Статья продолжает цикл работ, посвященных различным аспектам проблемы гармоник вибросейсмического метода разведки. Ранее (см. [Денисов, Егоров, 2019]) мы ввели модель сигнала,

осложненного гармониками. Теперь нам предстоит разработать алгоритм подавления гармонических искажений, и построенная модель является исходной точкой для вывода алгоритма, так как метод удаления помех будет основан на ее обращении. Нами получено компактное математическое описание сигнала, характеризуемое небольшим числом параметров, которые заранее неизвестны, потому что они зависят от конкретных условий возбуждения вибросигнала.

Проблеме гармоник всегда уделялось самое пристальное внимание со стороны геофизиков. Попытки их устранения предпринимались в процессе развития метода вибрационной сейсморазведки. Исследования шли одновременно в трех областях: совершенствовалась конструкция вибрационных установок, улучшались условия возбуждения колебаний, разрабатывались алгоритмы обработки регистрируемых сейсмограмм. Также известны работы, в которых предлагалось применять последовательное возбуждение нескольких отличающихся друг от друга свип-сигналов. Например, имеющих разные фазовые характеристики [Rietsch, 1981] или отличающихся длительностью вибрации [Dean et al., 2016].

Впрочем, до недавнего времени эти исследования не рассматривались как принципиально важные для получения кондиционных данных. Дело в том, что после корреляционного преобразования виброграмм, реализуемого в виде корреляции исходных трасс с теоретическим свипом, наиболее интенсивные шумы, обусловленные наличием гармоник, формируются в области выше первых вступлений, где их нетрудно устранить простым обнулением соответствующих фрагментов трасс (мьютингом). В дальнейшем помехи такого типа будем называть *корреляционными шумами*. При этом, однако, не следует забывать, что известны методики, когда виброграмму коррелируют не с теоретическим свипом, а со свипом одной из старших гармоник. Как правило, это делается с целью расширить спектр импульса [Денисов, Шнеерсон, 2018]. В таком случае наиболее интенсивные корреляционные шумы проявляются не выше, а ниже первых вступлений, где они накладываются на малоамплитудные отражения от целевых горизонтов.

В последнее время интерес к проблеме возрос в связи с внедрением высокопроизводительных систем вибросейсмических наблюдений, которые в англоязычной литературе получили название slip sweep [Rozemond, 1996]. Последний термин мы оставим без перевода и в дальнейшем будем пользоваться его транслитерацией – *слип-свип*. При таком способе проведения сейсморазведки уменьшается временной интервал между последовательными возбуждениями сигналов, а полевые виброграммы накладываются друга на друга. Понятно, что после корреляции составной протяженной виброграммы с опорным свип-сигналом гармоники от последующей записи окажутся наложенными на сигнал предыдущей записи. Ситуацию усугубляет тот факт, что за счет эффекта геометрического расхождения амплитуда сигналов быстро затухает, поэтому высокоамплитудные помехи, связанные с интенсивными сигналами в области первых вступлений, накладываются на слабые волны на больших временах регистрации предыдущей коррелограммы. После этого разборка общей записи на отдельные сейсмограммы невозможна. Таким образом, шумы требуется устранить до этапа разборки.

Как было отмечено, работы ведутся в разных областях, и наше исследование проводится в русле создания и совершенствования алгоритмов обработки результатов наблюдений. Среди множества известных методов преимущественный интерес представляет направление, получившее развитие после

публикации статьи [Li et al., 1995]. Способ основан на уже упомянутом принципе корреляции виброграммы с последующим мьютингом области выше первых вступлений. После этого можно применить так называемую декорреляцию, чтобы вернуться к виброграмме. Такой подход применительно к данным слип-свип развивается преимущественно в зарубежной литературе (например, [Meunier, Bianchi, 2002; Liang et al., 2014] и др.), а среди русскоязычных публикаций заслуживает упоминания статья [Денисов, Шалашников, 2012]. Общим недостатком всех алгоритмов является принципиальная невозможность устранения помех, связанных с глубокозалегающими целевыми горизонтами. Вполне успешно удастся ослабить лишь гармоники, порождаемые волнами в области первых вступлений. С одной стороны, именно они оказываются наиболее интенсивными помехами. С другой стороны, вполне понятным оказывается желание геофизика-обработчика очистить волновое поле и от менее интенсивных шумов.

Известна группа алгоритмов, позволяющих ослаблять гармонические помехи, связанные со всеми горизонтами сейсмического разреза. Мы укажем только на один типичный алгоритм, предложенный авторами работы [Sicking et al., 2009]. Применяется разложение зарегистрированного в процессе съемки сигнала толкающего усилия (в англоязычной литературе *ground force*) по базису гармоник. Затем, когда коэффициенты разложения (т. е. амплитуды старших гармоник относительно основного тона) найдены, производится построение фильтров, моделирующих гармоники по коррелограмме для последующего их вычитания. Представление толкающего усилия виброисточника в виде суммы базисных функций может производиться, например, с помощью различных спектрально-временных преобразований [Harrison et al., 2011]. Очевидным слабым местом подхода является опора на зарегистрированный сигнал толкающего усилия, который в реальных ситуациях претерпевает искажения, в том числе, за счет интерференции с отраженными от горизонтов верхней части разреза волнами. Любой алгоритм из этой группы наследует все известные недостатки подходов, в рамках которых настройка фильтра производится по одному набору данных, а применяется к другому. Так как общим требованием методик этой группы является наличие записанного толкающего усилия, и без него они использоваться не могут, более не будем на них останавливаться, ограничившись рассмотрением в обзорной части статьи лишь упомянутых выше работ. Забегая вперед, отметим, что наш алгоритм не требует обязательного наличия сигнала толкающего усилия и удаляет гармоники, имея в распоряжении только виброграммы или коррелограммы. Однако, если в распоряжении геофизика имеется запись такого сигнала, ей можно воспользоваться для получения оператора подавления помех, и подробный комментарий будет приведен ниже после описания алгоритма.

Также известна менее многочисленная группа алгоритмов, не требующих наличия толкающего усилия. Например, авторы тезисов [Baobin et al., 2012] определяют амплитуды гармоник непосредственно по обрабатываемым данным с помощью минимизации некоторого функционала. Этот метод напоминает предлагаемый нами способ подавления помех. Преимущество нашего алгоритма заключается в возможности производить адаптацию амплитудного и фазового спектров спрогнозированного поля помех к исходной коррелограмме.

Альтернативный способ подавления гармоник предложен в работе [Abd El-Aal, 2011]. С помощью специального алгоритма на сейсмической трассе выделяются окна с наибольшими амплитудами сейсмического сигнала. После этого в каждом из окон, начиная с окна, содержащего наиболее высокоамплитудные события, производится расчет амплитуд гармоник (в частотной области). Найденные

амплитуды гармоник используются для создания модели шума и ее вычитания последовательно в каждом из окон. Однако отсутствие адаптации и описанный в статье способ оценки амплитуд в частотной области после преобразования Фурье в заведомо малых скользящих окнах негативно сказываются на работоспособности метода.

Другое направление исследований связано с применением переменной по времени полосовой фильтрации. Среди недавно опубликованных работ выделим статью [Гафаров, 2012], автор которой отмечает, что частотные диапазоны сигналов, вызванных двумя различными источниками, которые регистрируются в пределах одного и того же локального временного интервала на исходной виброграмме, могут не перекрываться. Этот принцип приводит к успеху, если целевая зона оказывается неглубокой. В противном случае частотные диапазоны сигнала и помехи совпадают в пределах широкого диапазона. Поэтому применение полосовой фильтрации неизбежно ослабит сигнал.

Весьма перспективным направлением является использование оптимизационных подходов. К сожалению, они не получили должного развития, и их применение описывается лишь в небольшом числе работ, среди которых выделяются публикации Dal Moro и его соавторов, например, [Dal Moro et al., 2007]. Впрочем, и в этих статьях, помимо того, что детали алгоритмов не раскрываются, демонстрируемые авторами результаты обработки полевых сейсмограмм не кажутся убедительными. Вероятной причиной является неточность модели сигнала, на которой основан алгоритм. Как следствие, игнорируется свойство рекурсивности обратного оператора [Dal Moro et al., 2011]. Справедливости ради отметим, что эта особенность характерна и для упомянутых выше алгоритмов, а также, хотя и не упомянутых, но известных нам.

МОДЕЛЬ

Предложенная в работе [Денисов, Егоров, 2019]¹ модель дискретного вибросигнала $q(t)$, осложненного гармониками, записывается как

$$q(t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) * q_m(t), \quad (1)$$

где t – координата дискретного времени, m – порядковый номер гармоники ($m=1$ соответствует основному свипу), $a_m(t)$ – фильтры, причем $a_1(t) \equiv \delta(t)$. Накладывается ограничение на длину фильтров: они должны быть заведомо короткими, их длительность намного меньше длительности свипа. Звездочка обозначает свертку. Параметры линейно-частотно-модулированного (ЛЧМ) сигнала [Гоноровский, 1986]: $f_{\min}$ – начальная мгновенная частота колебаний, μ – глубина модуляции, определяющая скорость линейного изменения частоты:

¹ Все базовые формулы в текущем разделе статьи выведены и подробно прокомментированы в указанной работе. Поэтому мы ограничимся лишь одной ссылкой, не повторяя ее каждый раз ниже в тексте.

$$\mu = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2T},$$

$f_{\max}$ – максимальная мгновенная частота колебаний, T – длительность свипа. Тогда выражение для m -й гармоники выглядит как

$$q_m(t) = \begin{cases} \sin 2\pi m(f_{\min} + \mu t)t, t \in (0, T) \\ 0, t \notin (0, T) \end{cases}.$$

Виброграмма $v(t)$ представляется в виде свертки сложного импульса (1) с последовательностью коэффициентов отражения $r(t)$ и фильтром $p(t)$:

$$v(t) = r(t) * p(t) * q(t),$$

где $p(t)$ описывает эффект влияния верхней части разреза (ВЧР) на сигнал: при прохождении ВЧР сигнал теряет преимущественно высокочастотные компоненты. Относительно $p(t)$ естественно предположить, что это финитный каузальный оператор небольшой эффективной длины, т. е. по своим характеристикам близок к минимально-фазовому оператору или является таковым.

Будем придерживаться традиционной для задач сейсмической деконволюции гипотезы, что последовательность коэффициентов отражения является реализацией случайного процесса типа белого шума [Сильвия, Робинсон, 1983]. Условимся обозначать спектры заглавными буквами. Например, преобразование Фурье функции $v(t)$ будем записывать как $V(\omega)$. Кроме того, там, где это не вызовет недоразумений, для краткости будем говорить о спектральных характеристиках как о самих функциях. Так, $V(\omega)$ будем называть виброграммой и т. п. Формулы, которые мы будем выписывать, справедливы для $\omega \geq 0$, а соответствующие выражения для $\omega < 0$ легко получить на основании свойств симметрии спектров действительных функций [Оппенгейм, Шафер, 1979].

Спектральный эквивалент модели (1) имеет вид

$$Q(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(\omega) Q_m(\omega),$$

где

$$Q_m(\omega) \approx \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi T}}{\sqrt{2m} \sqrt{\omega_{\max} - \omega_{\min}}} \exp j \left(\frac{\pi}{4} - \frac{T \left(\omega - m \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \right)^2}{m(\omega_{\max} - \omega_{\min})} \right), & \omega \in (m\omega_{\min}, m\omega_{\max}) \\ 0, & \omega \in (m\omega_{\min}, m\omega_{\max}) \end{cases}, \quad (2)$$

$j = \sqrt{-1}$. Как следует из этого равенства, каждая m -я гармоника имеет равномерный амплитудный спектр в пределах диапазона частот $m\omega_{\min} \leq \omega \leq m\omega_{\max}$, а фазовый спектр гармоник описывается параболой. При корреляции виброграммы с основным свипом $q_1(t)$ импульс $q(t)$ претерпевает свертку с $q_1(-t)$:

$$q(t) * q_1(-t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) * c_{m1}(t), \quad (3)$$

где введено обозначение $c_{m1}(t) = q_m(t) * q_1(-t)$. Функции $c_{ml}(t) = q_m(t) * q_l(-t)$ будем называть функциями взаимной корреляции (ФВК) m -й и l -й гармоник. Аналогично, $c_{mm}(t) = q_m(t) * q_m(-t)$ – функция автокорреляции (АКФ) m -й гармоники, которую для $m=1$ часто называют импульсом Клаудера. На основании (2) нетрудно видеть, что импульсом Клаудера является нуль-фазовый полосовой сигнал, квадрат амплитудного спектра которого равен постоянной величине $0.5\pi T / (\omega_{\max} - \omega_{\min})$.

Для получения спектральной характеристики взаимной корреляции c_{ml} следует $Q_m(\omega)$ умножить на $\bar{Q}_l(\omega)$, где черта над буквой обозначает комплексное сопряжение. Обе функции, $Q_m(\omega)$ и $\bar{Q}_l(\omega)$, определяются выражением (2). Их амплитудные спектры умножаются, а фазовые вычитаются. Так как амплитудные спектры с высокой степенью точности совпадают с прямоугольниками, определенными соответственно в диапазонах

$$m\omega_{\min} \leq \omega \leq m\omega_{\max} \quad \text{и} \quad l\omega_{\min} \leq \omega \leq l\omega_{\max} \quad (4)$$

(для определенности будем считать, что $m > l$), то результат произведения прямоугольников будет равен константе (значение которой нетрудно получить из (2)) в диапазоне частот $m\omega_{\min} \leq \omega \leq l\omega_{\max}$ и нулю вне его. Очевидно, что фазовый спектр, определяемый как разность двух парабол, также является параболой. При этом в нее уже не входит постоянная составляющая $\pi/4$. Отсюда приходим к заключению, что сама ФВК является ЛЧМ-сигналом, заданным в своем диапазоне частот, спектр которого умножен на $\exp(-j\pi/4)$.

На основании последнего вывода несложно указать на временную область, в которой локализована ФВК. Так как начальная и конечная частоты этого ЛЧМ-сигнала определяются неравенствами (4), то

$$c_{m1}(t) \approx 0 \quad \text{при} \quad t > T_1 \quad \text{и} \quad t < T_2, \quad (5)$$

где

$$T_1 = -\frac{(m-1)Tf_{\min}}{f_{\max} - f_{\min}}, \quad T_2 = -\frac{(m-1)Tf_{\max}}{m(f_{\max} - f_{\min})}.$$

За нулевой отсчет времени принята центральная точка сфокусированного импульса Клаудера (рис. 1). В приложении к статье [Денисов, Шнеерсон, 2017] условия (5) получены при помощи метода стационарной фазы. К этим же формулам можно прийти и на основании иных соображений – см., например, [Seriff, Kim, 1970].

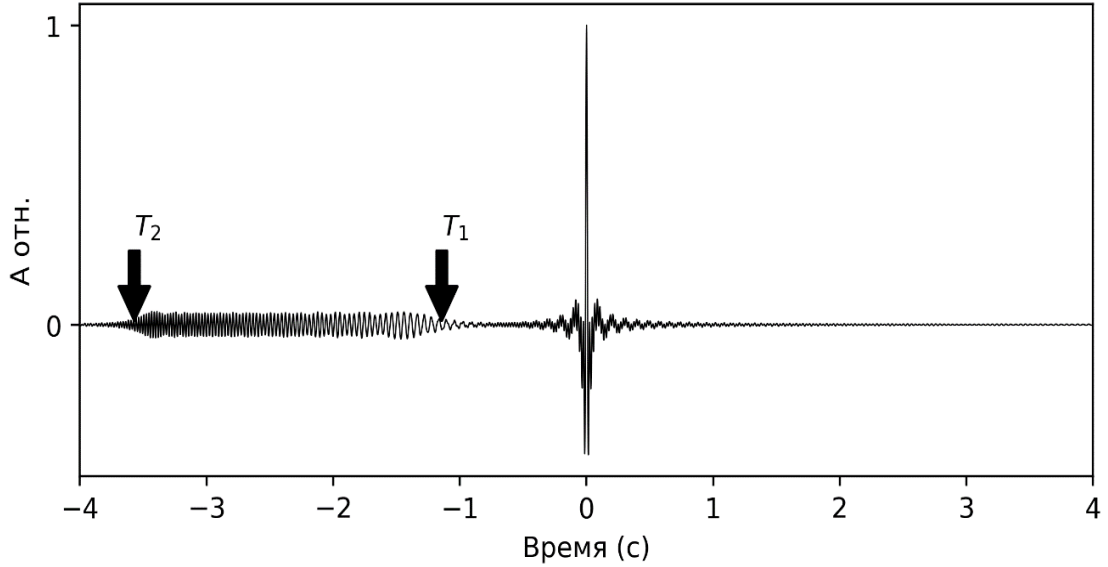


Рис. 1. Фрагмент модельной трассы, полученной в результате корреляции виброграммы с основным свипом. Импульс в окрестности нулевого времени есть АКФ 1-й гармоники. Импульс, сосредоточенный во временном интервале $T_2 \leq t \leq T_1$ представляет собой ФВК 1-й и 2-й гармоник. По вертикальной оси отложены относительные амплитуды

Результат корреляции виброграммы с основным свипом, $m=1$, обозначим через z_1 :

$$z_1(t) = v(t) * q_1(-t),$$

откуда с учетом (3) получим

$$z_1(t) = r(t) * p(t) * \left(c_{11}(t) + \sum_{m=2}^{\infty} a_m(t) * c_{m1}(t) \right). \quad (6)$$

Так как по своему смыслу фильтры $a_m(t)$, $m > 1$ означают вклад старших гармоник в сложный сигнал, то в ситуации, когда $a_m(t) \equiv 0$, $m > 1$ имеем сигнал без гармонических искажений.

Во избежание умножения обозначений для однотипных функций, результат того или иного преобразования коррелограммы $z_1(t)$ будем снабжать верхним индексом. Так, желаемый идеальный (используем *id* как сокращенное от *ideal*) сигнал без искажений будем записывать в виде $z_1^{(id)}(t)$. Из равенства (6) получим

$$z_1^{(id)}(t) = r(t) * p(t) * c_{11}(t).$$

Спектральными эквивалентами последних выражений соответственно являются

$$Z_1(\omega) = R(\omega)P(\omega) \left(C_{11}(\omega) + \sum_{m=2}^{\infty} A_m(\omega)C_{m1}(\omega) \right) \quad (7)$$

и

$$Z_1^{(id)}(\omega) = R(\omega)P(\omega)C_{11}(\omega). \quad (8)$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В процессе сейсмических наблюдений регистрируются виброграммы. После корреляции с опорным свипом они преобразуются в коррелограммы, модель которых описывается выражением (6), где неизвестными являются фильтры $a_m(t)$, $m > 1$ и оператор $p(t)$. Последовательность коэффициентов отражения также неизвестна, однако относительно нее делается предположение, что $r(t)$ является реализацией случайного процесса типа белого шума, процесс может быть нестационарным.

Требуется разработать алгоритм, при помощи которого z_1 будет преобразована в желаемый сигнал $z_1^{(id)}$, не содержащий старших гармоник. Отсюда, в частности, следует, что фильтры $a_m(t)$ являются искомыми неизвестными, в то время как $p(t)$ неизвестен, но не является искомым.

ОПРОБОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ВЫВОДЫ

Нами были опробованы алгоритмы, хорошо зарекомендовавшие себя при решении аналогичных практических задач обработки сейсмических данных. Их общий смысл заключается в следующем. Сигнал известен с точностью до параметров, и необходимо эти параметры оценить. С этой целью формируется функционал, который имеет экстремум на истинных параметрах. Мы исследовали два таких функционала.

Симметризация сигнала

В работе [Фиников, 2007] предложен алгоритм подбора фильтра, в результате действия которого на импульс, последний приобретает симметричную форму. К трассам исходного поля применяются различные операторы деконволюции, и по результату вычисляется функционал, сформированный на основании так называемой p -корреляции. Доказано, что функционал достигает минимума, если фазовый спектр оператора с точностью до знака совпадает с фазовым спектром импульса. Алгоритм обеспечивает возможность контроля симметричности импульса непосредственно по сейсмической трассе. Для получения оператора использовалось параметрическое представление (1), в котором вместо фильтров $a_m(t)$ фигурируют коэффициенты a_m . Отказ от применения фильтров обусловлен сложностью реализации нелинейной оптимизационной процедуры с большим числом неизвестных.

Максимизация разрешающей способности импульса

В статье [Малкин, Фиников, 1986] предложен способ оценивания разрешающей способности импульса по сейсмической трассе. Известно, что максимальной разрешающей способностью обладает полосовой сигнал с равномерным в заданном диапазоне частот амплитудным спектром и нулевым фазовым спектром [Варакин, 1970]. Следовательно, оператор, обеспечивающий наилучшую разрешающую способность, является фильтром, обратным к исходному импульсу. Тем самым решается задача оптимального сжатия искаженного вибросейсмического сигнала. Используемый нами алгоритм был основан на максимизации функционала разрешенности результата применения того или иного оператора к виброграмме. Как и в предыдущем случае, операторы подбирались на основании параметрической модели (1) с весовыми коэффициентами.

При решении нашей задачи ни один из подходов не привел к получению удовлетворительных результатов. Начальной точкой для процесса итерационной оптимизации был выбран сигнал без гармоник, а оптимизация производилась относительно нескольких коэффициентов a_m . В результате оптимизации алгоритмы почти не выходили из точки начального приближения. Мы имеем все основания предполагать, что причина неудачи, помимо не вполне корректной параметризации, заключается также и в невозможности стационаризации трасс. Для получения надежных статистических оценок параметров сигналов амплитуды трасс должны быть выровнены по временной координате. В противном случае, когда не скомпенсирован эффект геометрического расхождения и амплитуды сигналов на трассе быстро затухают, любые статистические оценки будут содержать информацию исключительно о ВЧР. Небольшая по мощности слоистая пачка будет восприниматься алгоритмами как единый импульс. Поэтому симметризация этого «импульса» или повышение его разрешающей способности действительно приведет к максимизации целевой функции. Однако применение полученного оператора ко всей трассе неизбежно исказит волны на больших временах.

Казалось бы, выход из сложившейся ситуации очевиден: следует предварительно применить процедуру коррекции геометрического расхождения, умножив трассы на возрастающую функцию. Такой прием всегда используется при обработке данных, полученных при помощи импульсного источника: акустической пушки на воде или взрыва на суше. К сожалению, этот простой способ не подходит для выравнивания амплитуд записей метода вибросейс. Применять коррекцию геометрического расхождения к виброграммам нельзя, так как исходный ЛЧМ-сигнал имеет значительную протяженность. Умножение на нестационарную возрастающую функцию нарушит его динамику, вследствие чего он не будет сфокусирован при последующей корреляции с теоретическим свипом. Не удастся скорректировать расхождение и по коррелограммам, ведь в результате корреляции мы получаем не только сфокусированный импульс Клаудера, но и расположенные на значительном временном удалении (5) помехи в виде ФВК гармоник, которые необходимо устранить. Так как эти помехи оказываются протяженными ЛЧМ-сигналами, то умножение на нестационарную функцию исказит их форму.

По-видимому, не менее важным фактором, отрицательно повлиявшим на результаты опробования, является то, что в интересующей нас задаче эффективная длительность импульсов сопоставима с длиной самой трассы. Весьма вероятно, что общей особенностью обоих алгоритмов является возможность работы исключительно с короткими импульсными сигналами.

Из сказанного вытекает, что нам требуется разработать оригинальный алгоритм удаления гармоник. В качестве основных требований к нему выдвигается возможность коррекции амплитуд волн с целью стационаризации сигнала, а также сведение нелинейной задачи к линейной оптимизационной схеме. Последнее позволит применить корректную модель сложного сигнала (1), не подменяя ее на упрощенные описания. Вывод алгоритма предложен в следующем разделе статьи.

ОПТИМИЗАЦИОННАЯ РЕКУРСИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Как следует из выражений (7) и (8), фильтр d , переводящий трассу z_1 в желаемую $z_1^{(id)}$ ($z_1^{(id)}(t) = z_1(t) * d(t)$) имеет спектральную характеристику

$$D(\omega) = \frac{C_{11}(\omega)}{C_{11}(\omega) + \sum_{m=2}^{\infty} A_m(\omega) C_{m1}(\omega)}, \quad m\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max} \quad (9)$$

и

$$D(\omega) = 1, \quad \omega_{\min} \leq \omega \leq m\omega_{\min}.$$

Разделим в (9) числитель и знаменатель на $C_{11}(\omega)$:

$$D(\omega) = \frac{1}{1 + \sum_{m=2}^{\infty} A_m(\omega) \frac{C_{m1}(\omega)}{C_{11}(\omega)}}. \quad (10)$$

Очевидно, что, в отличие от ранее опробованных фильтров, D имеет знаменатель частотной характеристики, т. е. во временной области фильтр d является рекурсивным [Рабинер, Гоулд, 1978]. Поэтому нам будет необходимо исследовать вопрос о его устойчивости.

Утверждение 1. Пусть фильтр $d(t)$ обладает спектральной характеристикой (10). Тогда его действие на сигнал во временной области сводится к рекурсивной фильтрации, причем фильтр устойчив при $|A_m(\omega)| < 1$, $m > 1$.

Доказательство

Из формулы (2) следует, что $|C_{m1}(\omega)/C_{11}(\omega)| = 1/m$, поэтому при $m > 1$ выполняется $|C_{m1}(\omega)/C_{11}(\omega)| < 1$. Так как $|A_m(\omega)| < 1$ при $m > 1$, то на каждой частоте выражение (10) является суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем $-\sum_{m=2}^{\infty} A_m(\omega) C_{m1}(\omega)/C_{11}(\omega)$ [Корн, Корн, 1974], при этом оператор $d(t)$ оказывается устойчивым рекурсивным фильтром. Утверждение 1 доказано.

В работе [Денисов, Егоров, 2019] продемонстрировано, что для всех ω выполняется

$$|A_m(\omega)| < 1, \quad m > 1, \quad (11)$$

поэтому доказанное Утверждение 1 справедливо относительно исследуемого нами фильтра (10), и сумма геометрической прогрессии может быть переписана в явном виде:

$$D(\omega) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[- \sum_{m=2}^{\infty} A_m(\omega) \frac{C_{m1}(\omega)}{C_{11}(\omega)} \right]^k. \quad (12)$$

Последнее равенство, а также равенство (10) являются наиболее общей формой записи спектральной характеристики фильтра, который имеет бесконечную импульсную характеристику и удаляет из коррелограммы гармоники всех порядков.

Из доказанного утверждения также следует, что можно применять фильтр не в виде рекурсии, а в виде разложения в ряд (12), при этом учитывать конечное число членов разложения. При решении практических задач всегда бывает достаточно ограничить порядок ослабляемых гармоник: $m \leq M$. Кроме того, для доказательства устойчивости фильтра нам потребовалось соблюдение неравенства (11), однако результаты полевых экспериментов [Ведерников и др., 2001] свидетельствуют о том, что относительные частотно-зависимые амплитуды старших гармоник очень малы, т. е. $|A_m(\omega)| \ll 1, \quad m > 1$. Следовательно, ряд (12) оказывается быстросходящимся, и можно ограничиться использованием первых K его членов. Тогда от выражения (12) переходим к

$$D_{(KM)}(\omega) = 1 + \sum_{k=1}^K \left[- \sum_{m=2}^M A_m(\omega) \frac{C_{m1}(\omega)}{C_{11}(\omega)} \right]^k. \quad (13)$$

Наш опыт применения процедуры свидетельствует о том, что на реальных сейсмограммах даже простой фильтр первого порядка ($K=1$)

$$D_{(13)}(\omega) = 1 - A_2(\omega) \frac{C_{21}(\omega)}{C_{11}(\omega)} - A_3(\omega) \frac{C_{31}(\omega)}{C_{11}(\omega)}$$

успешно решает поставленную перед ним задачу удаления гармоник второго и третьего порядков ($M=3$). Фильтр второго порядка ($K=2$) для удаления этого же набора гармоник имеет спектральную характеристику

$$D_{(23)}(\omega) = 1 - A_2(\omega) \frac{C_{21}(\omega)}{C_{11}(\omega)} - A_3(\omega) \frac{C_{31}(\omega)}{C_{11}(\omega)} + A_2^2(\omega) \left(\frac{C_{21}(\omega)}{C_{11}(\omega)} \right)^2 +$$

$$+ 2A_2(\omega)A_3(\omega) \frac{C_{21}(\omega)C_{31}(\omega)}{(C_{11}(\omega))^2} + A_3^2(\omega) \left(\frac{C_{31}(\omega)}{C_{11}(\omega)} \right)^2.$$

Если бы операторы $A_m(\omega)$ были известны, мы могли бы непосредственно применить фильтр $D_{(KM)}(\omega)$ к исходным коррелограммам. Напомним, однако, что эти операторы являются неизвестными величинами, оценку которых нужно получить, и мы переходим к описанию оптимизационного алгоритма их оценивания. Для этого нам потребуется доказать следующее утверждение.

Утверждение 2. (Обобщение формулы для расчета АКФ отклика линейной системы на входное воздействие в виде белого шума). Пусть сейсмическая трасса описывается моделью (6), где $r(t)$ – реализация, вообще говоря, нестационарного дискретного случайного процесса типа центрированного белого шума с переменной по временной координате дисперсией $\sigma_r^2(t)$, и пусть этот процесс подвергся действию дискретного линейного фильтра $w(t): z(t) = r(t) * w(t)$. Тогда АКФ результата фильтрации равна

$$R_z(t, \tau) = \sum_{\alpha} w(t - \alpha)w(t + \tau - \alpha)\sigma_r^2(\alpha)$$

и, соответственно, дисперсия этого процесса описывается выражением

$$\sigma_z^2(t) = \sum_{\alpha} w^2(t - \alpha)\sigma_r^2(\alpha).$$

Кроме того, дисперсия трассы (6), не содержащей гармоник, меньше дисперсии трассы с гармониками.

Доказательство

Так как

$$z(t) = \sum_{\alpha} w(t - \alpha)r(\alpha),$$

то

$$R_z(t, \tau) = E\{z(t)z(t + \tau)\} = E\left\{\sum_{\alpha} \sum_{\beta} w(t - \alpha)r(\alpha)w(t + \tau - \beta)r(\beta)\right\},$$

где E – символ математического ожидания. Внесем математическое ожидание под знак суммы и примем во внимание то, что оно действует только на случайные величины. Поэтому, вынеся w за знак E , получим

$$R_z(t, \tau) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} w(t - \alpha) w(t + \tau - \beta) E\{r(\alpha) r(\beta)\}.$$

Так как r – центрированный белый шум, то

$$E\{r(\alpha) r(\beta)\} = \begin{cases} 0, \alpha \neq \beta \\ \sigma_r^2(\alpha), \alpha = \beta \end{cases}.$$

Тогда

$$R_z(t, \tau) = \sum_{\alpha} w(t - \alpha) w(t + \tau - \alpha) \sigma_r^2(\alpha),$$

а выражение для дисперсии $\sigma_z^2(t) = R_z(t, 0)$ принимает вид

$$\sigma_z^2(t) = \sum_{\alpha} w^2(t - \alpha) \sigma_r^2(\alpha). \quad (14)$$

Если $r(t)$ представляет собой стационарный случайный процесс, то $\sigma_r^2(t) \equiv \sigma_r^2$ и, сделав замену переменных, приходим к $R_z(t, \tau) = R_z(\tau)$:

$$R_z(\tau) = \sigma_r^2 \sum_{\alpha} w(\alpha) w(\alpha + \tau),$$

что совпадает с формулой для АКФ отклика линейной системы на входное воздействие в виде стационарного белого шума [Рапопорт, 1993], записанной для дискретных случайных процессов. Из последней формулы получим также выражение для дисперсии $\sigma_z^2 = R_z(0)$:

$$\sigma_z^2 = \sigma_r^2 \sum_{\tau} w^2(\tau).$$

Первая часть Утверждения доказана.

Дисперсии трасс с гармониками и без них будем обозначать соответственно через $\sigma_{z_1}^2(t)$ и $\sigma_{z_1^{(id)}}^2(t)$. Определим сейсмический импульс, тождественный по своему действию линейному фильтру w , как

$$w(t) = p(t) * \left(c_{11}(t) + \sum_{m=2}^{\infty} a_m(t) * c_{m1}(t) \right). \quad (15)$$

Тогда трасса z_1 есть

$$z_1(t) = r(t) * w(t) . \quad (16)$$

Раскрывая скобки в (15), нам будет удобно рассуждать об импульсе $w(t)$ как состоящем из желаемого (идеального – id) импульса, которым является $w^{(id)}(t) = p(t) * c_{11}(t)$, и шумовой компоненты

$$p(t) * \left(\sum_{m=2}^{\infty} a_m(t) * c_{m1}(t) \right) .$$

Изучим особенности импульса (15). Он сформирован суммой ФВК 1-й и m -й гармоник, а также АКФ 1-й гармоники. Последняя является полосовым сигналом с равномерным в диапазоне частот $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$ амплитудным спектром и нулевым фазовым спектром. Эффективная длительность такого сигнала, сосредоточенного в окрестности нулевого отсчета времени, составляет $T_{eff} = 2\pi / (\omega_{\max} - \omega_{\min})$ [Гоноровский, 1986]. Например, если граничные частоты ЛЧМ-сигнала соответственно равны 5 Гц и 100 Гц, то $T_{eff} \approx 0.01$ с. Вне этой области, т. е. при $t \notin (-T_{eff}/2, T_{eff}/2)$, амплитуда сигнала близка к нулю $c_{11}(t) \approx 0$. С другой стороны, из свойства ФВК (5) следует, что помехи отстоят от сигнала на временной интервал, заведомо превышающий величину T_1 , которая для этих же граничных частот и длины свипа 10 с равна $T_1 \approx -0.53$ с.

При фиксированном диапазоне частот эффективная длительность сигнала определяется, в первую очередь, сложностью его фазового спектра [Варакин, 1970]. Как мы показали в работе [Денисов, Егоров, 2019], фильтры $a_m(t)$ имеют гладкие амплитудные спектры, а их фазовые спектры близки к нулю или к $\pi/2$. Поэтому эффективная длительность фильтров мала по сравнению с T_1 . Это же относится и к оператору $p(t)$, являющемуся минимально-фазовым или почти минимально-фазовым. Мы приходим к заключению, что желаемый импульс и шумовая компоненты не перекрываются, будучи сосредоточенными в пределах различных временных интервалов.

Пусть задан интервал $\theta_1 \leq t \leq \theta_2$, где θ_1 и θ_2 – соответственно отрицательное и положительное числа (рис. 2). Если другой интервал, левый и правый концы которого обозначим соответственно через θ_3 и θ_4 , не выходит за границы (θ_1, θ_2) , то

$$\sum_{\tau=\theta_1}^{\theta_2} \sigma_r^2(t-\tau) w^2(\tau) \geq \sum_{\tau=\theta_3}^{\theta_4} \sigma_r^2(t-\tau) w^2(\tau) .$$

Последнее неравенство справедливо, потому что левая и правая его части представляют собой взвешенные суммы квадратов отсчетов импульса, при этом веса неотрицательны.

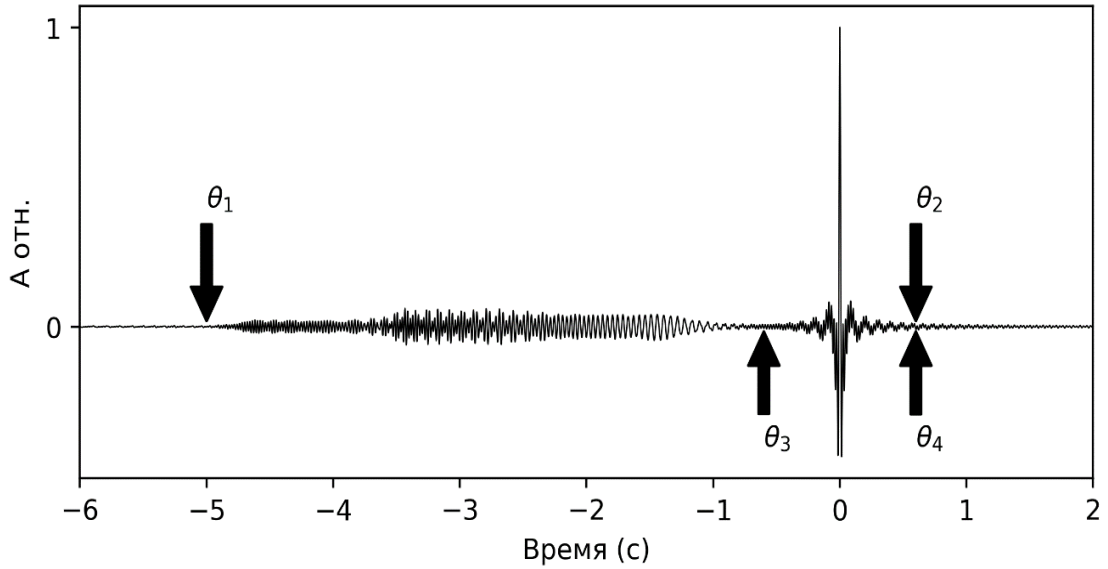


Рис. 2. Сигнал, состоящий из желаемого импульса и шумовой компоненты. Временные интервалы, в пределах которых они сосредоточены, не пересекаются. По вертикальной оси отложены относительные амплитуды

Пусть в качестве (θ_1, θ_2) выбран интервал, на котором отличен от нуля сигнал с гармониками. Сигнал без гармоник, являющийся его фрагментом, отличен от нуля на интервале (θ_3, θ_4) , не выходящем за пределы интервала (θ_1, θ_2) . Тогда, с учетом равенства (14), вторая часть Утверждения оказывается доказанной, а именно $\sigma_{z_1}^2(t) \geq \sigma_{z_1^{(id)}}^2(t)$ для любого t .

Утверждение 3. Пусть определен класс фильтров d , спектральная характеристика которых представляется в виде

$$D(\omega) = \frac{1}{1 + \sum_{m=2}^{\infty} \tilde{A}_m(\omega) \frac{C_{m1}(\omega)}{C_{11}(\omega)}}, \quad (17)$$

где $\tilde{A}_m(\omega)$ – комплексные функции, причем $|\tilde{A}_m(\omega)| < 1$. Тогда минимальное значение дисперсии трассы, полученной в результате применения фильтра к коррелограмме (6), равно

$$\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sigma_r^2(t-\tau)(w^{(id)}(\tau))^2 \text{ и не может быть уменьшено.}$$

Доказательство

При выборе $\tilde{A}_m(\omega) = A_m(\omega)$ фильтр D удаляет гармоники всех порядков и, как следует из

Утверждения 2, результат фильтрации имеет дисперсию $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sigma_r^2(t-\tau)(w^{(id)}(\tau))^2$. Требуется показать,

что никакой другой фильтр, принадлежащий классу (17), не может уменьшить это значение.

Для удобства рассуждений перейдем от неполночастотных функций к их полночастотным аналогам. Проще всего осуществить этот переход при помощи так называемого полосового преобразования (по-английски – resampling, используем rs как сокращенное обозначение), описанного в работе [Малкин и др., 1985], в результате которого из исходного сигнала $w(t)$ получается такой сигнал $w^{(rs)}(t)$, нулевая частота спектральной характеристики которого соответствует нижней частоте сигнального диапазона сигнала $w(t)$, а частота Найквиста – верхней частоте сигнального диапазона. Преобразование реализуется при помощи так называемого переквантования (или передискретизации) как по верхней, так и по нижней частотам. Например, полосовой фильтр с частотами среза $(\omega_{\min}, \omega_{\max})$ будет преобразован в «дискретную дельта-функцию» $\delta(t)$ или, правильнее, импульс Кронекера: $\delta(t) = 1$ при $t = 0$ и $\delta(t) = 0$ при $t \neq 0$ [Корн, Корн, 1974].

При изменении верхней частоты сигнального диапазона изменяется величина шага дискретизации по времени (в соответствии с теоремой Котельникова). При этом сама координата t сохраняет свой изначальный смысл индекса дискретного времени. Однако если меняется также и нижняя частота, то рассуждать о t как о временной координате становится некорректно. Будем называть ее условным временем, измеряемым в условных секундах. На рис. 3 это отражено в названии осей, а также в подрисуночных подписях.

Применим переквантование к коррелограмме (16), а затем переквантуем фильтр d . Полученные результаты обозначим соответственно как $z_1^{(rs)}$ и $d^{(rs)}$. Если вне сигнального диапазона амплитудный спектр исходной трассы был почти нулевым, то ее передискретизация в этот диапазон происходит без потери информации, и, что для нас важнее, дисперсия полученной трассы остается прежней. Поэтому можно произвести переквантование коррелограммы и фильтра, затем применить $d^{(rs)}$ к $z_1^{(rs)}$, после чего воспользоваться формулой

$$\sigma_{d^{(rs)} z_1^{(rs)}}^2(t) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sigma_r^2(t-\tau) (d^{(rs)}(\tau) * w^{(rs)}(\tau))^2 \quad (18)$$

без обратного преобразования данных к исходному шагу дискретизации, где $\sigma_{d^{(rs)} z_1^{(rs)}}^2$ – дисперсия фильтрованной коррелограммы. Как видно из (18), для проведения необходимых расчетов нам требуется получить функции $w^{(rs)}$ и $d^{(rs)}$.

Импульс до передискретизации описывался формулой (15), где выражение в скобках представляет собой изолированный полосовой фильтр с частотами среза $(\omega_{\min}, \omega_{\max})$, центрированный на отсчете $t = 0$, от которого на значительном удалении T_1 отстоит ФВК 1-й и 2-й гармоник. Другие ФВК расположены на еще большем удалении (рис. 3, а).

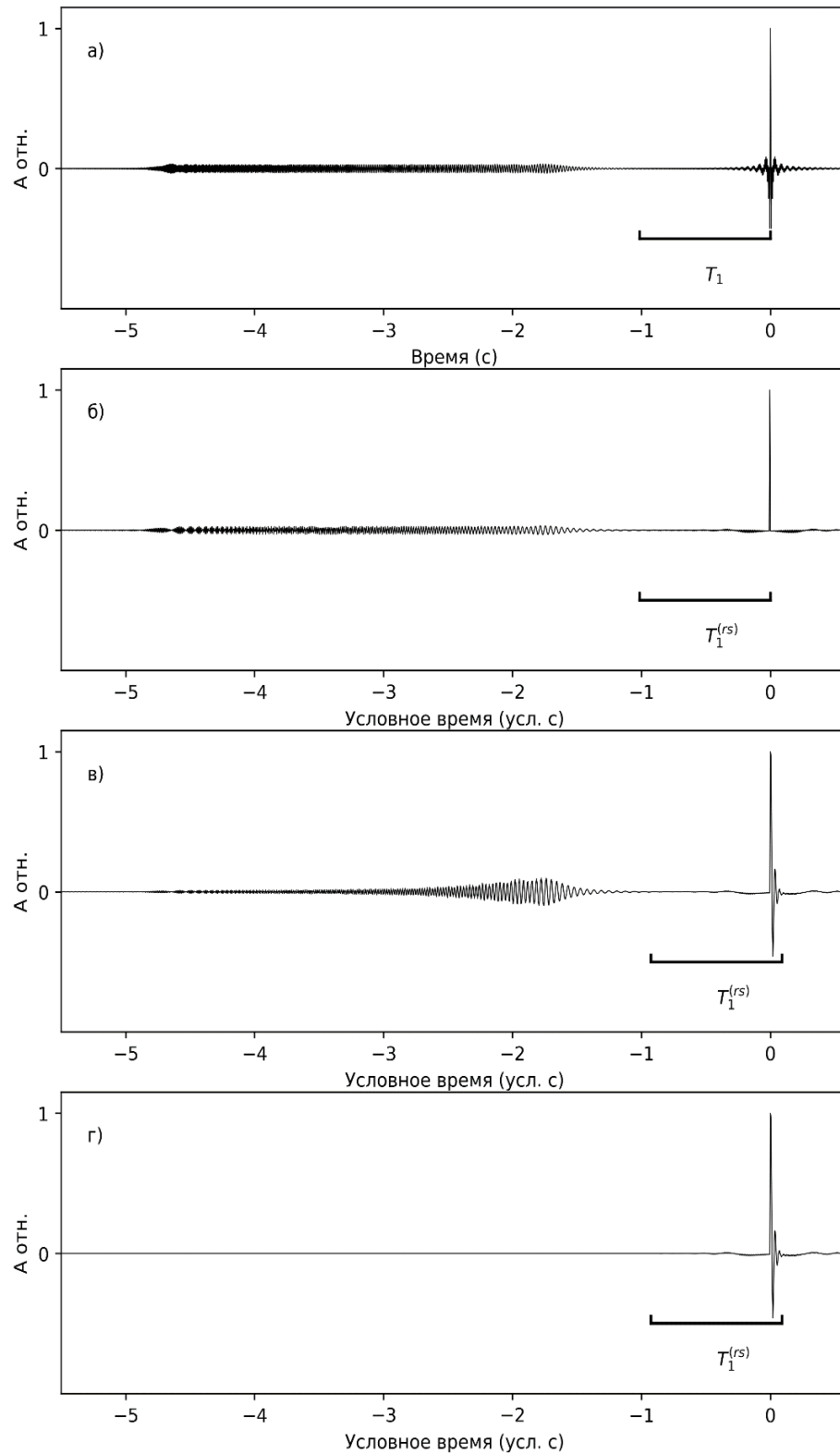


Рис. 3. Сигнал, фигурирующий в скобках в выражении (15):

а – до передискретизации, $\omega_{\min} = 0$, $\omega_{\max} = \pi/2$;

б – после передискретизации;

в – после свертки с $p(t)$ и передискретизации;

г – результат действия антикаузального идеального обратного фильтра на сигнал $w^{(rs)}$. По вертикальной оси отложены относительные амплитуды. По горизонтальной оси отложено время в секундах (а) и условное время в условных секундах (б, в, г)

После передискретизации сигнал приобретает форму антикаузального импульса $w^{(rs)}(t) \equiv 0$ при $t > 0$. Его центральная часть совпадает с дискретной дельта-функцией (рис. 3, б). В области $t < 0$ дельта-импульс отделен от ФВК значительным интервалом, состоящем из отсчетов нулевой амплитуды, число этих отсчетов условно обозначим через $T_1^{(rs)}$. Для получения импульса $w(t)$ надо свернуть эту последовательность с $p(t)$, а для получения $w^{(rs)}(t)$ – переквантовать результат свертки. При этом качественно волновое поле не изменится: сигнал перестанет быть антикаузальным (вследствие того, что $p(t)$ почти минимально-фазовый оператор), однако интервал между центральным импульсом и ФВК останется прежним $T_1^{(rs)}$ (рис. 3, в).

Применим передискретизацию к фильтру. Результат $d^{(rs)}$ является антикаузальной функцией, при этом, как следует из (12), $d^{(rs)}(0) = 1$ и $d^{(rs)}(t) = 0$ при $T_1^{(rs)} \leq t \leq -1$. По аналогии с фильтром ошибки предсказания такой оператор можно назвать фильтром ошибки ретроспекции, имея в виду то, что он реализует прогнозирование в обращенном времени. Параметр $T_1^{(rs)}$ является интервалом ретроспекции. Известно следующее свойство фильтра ошибки предсказания, применяемого к каузальному сигналу: в пределах интервала предсказания результат фильтрации совпадает с исходным сигналом [Козлов и др., 1973]. Аналогичным свойством обладает и фильтр ошибки ретроспекции: в результате его применения к антикаузальному импульсу результат фильтрации совпадает с исходным импульсом на интервале $T_1^{(rs)} \leq t < \infty$ (рис. 3, г). Подчеркнем, что применение оператора ошибки ретроспекции представляет собой корректную процедуру, так как он является обратным фильтром (10), который, согласно Утверждению 1, устойчив.

Вне интервала $T_1^{(rs)} \leq t < \infty$ применение идеального обратного фильтра обеспечивает получение сигнала нулевой амплитуды. Отсюда следует, что выбор $\tilde{A}_m(\omega) = A_m(\omega)$ для построения обратного фильтра приводит к получению результата, имеющего дисперсию $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sigma_r^2(t-\tau)(w^{(id)}(\tau))^2$, и это значение не может быть уменьшено при выборе иных функций $\tilde{A}_m(\omega)$. Утверждение доказано.

Приведенное доказательство заслуживает пояснения. Важно, и это было уже отмечено, что спецификой решаемой нами задачи является то, что ее рассмотрение проводится для реализаций нестационарных случайных процессов и, в отличие от ситуации импульсного сигнала, принципиально не может быть сведено к стационарному случаю. Эффект затухания амплитуд сигналов на трассе, обусловленный геометрическим расхождением, описан нами как изменение дисперсии последовательности коэффициентов отражения. Это требует некоторого усложнения рассуждений и не позволяет нам воспользоваться известными из теории стационарных случайных процессов результатами.

Итак, к искомой оценке операторов $a_m(\tau)$ приходим путем минимизации дисперсии трассы, получаемой в результате применения фильтра $d_{(KM)} = d_{(KM)}(t, \tilde{a}_m(\tau))$ к z_1 , где $\tilde{a}_m(\tau)$ – набор некоторых «пробных» операторов. Если рассуждать в терминах теории оптимизации, то дисперсия трассы после фильтрации является функционалом, который минимизируется относительно набора искомых неизвестных $\tilde{a}_m(\tau)$. Из Утверждений 2 и 3 следует, что функционал имеет глобальный минимум на истинных параметрах. Нам остается указать способ вычисления дисперсии трассы.

Обозначим через $z_1^{(d)}$ трассу, получаемую в результате применения $d_{(KM)}$ к z_1 :

$$z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) = d_{(KM)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) * z_1(t).$$

Дисперсия $\sigma_{z_1^{(d)}}^2(t)$ процесса $z_1^{(d)}$ определяется как

$$\sigma_{z_1^{(d)}}^2(t) = E \left\{ \left(z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) \right)^2 \right\}.$$

Для нестационарного (а, следовательно, неэргодического [Отнес, Энноксон, 1982]) процесса мы не имеем возможности улучшения статистической устойчивости оценки за счет осреднения по t , однако это нам и не потребуется. Нас интересует надежность оценок искомых операторов, а обеспечить ее можно при формировании функционала, воспользовавшись свойством стационарности по t искомых фильтров. Как следует из (6), требуется найти один набор оптимальных фильтров для всей трассы. Кроме того, учтем тот факт, что в Утверждении 3 свойство минимума дисперсии было доказано для любого t . Тем самым, можно объединить все $E \left\{ \left(z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) \right)^2 \right\}$ в общий функционал $J(\tilde{a}_m(\tau))$:

$$J(\tilde{a}_m(\tau)) = \sum_t E \left\{ \left(z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) \right)^2 \right\}.$$

Вынося знак математического ожидания за сумму, приходим к

$$J(\tilde{a}_m(\tau)) = E \left\{ \sum_t \left(z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) \right)^2 \right\}.$$

Сумма в фигурных скобках является энергией трассы. Производится поиск оптимальных операторов, т. е. $\hat{a}_m(\tau)$, обеспечивающих минимум функционала

$$\hat{a}_m(\tau) = \arg \min_{\tilde{a}_m(\tau)} J(\tilde{a}_m(\tau)).$$

Если обработка применяется в одноканальном режиме, то оценкой математического ожидания энергии является само это значение, т. е. сумма квадратов отсчетов трассы

$$\hat{a}_m(\tau) = \arg \min_{\tilde{a}_m(\tau)} \sum_t \left(z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) \right)^2. \quad (19)$$

Статистическую надежность оценки можно повысить путем суммирования по ансамблю реализаций. В нашем случае таким ансамблем являются трассы сейсмограммы общего пункта возбуждения (ОПВ). Дело в том, что гармоники обусловлены не только конструкцией самого вибратора, но и условиями контакта плиты с грунтом. Следовательно, гармоники на трассах, полученных при одном возбуждении вибросигнала, т. е. сгруппированных в сейсмограмму ОПВ, будут одинаковыми, что позволяет рассматривать их как ансамбль реализаций. Именно так мы и поступаем при решении практических задач, настраивая единый фильтр удаления гармоник на все трассы сейсмограммы. Чтобы устранить (или максимально ослабить) эффект влияния неоднородностей, связанных с пунктами приема, мы рекомендуем предварительно применять поверхностно-согласованную деконволюцию. Этого, однако, не требуется, если алгоритм применяется в потрассном режиме. В таком случае неизвестный, но не требующий оценивания оператор $p(t)$, описывает влияние верхней части разреза как со стороны приемника, так и со стороны источника.

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ

В зависимости от выбранных величин K и M фильтр $d_{(KM)}$ представляет собой тот или иной вариант записи рекурсии (10) в виде ряда (13). Как видно из общего выражения для $D_{(KM)}$ и, что еще более наглядно, из выписанных выше частных случаев $D_{(13)}$ и $D_{(23)}$, фильтрация коррелограммы сводится к последовательному применению (а для фильтров старших порядков, т. е. при $K > 1$, к многократному применению) к ней операторов с частотными характеристиками A_m и C_{m1}/C_{11} . Как следует из (2), действие последних может быть реализовано в виде полосовой фильтрации с последующим умножением на постоянный коэффициент и применением фазового фильтра. Действительно, $|C_{m1}(\omega)| = \text{const}$ и $|C_{11}(\omega)| = \text{const}$, при этом функция C_{m1} отлична от нуля в частотном диапазоне $m\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$, а функция C_{11} имеет нулевой фазовый спектр. Так как нам предстоит оценивать оптимальные операторы A_m , то можно применить произвольный (но не нулевой) постоянный множитель, и он автоматически будет учтен в виде масштабирующего коэффициента найденных фильтров $\hat{A}_m$. Поэтому действие фильтра C_{m1}/C_{11} во временной области оказывается тождественным свертке исходной коррелограммы с ФВК c_{m1} . Обозначим спектральную характеристику результата

применения такого фильтра к исходной коррелограмме через $Z_1^{(C_m)}(\omega)$. Например, если для подавления гармоник применяется фильтр $D_{(13)}$, то

$$Z_1^{(D)}(\omega) = Z_1(\omega) - A_2(\omega)Z_1^{(C_1)}(\omega) - A_3(\omega)Z_1^{(C_2)}(\omega). \quad (20)$$

Для учета ограничений на длины искоемых фильтров (напомним, что они должны быть короткими) следует перевести формулы, имеющие отношение к оптимизационной задаче, во временную область. В частности, для (20) получим

$$z_1^{(d)}(t, a_2(\tau), a_3(\tau)) = z_1(t) - \sum_{\tau=\tau_2^{(\min)}}^{\tau_2^{(\max)}} a_2(\tau)z_1^{(c_1)}(t-\tau) - \sum_{\tau=\tau_3^{(\min)}}^{\tau_3^{(\max)}} a_3(\tau)z_1^{(c_2)}(t-\tau),$$

после этого формируется функционал (19) и минимизируется энергия трассы $z_1^{(d)}$ относительно $a_2(\tau)$, $\tau_2^{(\min)} \leq \tau \leq \tau_2^{(\max)}$ и $a_3(\tau)$, $\tau_3^{(\min)} \leq \tau \leq \tau_3^{(\max)}$. Анализируя правую часть последнего равенства, удобно интерпретировать трассы $z_1^{(c_1)}$ и $z_1^{(c_2)}$ как модели помехи, которые следует адаптивно вычесть из $z_1(t)$, при этом минимизируется энергия результата вычитания. $z_1^{(c_1)}$ и $z_1^{(c_2)}$ – спрогнозированная помеха, полученная при помощи фильтрации исходной трассы (рис. 4).

Разобрав конкретный компактный пример фильтра $d_{(13)}$, обобщим полученные результаты на произвольный фильтр $d_{(KM)}$. В этом случае модели помехи прогнозируются путем однократных и многократных сверток коррелограммы с ФВК свипов. В результате получаем $KM-1$ моделей шума (в обозначениях используем n как сокращенное от noise), каждой из которых присвоим порядковый номер m : $z_1^{(n_m)}$. Адаптивное вычитание набора шумовых трасс из исходной коррелограммы производится путем минимизации функционала (19), в котором фигурирует энергия трассы

$$z_1^{(d)}(t, a_m(\tau)) = z_1(t) - \sum_{m=1}^{KM-1} \sum_{\tau=\tau_m^{(\min)}}^{\tau_m^{(\max)}} a_m(\tau)z_1^{(n_m)}(t-\tau), \quad (21)$$

т. е. минимизируется функционал

$$J(\tilde{a}_m(\tau)) = \sum_t \left(z_1^{(d)}(t, \tilde{a}_m(\tau)) \right)^2. \quad (22)$$

Выражения (19), (21) и (22) свидетельствуют о том, что нам удалось свести нелинейную оптимизационную задачу к хорошо знакомому, в том числе по задаче вычитания кратных волн, квадратичному функционалу минимума энергии невязки или минимума энергии результата ослабления помех.

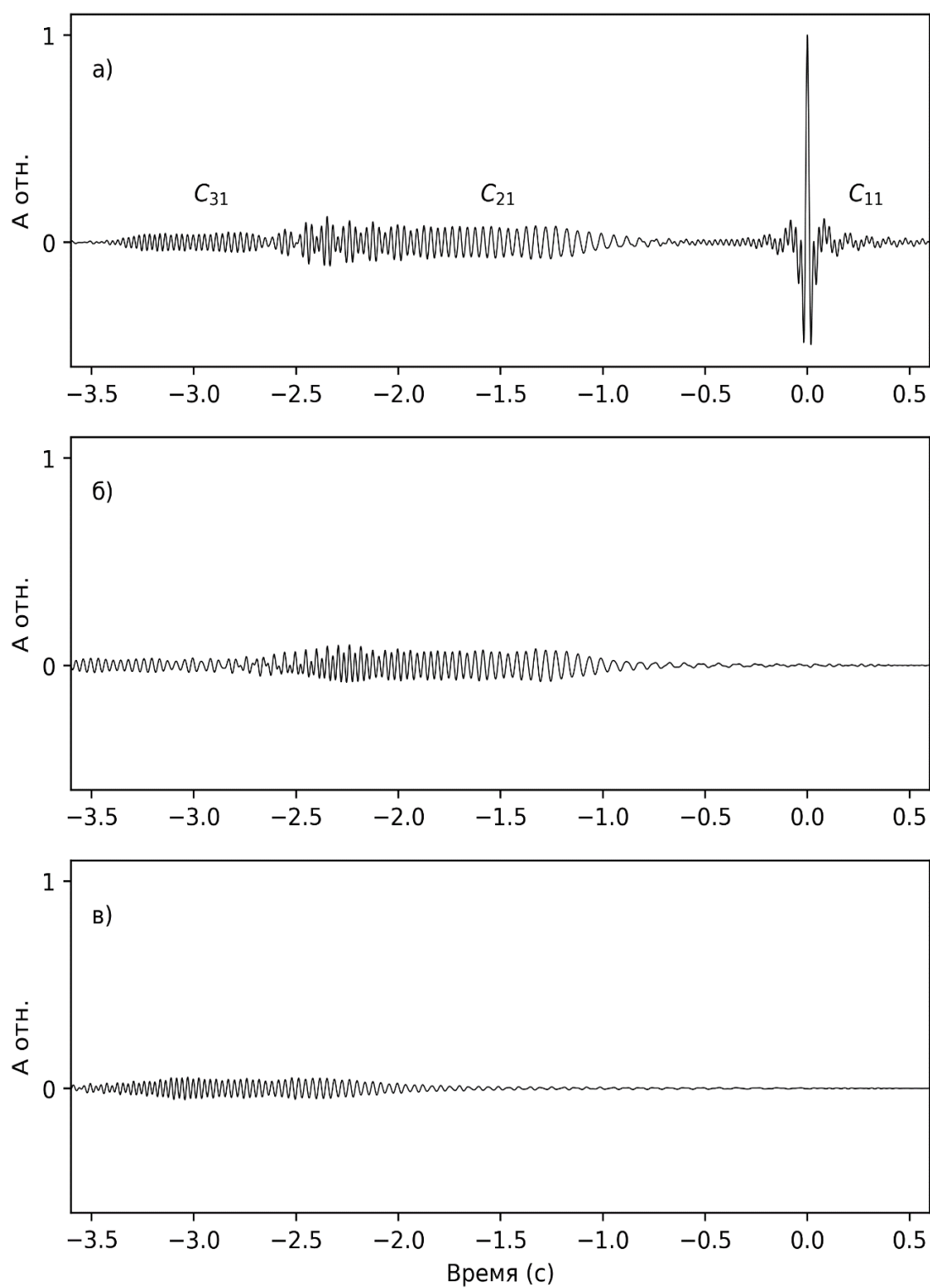


Рис. 4. Прогнозирование помехи для ее последующего адаптивного вычитания. Показаны:

а – исходная коррелограмма Z_1 ;

б – модель помехи $Z_1^{(c_1)}$;

в – модель помехи $Z_1^{(c_2)}$.

По вертикальной оси отложены относительные амплитуды

Отсюда можно получить простое и компактное выражение для оптимальных операторов. Для этого продифференцируем $J(\tilde{a}_m(\tau))$ по $\tilde{a}_m(\tau)$, после чего приравняем производную к нулю:

$$\left. \frac{\partial J(\tilde{a}_m(\tau))}{\partial \tilde{a}_m(\tau)} \right|_{\tilde{a}_m(\tau)=\hat{a}_m(\tau)} = 0. \quad (23)$$

В результате этих действий приходим к системе линейных уравнений относительно искомым операторов $\hat{a}_m(\tau)$. Тем самым задача сведена к многоканальной оптимальной фильтрации [Кондратьев, 1976]. Из исходной коррелограммы адаптивно вычитается набор трасс-помех, и требуется найти многоканальный адаптивный фильтр $\hat{a}_m(\tau)$, $1 < m \leq KM + 1$. Диагональные блоки матрицы этой системы уравнений сформированы из АКФ моделей помехи, а недиагональные – из их ФВК. Таким образом, мы удовлетворили первому из двух поставленных перед оптимизационной процедурой требований: нелинейная задача сведена к линейной, и искомые фильтры получаются в результате решения системы линейных уравнений. Нам удалось достичь этого благодаря аппроксимации рекурсивного оператора быстро сходящимся рядом.

Утверждение 4. Пусть $\hat{a}_m(\tau)$ – финитные (т. е. имеющие ограниченную протяженность по временной координате) фильтры. Тогда минимум функционала (22) достигается при выборе $\hat{a}_m(\tau) = a_m(\tau)$, $1 < m \leq KM + 1$, и только при этом выборе. Иначе говоря, функционал имеет единственный минимум, и этот минимум достигается на искомым параметрах.

Доказательство

Для доказательства утверждения мы могли бы придерживаться следующей схемы рассуждений. Так как задача вычисления экстремумов функционала, решаемая путем его дифференцирования по искомым параметрам (формула (23)), сводится к решению системы линейных уравнений, то такой экстремум оказывается единственным, если матрица системы не вырождена. Действительно, при невырожденной матрице система имеет единственное решение. Поэтому нам потребовалось бы провести исследование свойств матрицы. И сделать это несложно. Как было указано, матрица имеет блочную структуру, и в ее блоках записаны взаимные корреляции функций $z_1^{(n_i)}$ и $z_1^{(n_j)}$ для всех возможных сочетаний индексов i и j : $z_1^{(n_i)}(t) * z_1^{(n_j)}(-t)$. Переписав это преобразование в виде $z_1(t) * c_{i1}(t) * z_1(-t) * c_{j1}(-t)$, а затем последовательно воспользовавшись свойствами коммутативности и ассоциативности свертки, получим $(z_1(t) * z_1(-t)) * (c_{i1}(t) * c_{j1}(-t))$. В последнем выражении в первых круглых скобках фигурирует нормированная оценка автокорреляционной функции исходной коррелограммы. Во вторых скобках – взаимная корреляция функций взаимной корреляции гармоник, которая, с учетом того, что $c_{11}(t) = q_1(t) * q_1(-t)$ и того, что $q_1(t) * q_1(-t)$ представляет собой нуль-фазовый полосовой сигнал, заданный в диапазоне частот возбуждения исходного свип-сигнала, оказывается равной $q_i(t) * q_j(-t)$, т. е. является взаимной корреляцией гармоник. Ее спектральная

характеристика имеет равномерный в своем диапазоне частот амплитудный спектр, а ее фазовый спектр равен разности фазовых спектров этих гармоник, а именно параболы, которая однозначно определяется индексами i и j . Таким образом, в каждом блоке матрицы записан ЛЧМ-сигнал, заданный в своем диапазоне частот и имеющий свою фазовую характеристику. При этом в диагональных блоках ($i = j$) записана автокорреляция коррелограммы (также в своем диапазоне частот). Итак, все блоки матрицы различны, а из этого следует, что в ней нет линейно зависимых строк или столбцов. Поэтому матрица не вырождена, и система уравнений имеет единственное решение [Корн, Корн, 1974].

Мы, однако, предложим более изящное доказательство, опирающееся на особые свойства функций A и C . Очевидно, что для доказательства единственности минимума достаточно доказать, что в диапазоне частот $\omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$ спектральная характеристика D оператора удаления гармоник (17) однозначно определяется через функции A_m .

Вначале выберем диапазон $2\omega_{\min} \leq \omega \leq 3\omega_{\min}$, в котором D записывается как

$$D(\omega) = \frac{1}{1 + \tilde{A}_2(\omega) \frac{C_{21}(\omega)}{C_{11}(\omega)}}.$$

Это является следствием того, что в выбранном диапазоне частот $C_{m1}(\omega) \equiv 0$ при $m > 2$. Последняя функция является однозначной [Корн, Корн, 1974], т. е. на каждой частоте она обеспечивает однозначную функциональную зависимость между $D(\omega)$ и $\tilde{A}_2(\omega)$. Тем самым, в диапазоне частот $2\omega_{\min} \leq \omega \leq 3\omega_{\min}$ функция $\tilde{A}_2(\omega)$, обеспечивающая удаление гармоник и приводящая к минимуму функционала, оказывается единственной и равной истинной функции $A_2(\omega)$.

Теперь перейдем к диапазону частот $3\omega_{\min} \leq \omega \leq 4\omega_{\min}$, в котором $C_{m1}(\omega) \equiv 0$ при $m > 3$ и D записывается в виде

$$D(\omega) = \frac{1}{1 + \tilde{A}_2(\omega) \frac{C_{21}(\omega)}{C_{11}(\omega)} + \tilde{A}_3(\omega) \frac{C_{31}(\omega)}{C_{11}(\omega)}}.$$

Так как оценивание производится на классе финитных функций a_i , то, согласно теореме Винера-Пэли, ее Фурье-образ является целой функцией [Корн, Корн, 1974] и, следовательно, может быть единственным образом продолжен на всю комплексную плоскость [Винер, Пэли, 1964] (теорема накладывает на a_i и иные, весьма необременительные условия, которые в нашем случае всегда соблюдаются, и с которыми любознательный читатель может ознакомиться в указанной книге). Поэтому по любому отрезку этой функции можно точно восстановить ее на всей области определения, в том числе, на текущем интервале $3\omega_{\min} \leq \omega \leq 4\omega_{\min}$, и такое восстановление оказывается однозначным. Тем самым в последнем

выражении мы имеем право заменить неизвестную функцию $\tilde{A}_2(\omega)$ известной функцией $A_2(\omega)$, восстановленной по ее ранее полученным значениям на интервале $2\omega_{\min} \leq \omega \leq 3\omega_{\min}$:

$$D(\omega) = \frac{1}{1 + A_2(\omega) \frac{C_{21}(\omega)}{C_{11}(\omega)} + \tilde{A}_3(\omega) \frac{C_{31}(\omega)}{C_{11}(\omega)}},$$

в результате чего мы вновь приходим к функции, обеспечивающей однозначную зависимость между $D(\omega)$ и $\tilde{A}_3(\omega)$ в диапазоне частот $3\omega_{\min} \leq \omega \leq 4\omega_{\min}$. Продолжая аналогичные рассуждения для других диапазонов, убедимся в единственности разложения оператора удаления гармоник по набору операторов A . Утверждение доказано.

С одной стороны, Утверждение 4 свидетельствует о том, что минимизация функционала (22) обеспечивает несмещенное оценивание искомых фильтров. С другой стороны, в этом функционале объединены все невязки по трассе, независимо от амплитуд волн. При статистическом замешивании слабые невязки, связанные, как правило, с областью малых амплитуд, будут иметь меньший относительный вес, что ухудшает надежность оценок. Как мы уже имели возможность убедиться, преодолеть этот эффект, применяя коррекцию геометрического расхождения волн по исходной виброграмме или коррелограмме, нельзя. Однако полученная форма записи функционала, где в явном виде фигурируют невязки, позволяет применить прием, который в 2009 г. был разработан Д.Б. Финиковым и М.С. Денисовым для решения задачи устойчивого адаптивного вычитания кратных волн. Подставляя (21) в (22) и вводя весовую функцию $\gamma^2(t)$ для умножения на нее невязок, получаем

$$J(\tilde{a}_m(\tau)) = \sum_t \left(z_1(t) - \sum_{m=1}^{KM-1} \sum_{\tau=\tau_m^{(\min)}}^{\tau_m^{(\max)}} a_m(\tau) z_1^{(n_m)}(t-\tau) \right)^2 \gamma^2(t). \quad (24)$$

Последний функционал может непосредственно использоваться для построения оптимизационных вычислительных схем. Недостатком подхода является то, что матрица системы линейных уравнений, к которой сведется решение после дифференцирования (24), раскрытия скобок и приравнивая результата к нулю, не имеет блочно-теплицевой структуры, что делает невозможным использование эффективных численных методов. Однако если учесть, что искомые операторы $a_m(\tau)$ имеют малую протяженность в том смысле, что функция $\gamma(t)$ на интервале $\max_m(\tau_m^{(\max)} - \tau_m^{(\min)})$ не претерпевает значительных изменений, действие $\gamma(t)$ на $a_m(\tau)$ описывается простым умножением последней функции на число. Поэтому мы имеем все основания, чтобы внести в (24) весовую функцию под скобку и получить

$$J(\tilde{a}_m(\tau)) = \sum_t \left(z_1^{(\gamma)}(t) - \sum_{m=1}^{KM-1} \sum_{\tau=\tau_m^{(\min)}}^{\tau_m^{(\max)}} a_m(\tau) z_1^{(n_m)}(t-\tau) \right)^2, \quad (25)$$

где $z_1^{(\gamma)}(t) = z_1(t)\gamma(t)$ и $z_1^{(n_m)}(t) = z_1^{(n_m)}(t)\gamma(t)$. Минимизация функционала (25) сводится к решению системы линейных уравнений с блочно-теплицевой матрицей, которую удобно решать при помощи вычислительно эффективного многоканального варианта метода Левинсона [Робинсон, Трейтел, 1980]. Алгоритм обработки подразумевает предварительное выравнивание амплитуд исходной коррелограммы и спрогнозированных моделей помех при помощи их умножения на одну и ту же возрастающую функцию $\gamma(t)$, компенсирующую эффект геометрического расхождения. Мы удовлетворили второму требованию: проведена стационаризация записи без искажения амплитуд сигнала и помехи. Точнее говоря, хотя умножение на весовую функцию искажает динамику, такие искажения одинаковы для всех вычитаемых трасс и трасс, из которых помеха вычитается. Следовательно, в результате оптимизации мы получим именно искомые оптимальные фильтры. По этой причине здесь мы не имеем нужды приводить развернутый комментарий относительно выбора функции γ . Вводя эту весовую функцию, мы хотели ослабить требование статистической однородности сейсмической трассы как случайного процесса. Используя взвешивание, мы ожидаем стационаризации амплитуд трасс, т. е. γ должна быть обратно пропорциональна средней амплитуде трассы, измеряемой в скользящем по временной координате окне. Это лишь общее соображение, и оно требует не только подробных рассуждений и пояснений, но и соответствующего тестирования. Чтобы не перегружать текст статьи, этим вопросам мы планируем посвятить отдельную публикацию.

Если в процессе проведения сейсмических наблюдений производилась регистрация толкающего усилия, то эта информация может послужить для построения более точной оценки фильтров $a_m(\tau)$. Записанный изолированный сигнал свободен от интерференции с другими отражениями, поэтому нет необходимости прибегать к аппарату статистического оценивания его характеристик, а также набирать ансамбли реализаций. К тому же, снимается проблема невозможности коррекции геометрического расхождения по интерференционной записи в условиях значительной протяженности сигнала. Для реализации алгоритма удаления гармоник в качестве исходной виброграммы v следует использовать запись толкающего усилия, которая после корреляции с основным свипом становится коррелограммой z_1 .

Дальнейшие действия также аналогичны описанным выше: прогнозируется помеха $z_1^{(n_m)}$, после чего формируется функционал, и оцениваются оптимальные фильтры адаптации. Сигнал толкающего усилия не подвержен влиянию оператора $p(t)$, но это не влияет ни на алгоритм, ни на полученные оценки. Наконец, фильтры адаптации применяются для удаления гармоник по полевой коррелограмме так же, как это происходило, когда они оценивались статистически.

РЕКУРСИВНЫЙ ФИЛЬТР В ЗАДАЧЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГАРМОНИК ДЛЯ РАСШИРЕНИЯ СПЕКТРА СИГНАЛА

В связи с вышеизложенным напрашивается закономерный вопрос: существует ли возможность использования алгоритма рекурсивной фильтрации в задаче расширения спектра сигнала за счет энергии гармоник? Одним из известных способов такого расширения является применение корреляции исходной виброграммы со свипом одной из старших гармоник [Жуков, Шнеерсон, 2000]. Пусть для примера это будет вторая гармоника

$$z_2(t) = v(t) * q_2(-t).$$

Если для упрощения рассуждений положить, что вибросигнал содержит лишь две гармоники $q_1(t)$ и $q_2(t)$, то на полученной коррелограмме каждый импульс трансформируется в широкополосную сфокусированную АКФ $c_{22}(t)$, а также ЛЧМ-сигнал $c_{12}(t)$, являющийся в данной ситуации помехой. В отличие от ранее рассмотренной коррелограммы z_1 , помеха присутствует в области не отрицательных, а положительных времен (рис. 5). Поэтому при решении практических задач обработки интенсивная помеха, связанная с сигналами в области первых вступлений, будет накладываться на слабые сигналы, отраженные от целевых горизонтов. Изучим возможность применения предложенного нами алгоритма для удаления помехи.

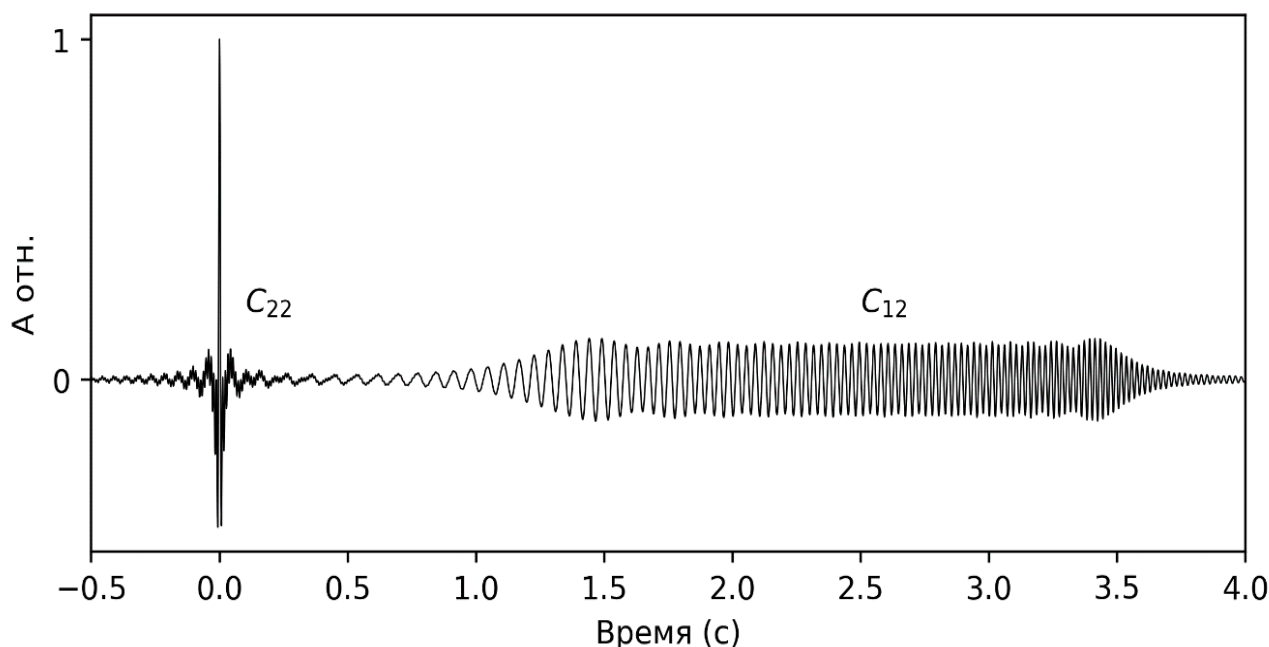


Рис. 5. Коррелограмма z_2 , состоящая из сфокусированного импульса c_{22} и помехи c_{12} . По вертикальной оси отложены относительные амплитуды

Спектральная характеристика коррелограммы записывается как

$$Z_2(\omega) = R(\omega)P(\omega)(C_{12}(\omega) + A_2(\omega)C_{22}(\omega)), \quad (26)$$

а желаемым результатом в данном случае является

$$Z_2^{(id)}(\omega) = R(\omega)P(\omega)A_2(\omega)C_{22}(\omega).$$

Следовательно,

$$D(\omega) = \frac{A_2(\omega)C_{22}(\omega)}{C_{12}(\omega) + A_2(\omega)C_{22}(\omega)}$$

или

$$D(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{A_2(\omega)} \frac{C_{12}(\omega)}{C_{22}(\omega)}}.$$

Как следует из (2), $|C_{12}(\omega)/C_{22}(\omega)| = \sqrt{2}$ и, кроме того, $|1/A_2(\omega)| > 1$. Поэтому последнее выражение не является суммой бесконечно убывающей прогрессии и не может быть переписано в виде сходящегося ряда. При попытке построить такой ряд будет наблюдаться эффект его расходимости, при котором энергия трассы, получаемой в результате вычитания помехи, будет неограниченно возрастать.

В самом деле, спрогнозированная трасса шумов первого порядка есть

$$Z_2^{(C_1)}(\omega) = Z_2(\omega) \frac{C_{12}(\omega)}{C_{22}(\omega)}. \quad (27)$$

Чтобы удалить эту помеху, требуется из (26) вычесть трассу (27), предварительно применив к ней фильтр $1/A_2(\omega)$, что усилит все частотные компоненты модели шума. В импульсе коррелограммы Z_2 присутствовала помеха $C_{12}(\omega)$, но после ее удаления получим трассу, в которой импульс будет

содержать уже более интенсивную помеху $\frac{C_{12}(\omega)C_{12}(\omega)}{A_2(\omega)C_{22}(\omega)}$, которую можно устранить, получив трассу

шумов второго порядка. Однако эта трасса будет вычитаться с применением фильтра $1/A_2^2(\omega)$ и т. д. Такой процесс приводит к неограниченному возрастанию энергии. Если же оснастить обратный фильтр оптимизационной процедурой оценивания функций $A_2(\omega)$, то оптимальной оценкой окажется $\hat{A}_2(\omega) \equiv 0$, так как в этом случае исходная коррелограмма после обработки остается сама собой, и ее энергия не увеличивается.

Таким образом, мы констатируем, что рекурсивный фильтр не может применяться в задаче расширения спектра виброимпульса как средство подавления корреляционных шумов. Нужен иной подход, и к его разработке мы планируем вернуться, завершив цикл наших публикаций, посвященных удалению гармоник.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан алгоритм удаления гармонических искажений по трассам, полученным после корреляции исходных виброграмм с опорным свипом. Хотя помеха должна устраняться при помощи рекурсивной фильтрации, нам удалось достичь более простой реализации фильтра, которая позволила линеаризовать оптимизационную задачу. Удаление гармоник сводится к прогнозированию помехи с последующим ее адаптивным вычитанием из исходных коррелограмм. При этом прогнозирование реализуется в виде простой свертки с фильтром заданной формы, а адаптивное вычитание сводится к решению системы линейных уравнений.

Чтобы не усложнять текст и не завлечь читателя в дебри специальной эрудиции, некоторые аспекты алгоритма мы оставили без обсуждения или даже без краткого комментария. Вероятно, такое обсуждение было бы вполне уместно при меньшем объеме статьи. В частности, для построения статистических алгоритмов оптимизации мы привлекли метод наименьших квадратов (МНК), что было сделано неявно. Этот вопрос заслуживает отдельного обсуждения. В частности, хорошо известно, что в некоторых ситуациях замена квадратичной нормы на более устойчивую, например L_1 (метод наименьших модулей), способно улучшать результат обработки [Хьюбер, 1984], и это послужит материалом для наших дальнейших изысканий.

Предложенный метод подавления гармоник ориентирован на обработку любых коррелограмм и не зависит от способа реализации полевых наблюдений. Однако наиболее выигрышным является его применение к данным, полученным по методике слип-свип.

Конечно же, мы отдаем себе отчет в том, что все модели, на которых основаны наши алгоритмы, лишь приближенно описывают реальные колебательные процессы. В той или иной мере неточны как сверточная модель трассы, так и модель виброимпульса, осложненного гармониками. Как следствие, получаемый в результате обработки сигнал окажется не импульсом Клаудера, а некоторым более или менее точным приближением к нему. Не подлежит сомнению, что никакие, даже сколь угодно сложные математические модели не смогут идеально точно учесть все эффекты, наблюдаемые в процессе сейсмического эксперимента, и нам остается лишь смириться с этим фактом. Впрочем, на такую точность мы и не претендуем. Наша задача будет выполнена, если мы обеспечим эффективное сжатие протяженного вибросигнала, и тем самым будут устранены наиболее значимые осложнения его формы, включая гармоники. После этого остаточные искажения могут быть устранены традиционными и хорошо зарекомендовавшими себя средствами статистической деконволюции, применяемой для коррекции амплитудного и фазового спектров сейсмических импульсов. Тем более, что на более поздних этапах обработки все равно предстоит устранить искажающее влияние оператора $p(t)$, что, как правило, реализуется именно при помощи статистической деконволюции сжатия импульса.

Мы продолжим наше исследование и в следующей статье цикла продемонстрируем возможности алгоритма на примерах обработки модельных и полевых сейсмограмм.

ЛИТЕРАТУРА

- Варакин Л.Е.** Теория сложных сигналов. – М.: Советское радио, 1970. – 376 с.
- Ведерников Г.В., Максимов Л.А., Жарков А.В.** Исследование кратных гармоник вибросигналов // Геофизика. – 2001. – Спецвыпуск к 30-летию «Сибнефтегеофизики». – С. 33–38.
- Винер Н., Пэли Р.** Преобразование Фурье в комплексной области. – М.: Наука, 1964. – 268 с.
- Гафаров Р.М.** Применение следящей фильтрации при обработке данных Slip sweep // Геофизика. – 2012. – № 4. – С. 47–53.
- Гоноровский И.С.** Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
- Денисов М.С., Егоров А.А.** Построение модели вибросейсмического сигнала, осложненного гармониками // Геофизические технологии. – 2019. – № 1. – С. 72–83.
- Денисов М.С., Шалашников А.В.** Способ подавления корреляционных помех в высокопроизводительной вибросейсморазведке // Геофизика. – 2012. – № 1. – С. 8–15.
- Денисов М.С., Шнеерсон М.Б.** Использование гармоник для расширения спектрального состава волн в вибрационной сейсморазведке. Часть 2 // Технологии сейсморазведки. – 2017. – № 3. – С. 36–54.
- Денисов М.С., Шнеерсон М.Б.** О природе гармоник в вибросейсмическом методе разведки и возможности их использования для расширения спектра сигнала // Геофизика. – 2018. – № 3. – С. 24–27.
- Жуков А.П., Шнеерсон М.Б.** Адаптивные и нелинейные методы вибрационной сейсморазведки. – М.: Недра, 2000. – 100 с.
- Козлов Е.А., Гогоненков Г.Н., Лернер Б.Л., Мушин И.А., Мешбей В.И., Климович Н.И., Янковский И.И.** Цифровая обработка сейсмических данных. – М.: Недра, 1973. – 309 с.
- Кондратьев И.К.** Линейные обрабатывающие системы в сейсморазведке. – М.: Недра, 1976. – 175 с.
- Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
- Малкин А.Л., Сорин А.Я., Фиников Д.Б.** Селективная предсказывающая деконволюция сейсмических записей // НТИС Сер. Нефтегазовая геология, геофизика и бурение. Вып.10. – М.: ВНИИОЭНГ, 1985. – С. 11–14.
- Малкин А.Л., Фиников Д.Б.** Способы оценивания временной разрешенности сейсмической записи // Геология и геофизика. – 1986. – № 12. – С. 90–101.
- Оппенгейм А.В., Шафер Р.В.** Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
- Отнес Р., Эноксон Л.** Прикладной анализ временных рядов. – М.: Мир, 1982. – 428 с.
- Рапопорт М.Б.** Вычислительная техника в полевой геофизике. – М.: Недра, 1993. – 350 с.
- Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
- Робинсон Е., Трейтел С.** Цифровая обработка сигналов в геофизике // Применение цифровой обработки сигналов / под ред. Э. Оппенгейма. – М.: Мир, 1980. – С. 486–544.
- Сильвия М.Т., Робинсон Э.А.** Обратная фильтрация геофизических временных рядов при разведке на нефть и газ. – М.: Недра, 1983. – 247 с.
- Фиников Д.Б.** Симметризирующие фильтры // Технологии сейсморазведки. – 2007. – № 1. – С. 26–36.

Хьюбер П. Робастность в статистике. – М.: Мир, 1984. – 304 с.

Abd El-Aal A. E. Harmonic by harmonic removal technique for improving vibroseis data quality // Geophysical Prospecting. – 2011. – Vol. 59, No. 2. – P. 279–294.

Baobin W., Hequn L., Bo Z., Zhi H., Mugang Z., Lulu M. Cross-harmonic noise removal on slip-sweep vibroseis data // 82th SEG Annual Meeting and Exposition: Expanded Abstracts. – 2012. – P. 1–5.

Dal Moro G., Scholtz P., Iranpour K. Harmonic noise attenuation for vibroseis data // GNGTS. – 2007. Session 3.2. – P. 511–513.

Dal Moro G., Scholtz P., Iranpour K., Saragiotis C. Optimized harmonic noise reduction in vibratory seismic data // Geophysical Transactions. – 2011. – Vol., 45, No. 4. – P. 283–290.

Dean T., Iranpour K., Clark M., Poole A. Dithered sweep lengths – a new technique for attenuating harmonic noise in vibroseis data // 78th EAGE Conference & Exhibition: Expanded Abstracts. – 2016. – We LHR4 03.

Harrison C.B., Margrave G., Lamoureux M., Siewert A., Barrett A. Harmonic decomposition of a Vibroseis sweep using Gabor analysis // CREWES Research Report. – 2011. – Vol. 23. – P. 1–27.

Li X.P., Sollner W., Hubral P. Elimination of harmonic distortion in vibroseis data // Geophysics. – 1995. – Vol. 60, No. 2. – P. 503–516.

Liang X.F., Wang C.H., Lei Y.S., Zhou H., Huang Y.L., Li B.M. Eliminating harmonic noise in correlated vibroseis data // 76th EAGE Conference & Exhibition: Expanded Abstracts. – 2014. – Th P03 10.

Meunier J., Bianchi T. Harmonic noise reduction opens the way for array size reduction in vibroseis operations // 72nd SEG Annual Meeting and Exposition: Expanded Abstracts. – 2002. – P. 70–73.

Rietsch E. Reduction of harmonic distortion in vibratory source records // Geophysical Prospecting. – 1981. Vol. 29, No. 2. – P. 178–188.

Rozemond H.J. Slip-sweep acquisition // 66th SEG Annual Meeting and Exposition: Expanded Abstracts. – 1996. – P. 64–67.

Seriff A.J., Kim W.H. The effect of harmonic distortion in the use of vibratory surface sources // Geophysics. – 1970. – Vol. 35, No 2. – P. 234–246.

Sicking C., Fleure T., Nelan S., McLain B. Slip sweep harmonic noise rejection on correlated shot data // 79th SEG Annual Meeting and Exposition: Expanded Abstracts. – 2009. – P. 36–40.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

ДЕНИСОВ Михаил Сергеевич – доктор физико-математических наук, директор по науке ООО «ГЕОЛАБ». Научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

ЕГОРОВ Антон Алексеевич – геофизик ООО «ГЕОЛАБ». Научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки, полное обращение волновых полей, e-mail: anton21egorov@gmail.com.