ISSN 2619-1563 (Online)

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ОСНОВАН В 2004 г.
ВЫХОДИТ 4 РАЗА В ГОД

ЯНВАРЬ № 1 2024 МАРТ

УЧРЕДИТЕЛЬ ЖУРНАЛА
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН

Адрес редакции: 630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3
тел. 8(383) 363-67-14

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Основан в 2004	Периодичность 4 раза в год	№ 1	Январь–Март 2024

Спецвыпуск по материалам докладов, представленных на конференции «Перспективы математического моделирования физических процессов в многомасштабных геологических средах» (г. Сочи, 9–13 октября 2023 г.)

редактор: д.ф.-м.н. В.А. Чеверда

СОДЕРЖАНИЕ

НОВОСИБИРСК
ИНГГ СО РАН
2024

ISSN 2619-1563 (Online)

RUSSIAN JOURNAL OF GEOPHYSICAL TECHNOLOGIES

Founded in 2004	Quarterly	No 1	January–March 2024

Special Issue for 2023 Conference “Prospects for Mathematical Modeling of Physical Processes in Multi-Scale Geological Environments” (Sochi, October 9–13, 2023)

Editor: DSc Vladimir A. Tcheverda

CONTENTS

ISSN 2619-1563 (Online)

Настоящий выпуск журнала «Геофизические технологии» содержит статьи, подготовленные на основе докладов, сделанных во время работы **Первой научной школы-конференции «Перспективы математического моделирования физических процессов в многомасштабных геологических средах»**, проведенной при участии и финансовой поддержке Математического центра в Академгородке на базе Международного математического центра «Сириус».

Организаторами этого мероприятия выступили представители Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН д.ф.-м.н. Е.И. Роменский, В.В. Лисица, В.А. Чеверда, а также В.М. Садовский, из Института вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск).

На конференции обсуждались проблемы математического моделирования процессов в геологических средах сложной структуры, такие как трещиновато-пористые среды с потоками многофазных флюидов в них, а также распространение сейсмических волн в этих средах. Эти тематики являются чрезвычайно важными для создания новых методов разведки месторождений углеводородов и их эксплуатации. Были рассмотрены как вопросы создания новых моделей, так и разработки высокоэффективных вычислительных методов и комплексов программ для высокопроизводительных вычислительных систем. Обсуждалось направление, связанное с созданием цифровых двойников в макромасштабе (сейсмогеологические и гидродинамические модели месторождения), мезомасштабе (модели прискважинной зоны) и микромасштабе (модель цифрового керна с явным представлением структуры порового пространства).

Работы по актуальной теме импортозамещения программных продуктов для нужд геологоразведки и нефтегазового инжиниринга хоть и не вошли в настоящий выпуск, были в центре внимания во время работы конференции, благодаря участию в проводимых во время ее работы круглых столов представителей ПАО «Роснефть». Были обсуждены конкретные усилия по разработке импортозамещающего программного обеспечения в следующих областях:

- обработка данных трехмерной сейсморазведки, включая моделирование волновых процессов для кавернозно-трещиноватых сред с пористой матрицей;
- численное моделирование фильтрационных процессов на уровне керна и перенос полученных результатов на масштабы скважина-пласт;
- разработка программного обеспечения, ориентированного на квантовые вычисления.

Особую благодарность мы здесь выражаем специалистам-геологам, принявшим активное участие в обсуждениях и все время возвращавших нас к решению конкретных задач геологоразведки:

д.ф.-м.н. Р.К. Газизову,

к.г.-м.н. С.В. Власову,

к.г.-м.н. В.В. Волянской.

Отличительной особенностью этой научной школы-конференции стало участие в ней специалистов различного профиля, объединенных единым объектом исследования – развитием геофизических методов для изучения сложноустроенных геологических объектов. В состав участников входили:

- член-корр. РАН В.Н. Глинских, признанный специалист в области развития и применения численных методов решения задач геоэлектрики, в особенности в приложении к геоэлектрическим исследованиям скважин, доклад которого был посвящен чрезвычайно актуальной проблеме растепления криолитозоны и методам мониторинга этих процессов;

- член-корр. РАН В.М. Садовский, известный своими работами по изучению волновых полей в средах со сложной реологией, в частности, с наличием тонких вязких прослоек и присутствием обширных областей с предварительным напряжением;
- д.ф.-м.н. Л.А. Книжнерман, автор ряда оригинальных подходов к решению сложных задач линейной алгебры, основывающихся на крыловских итерациях, распространенных им на более широкий класс вычислительных задач геофизики;
- д.ф.-м.н. А.В. Вершинин, представивший последние разработки кафедры вычислительной механики Московского государственного университета в области изучения особенностей геомеханических процессов с учетом изменчивости микроструктуры геосреды;
- д.ф.-м.н. В.В. Лисица, сделавший доклады, посвященные численному моделированию образования гранулированных материалов и физических процессов на микроуровне.

Особый интерес и оживленную дискуссию вызвал доклад д.т.н. Б.Г. Тарасова, в котором была представлена оригинальная модель образования и распространения разломов в сверхглубоких шахтах, на глубинах более десяти километров.

В заключении отметим, что в начале ноября 2024 г. запланирована II Научная школа-конференция «Перспективы математического моделирования физических процессов в многомасштабных геологических средах» в международном математическом центре «Сириус», информацию о которой можно найти по ссылке https://siriusmathcenter.ru/program_053w.

д.ф.-м.н. В.А. Чеверда,
д.ф.-м.н. Е.И. Роменский

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 6–18. **www.rjgt.ru**

Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 6–18.

Научная статья / Original article

УДК 550.34.013.4

doi:10.18303/2619-1563-2024-1-6

АДАПТИВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКИ ПРИ НЕЙРОСЕТЕВОМ ПОДХОДЕ К ПОДАВЛЕНИЮ ЧИСЛЕННОЙ ДИСПЕРСИИ В ДАННЫХ СЕЙСМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

К.А. Гадыльшина, В.В. Лисица✉, К.Г. Гадыльшин, Д.М. Вишневский, В.И. Костин

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,

630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

✉*Вадим Викторович Лисица, LisitsaVV@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0003-3544-4878*

Аннотация. Представлен новый подход к построению обучающей выборки для NDM-net (Numerical dispersion mitigation neural network) – искусственной нейронной сети, применяющейся для подавления численной ошибки в результатах численного сейсмического моделирования. На первом этапе небольшое количество сейсмограмм, рассчитанных с использованием грубой и мелкой сеток, используется для обучения сети, сопоставляющей неточные данные, полученные в результате расчета на крупной сетке, с высококачественными данными с мелкой сетки. Затем сеть NDM-net обрабатывает весь набор данных, предварительно рассчитанных с использованием грубой сетки, для уменьшения численной ошибки. Самая трудоемкая часть предлагаемого алгоритма – генерация набора обучающих данных. Возникает необходимость минимизировать количество сейсмограмм в наборе обучающих данных без потери качества обучения. Выбор обучающих данных осуществляется с фиксацией расстояния Хаусдорфа между набором обучающих данных и всем набором данных. При этом уровень предельного расстояния варьируется в зависимости от используемой для моделирования сейсмогеологической модели. Показано, что адаптивная стратегия предпочтительнее фиксированного ограничения метрики Хаусдорфа, поскольку она позволяет сократить набор обучающих данных без потери точности работы обученной сети NDM-net.

Ключевые слова: сейсмическое моделирование, численная дисперсия, глубокое обучение

Финансирование: работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-11-00004.

Для цитирования: Гадыльшина К.А., Лисица В.В., Гадыльшин К.Г., Вишневский Д.М., Костин В.И. Адаптивная оптимизация обучающей выборки при нейросетевом подходе к подавлению численной дисперсии в данных сейсмического моделирования // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 6–18. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-6.

ADAPTIVE TRAINING DATASET GENERATION FOR NEURAL NETWORK NUMERICAL DISPERSION MITIGATION APPROACH IN SEISMIC MODELING

K.A. Gadylshina, V.V. Lisitsa✉, K.G. Gadylshin, D.M. Vishnevsky, V.I. Kostin

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

✉*Vadim V. Lisitsa, LisitsaVV@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0003-3544-4878*

Abstract. We introduce a novel method for developing the training dataset for the Numerical Dispersion Mitigation network (NDM-net), aimed at diminishing numerical inaccuracies in seismic modeling. Our strategy involves using a limited set of seismograms, produced with coarse and fine grids, to train the network. This training enables the network to transform less accurate coarse-grid data into higher-quality fine-grid data. Subsequently, the network is employed on a more extensive set of seismograms, initially computed with the coarse grid, to lower numerical errors. Creating the training dataset is the most demanding aspect of this method, requiring a balance between the number of seismograms used and maintaining training effectiveness. We propose a method to create the training dataset that maintains a specific Hausdorff distance with the complete dataset. However, this distance can vary based on the seismic-geological model used in simulations. Our work shows that an adaptive approach in setting the Hausdorff distance limit is more advantageous than a fixed limit, as it reduces the training dataset size without compromising accuracy.

Keywords: seismic modeling, numerical dispersion, deep learning

Funding: the work was supported by the Russian Science Foundation, Project No. 22-11-00004.

For citation: Gadylshina K.A., Lisitsa V.V., Gadylshin K.G., Vishnevsky D.M., Kostin V.I. Adaptive training dataset generation for neural network numerical dispersion mitigation approach in seismic modeling // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 6–18. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-6.

ВВЕДЕНИЕ

Сейсмическое моделирование требует решения волнового уравнения или системы уравнений динамической теории упругости [Virieux et al., 2011]. Известно, что численная ошибка получаемого решения напрямую зависит от шага расчетной сетки или, что тоже самое, от размера решаемой задачи. Так при использовании конечно-разностных схем на сдвинутых сетках четного порядка аппроксимации [Virieux, 1986; Levander, 1988] численная ошибка проявляется в виде дисперсии сигнала. Как правило, сетка строится таким образом, чтобы временная задержка из-за дисперсии записываемого сигнала не превышала четверти периода волны. Это условие должно удовлетворяться для сигнала, распространяющегося на 100–200 длин волн, таким образом для типичных систем наблюдения пространственный шаг сетки составляет около 1 м. С учетом размера стандартной области моделирования 10 × 10 × 5 километров требуется приблизительно 5×10^{11} точек сетки для дискретизации модели или 5×10^{12} степеней свободы для численного моделирования волнового поля в изотропных упругих средах. Действительно, современные суперкомпьютеры способны выполнять такие вычисления. В то же время эта оценка справедлива для моделирования волнового поля, соответствующего только одному источнику, тогда как типичная система наблюдения содержит около 10^5 сейсмических источников. Таким образом, моделирование всего набора данных требует неприемлемо большого объема вычислительных ресурсов.

Один из подходов к уменьшению численной ошибки основан на постобработке смоделированных данных. В том числе прямое вычитание дисперсии [Koene et al., 2017; Mittet, 2019]. Этот подход позволяет частично подавлять дисперсию, вызванную аппроксимацией производных по времени, а дисперсия, обусловленная аппроксимацией эллиптической части оператора, не уменьшается. Другое направление исследований в этой области – применение машинного обучения [Siahkoohi et al., 2019; Gadylshin et al., 2022b]. В частности, для обработки сейсмограмм, построенных по рассчитанным при численном моделировании на грубой сетке параметрам, применяется уменьшающая численную дисперсию искусственная нейронная сеть NDM-net (Numerical dispersion mitigation neural network – в англоязычной литературе) [Gadylshin et al., 2022b]. Подход с применением NDM-net основан на необходимости решения множества аналогичных задач с разными правыми частями (для разных положений источников сигнала). В результате набор обучающих данных строится как точное решение для небольшого числа задач, а затем сеть применяется для обработки всего набора данных. Однако формирование набора обучающих данных наиболее трудозатратно, т. к. предполагает моделирование упругого волнового поля с использованием достаточно мелкой сетки. Главным образом, чтобы улучшить производительность алгоритма, необходимо минимизировать набор обучающих данных. В соответствии с этим требованием, набор обучающих данных строится с фиксацией конкретного значения метрики Хаусдорфа между набором обучающих данных и всем набором данных [Gadylshin et al., 2022a]. Итак, количество сейсмограмм в обучающем наборе данных сокращается в три раза по сравнению с вариантом отбора сейсмограмм от равномерно распределенных источников. Тем не менее, если модель имеет сильные латеральные неоднородности, такие как дайки или соляные интрузии, среднее расстояние между сейсмограммами варьируется. В связи с этим для некоторых участков области моделирования возможен выбор разреженного набора источников без снижения представительности набора, что влечет необходимость локального увеличения порогового значения метрики Хаусдорфа. Вместе с тем, из-за изменения порогового значения в большую сторону для всего набора, данные из относительно гладких областей модели утрачивают репрезентативность. В связи с вышеизложенным предлагается адаптивный выбор набора обучающих данных, при котором предельное расстояние между набором обучающих данных и всем набором данных изменяется в соответствии с моделью.

Предварительные замечания

Известно, что в настоящее время наиболее распространенный метод для выполнения сейсмического моделирования – конечно-разностный метод, сочетающий в себе высокую вычислительную эффективность с простотой реализации [Lisitsa et al., 2010; Virieux et al., 2011; Vishnevsky et al., 2014]. Для моделирования волновых полей в изотропных упругих средах в двумерном случае используются схемы на сдвинутых сетках [Virieux, 1986; Levander, 1988]:

$$
\begin{gathered}
\hat{\rho}_{i+\frac{1}{2},j} D_t[u_x]^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2},j} = D_x[\sigma_{xx}]^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2},j} + D_z[\sigma_{xz}]^{n+\frac{1}{2}}_{i+\frac{1}{2},j},\\
\hat{\rho}_{i+\frac{1}{2},j} D_t[u_z]^{n+\frac{1}{2}}_{i,j+\frac{1}{2}} = D_x[\sigma_{xz}]^{n+\frac{1}{2}}_{i,j+\frac{1}{2}} + D_z[\sigma_{zz}]^{n+\frac{1}{2}}_{i,j+\frac{1}{2}},\\
D_t[\sigma_{xx}]^n_{i,j} = (\lambda+2\mu)_{i,j} D_x[u_x]^n_{i,j} + \lambda_{i,j} D_z[u_z]^n_{i,j} + (f_{xx})^n_{i,j},\\
D_t[\sigma_{zz}]^n_{i,j} = \lambda_{i,j} D_x[u_x]^n_{i,j} + (\lambda+2\mu)_{i,j} D_z[u_z]^n_{i,j} + (f_{zz})^n_{i,j},\\
D_t[\sigma_{xz}]^n_{i+\frac{1}{2}\,j+\frac{1}{2}} = \hat{\mu}_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \left(D_x[u_z]^n_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + D_z[u_x]^n_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right) + (f_{xz})^n_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}},
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где $\boldsymbol{u} = (u_x, u_y)^T$ – вектор скорости, σ_{xx}, σ_{zz} и σ_{xz} – компоненты тензора напряжений. Соответствующие сеточные функции определяются на сдвинутой сетке, так что $g^N_{I,J} = g(N\tau, Ih_x, Jh_z)$, где τ – шаг по времени, h_x и h_z – шаги по пространству, индексы I, J, N могут быть как целыми, так и полуцелыми, а g – достаточно гладкая функция. Функции f_{xx}, f_{zz} и f_{xz} представляют правую часть. Параметр ρ – плотность среды, λ и μ – параметры Ламе. Как правило, все параметры модели определяются в точках целочисленной сетки. При этом для их вычисления в дробных точках используются среднее арифметическое значение для плотности и среднее гармоническое значение для μ [Moczo et al., 2002; Vishnevsky et al., 2014]. Операторы D_t, D_x и D_z:

$$D_t[g]_{I,J}^N = \frac{g_{I,J}^{N+\frac{1}{2}} - g_{I,J}^{N-\frac{1}{2}}}{\tau} = \frac{\partial g}{\partial t} + O(\tau^2),$$

$$D_x[g]_{I,J}^N = \frac{1}{h_x}\sum_{m=0}^{M}\left(g_{I+m+\frac{1}{2},J}^N - g_{I-m-\frac{1}{2},J}^N\right) = \frac{\partial g}{\partial x} + O\left(h_x^{2(m+1)}\right),$$

$$D_z[g]_{I,J}^N = \frac{1}{h_z}\sum_{m=0}^{M}\left(g_{I+m+\frac{1}{2},J}^N - g_{I-m-\frac{1}{2},J}^N\right) = \frac{\partial g}{\partial z} + O\left(h_z^{2(m+1)}\right). \tag{2}$$

Схема (1) аппроксимирует линейную гиперболическую систему, в связи с этим справедлив критерий устойчивости Куранта $\tau = Ch$, где $h = \min\{h_x, h_z\}$, и рассматривается схема, зависящая только от параметра h.

В кратких обозначениях задача в конечно-разностной постановке:

$$R_h[\boldsymbol{v}_h] = \phi_h(t)\delta(x - x_s^l)(z - z_s^l),$$

где $\phi(t)$ – временной импульс источника, δ – дельта-функция, (x_s^l, z_s^l) – координаты источника l. Вектор $\boldsymbol{v}_h$ – вектор решения, включающий компоненты вектора скорости и компоненты тензора напряжений.

Согласно теории конечно-разностных схем, если схема устойчива и аппроксимирует исходный дифференциальный оператор, то численное решение сходится к истинному решению и имеет место следующая оценка:

$$\|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_h\| \leq Ch^r, \tag{3}$$

где скорость сходимости r совпадает с порядком аппроксимации, который для рассматриваемого случая равен 2. Константа C не зависит от шага сетки. Тогда схема (1) с двумя разными шагами сетки $h_1 \leq h_2$, следовательно согласно оценке (3):

$$\left\|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_{h_1}\right\| \leq \left\|\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_{h_2}\right\|.$$

Однако с уменьшением шага сетки $h_1 \leq h_2$ размерность задачи увеличивается. Обучение сети NDM-net заключается в построении отображения

$$\mathcal{M}\left[\boldsymbol{v}_{h_2}\right] = \widetilde{\boldsymbol{v}}_{h_2},$$

такого, что

$$\left\|\widetilde{\boldsymbol{v}}_{h_2} - \boldsymbol{v}_{h_1}\right\| \leq \varepsilon_{21} \ll Ch_2^r.$$

Если ошибка ε_{21} мала, тогда

$$\left\|\widetilde{\boldsymbol{v}}_{h_2} - \boldsymbol{v}\right\| \leq \left\|\widetilde{\boldsymbol{v}}_{h_2} - \boldsymbol{v}_{h_1}\right\| + \left\|\boldsymbol{v}_{h_1} - \boldsymbol{v}\right\| \leq \varepsilon_{21} + Ch_1^r < Ch_2.$$

Другими словами, NDM-net используется для сопоставления данных, вычисленных на грубой сетке, с данными, вычисленными с использованием достаточно мелкой сетки.

Как отмечалось выше, генерация обучающего набора данных наиболее трудоемка в реализации алгоритма с применением сети NDM-net, поскольку для некоторого количества источников волновое поле моделируется с использованием мелкой сетки. Для уменьшения набора обучающих данных, т. е. для улучшения производительности алгоритма с применением сети NDM-net, необходимо максимально оптимизировать выбор репрезентативных источников из сети наблюдения.

ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКИ

Равномерно распределенные источники

Первый подход впервые предложен совместно с сетью NDM-net [Gadylshin et al., 2022b]. Пусть $\boldsymbol{u}^l$ – сейсмограмма для источника под номером l такая, что

$$\boldsymbol{u}^l = \boldsymbol{u}(t, x, z_0, x_s^l, z_s^l),$$

где $\boldsymbol{u}$ – вектор скорости. Тогда удобно сделать замену переменных $x_0 = x - x_s^l$, переменная x_0 характеризует смещение и фиксируется для всех исходных позиций. В результате сейсмические данные рассматриваются как набор двумерных функций от времени и смещения или как одна трехмерная функция, зависящая от времени, смещения и положения источника. Далее в выкладках используется первый вариант, таким образом, весь набор сейсмограмм как объединение

$$U = \bigcup_{l=1,\dots,L_s} \boldsymbol{u}(x_s^l, x_0, t) = \bigcup_{l=1,\dots,L_s} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_s^l),$$

и задача исследования – построить подмножество множества U:

$$U^{tr} = \bigcup_{l \in M_t} \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}_s^l) \subseteq U,$$

где $M_t \subseteq \{1, \dots, J_L\}$ – набор индексов сейсмограмм из подмножества U^{tr}.

Первый подход к построению набора данных U^{tr} реализуется для сохранения расстояния Хаусдорфа между набором обучающих данных и всем набором данных, где расстояние измеряется как физическое расстояние между позициями источников. Метрика Хаусдорфа между двумя множествами D_1 и D_2 определяется как

$$H(D_1, D_2) = \max\left\{\max_{i \in L_1} b(\boldsymbol{u}_i, D_2),\ \max_{j \in L_2} b(\boldsymbol{u}_j, D_1)\right\} = \max\left\{\max_{i \in L_1} \min_{j \in L_2} d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j), \max_{j \in L_2} \min_{i \in L_1} d(\boldsymbol{u}_j, \boldsymbol{u}_i)\right\},$$

где $b(\boldsymbol{u}_i, D_2) = \min_{j \in L_2} d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j)$ – расстояние между сейсмограммой $\boldsymbol{u}_i$ и множеством D_2, а $d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j)$ – расстояние между двумя элементами на множестве сейсмограмм. Тогда расстояние между набором обучающих данных $D_t \subset U$ и всем набором данных U определяется как

$$H(D_t, U) = \max_{i \in [1,\dots,J_S]} b(\boldsymbol{u}_i, D_t) = \max_{i \in [1,\dots,J_S]} \min_{j \in J_t} d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j).$$

Пусть $d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j) = |x_s^i - x_s^j|$ и при этом метрика Хаусдорфа полагается равной $M \cdot ds$, где $M \in \mathbb{Z}$, а ds – расстояние между двумя соседними источниками (обычно постоянное для всей системы сейсмической съемки). Таким образом весь набор обучающих данных U_s^N определен.

Расстояние между сейсмограммами на основе NRMS метрики

При втором подходе к построению набора обучающих данных метрика Хаусдорфа фиксируется, при этом вводится мера сходства между двумя сейсмограммами вместо опосредованной, измеряющей расстояние между источниками меры. В качестве меры подобия сейсмограмм используется нормализованное среднеквадратичное отклонение NRMS (Normalized Root Mean Square – в англоязычной литературе):

$$\mathrm{NRMS}(a_t, b_t, t_0) = \frac{200 \times \mathrm{RMS}(a_t - b_t)}{\mathrm{RMS}(a_t) + \mathrm{RMS}(b_t)},$$

где

$$\mathrm{RMS}(\phi_t) = \sqrt{\frac{\sum_{t_0-dt}^{t_0+dt} \phi_t^2}{N}},$$

где N – количество временных отсчетов в интервале $[t_0 - dt, t_0 + dt]$. Расстояние $d(\boldsymbol{u}^j, \boldsymbol{u}^k)$ здесь – среднее NRMS между сейсмограммами $\boldsymbol{u}^k$ и $\boldsymbol{u}^j$. Соответственно, определяется метрика Хаусдорфа и наборы обучающих данных таким образом, чтобы сохранить это расстояние. Такие наборы данных здесь обозначаются U_{NRMS}^{Q}, где Q – конкретное значение NRMS в процентах.

Для примера построения обучающего набора данных рассматривается соответствующая Восточной Сибири модель Ванавар (рис. 1). Прежде всего для этой модели рассчитываются параметры для двух наборов сейсмограмм на сетках с пространственными шагами 2.5 и 5.0 м соответственно. Все наборы данных содержат 1901 сейсмограмму с источниками, расположенными на расстоянии 100 м друг от друга. Затем отбираются обучающие данные и далее на основе NRMS вычисляются расстояния $b(\boldsymbol{u}_i, D_t)$ между каждой сейсмограммой и наборами обучающих данных в зависимости от положения источника (рис. 2). Для случая U_{NRMS}^{70} удается сохранить максимальное расстояние до набора обучающих данных, однако есть области, где используются почти все сейсмограммы, что существенно влияет на производительность алгоритма (рис. 3).

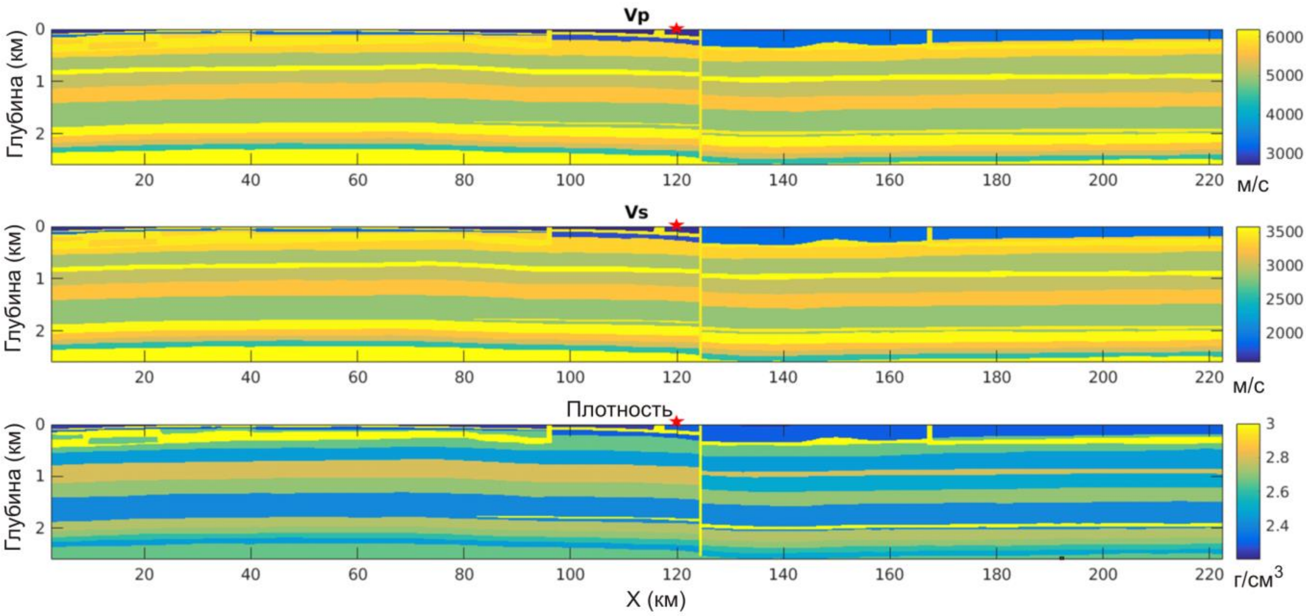


Рис. 1. Модель Ванавар: V_P – скорость продольной волны; V_s – скорость поперечной волны; плотность – ρ.

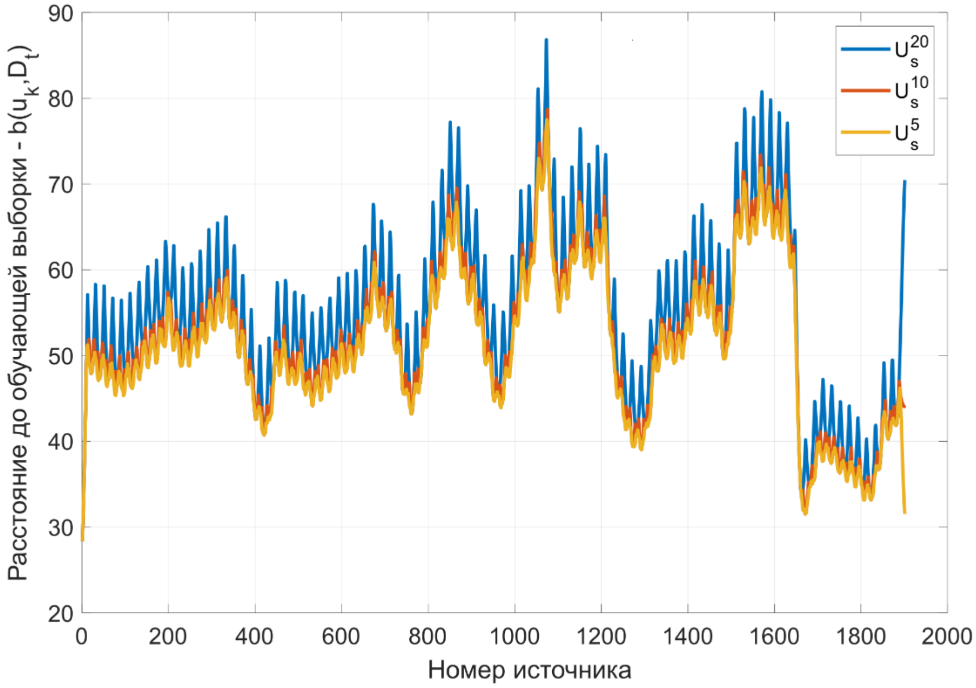


Рис. 2. Расстояния между сейсмограммами и обучающей выборкой $\mathrm{b}(\mathbf{u}_\mathrm{k}, \mathrm{U}_\mathrm{s}^\mathrm{N})$ для наборов равномерно распределенных источников U_s^5, $\mathrm{U}_\mathrm{s}^{10}$ and $\mathrm{U}_\mathrm{s}^{20}$.

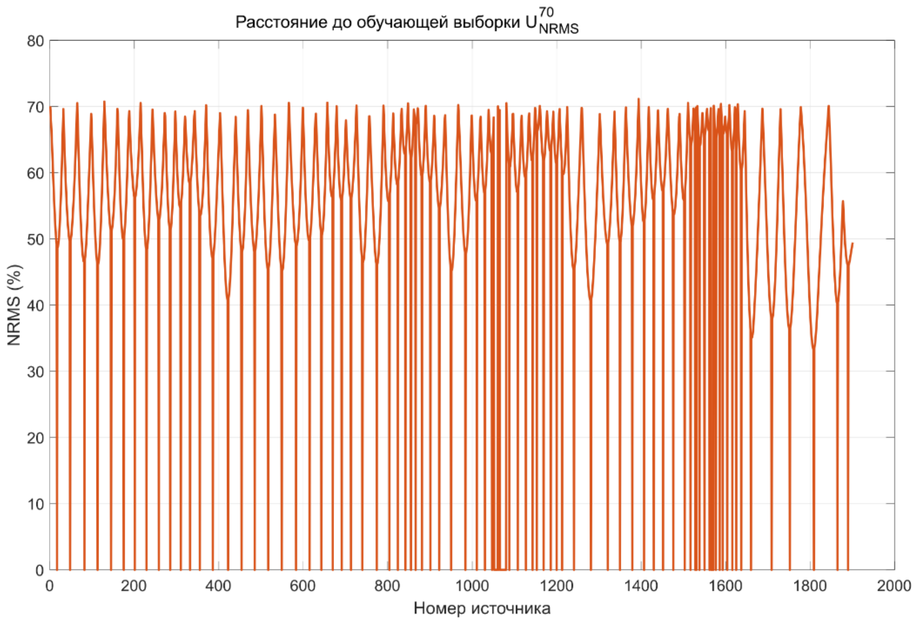


Рис. 3. Расстояние между сейсмограммами и обучающей выборкой $b(\boldsymbol{u}_k, {D_N}^{70}{}_{RMS})$.

Адаптивное построение набора данных

NRMS между сейсмограммами, соответствующими соседним источникам, изменяется от источника к источнику, и только формальное различие сейсмограмм не может быть надежным критерием для построения набора данных (рис. 2). Объединение двух вышеизложенных подходов позволяет выбрать предельное NRMS расстояние до набора обучающих данных в зависимости от физического положения источников. Вводится несколько уровней пределов метрики Хаусдорфа в терминах NRMS. Для этого рассчитывается среднее значение NRMS между сейсмограммами и его стандартное отклонение как функция расстояния между источниками (рис. 4). Интервалы рассчитываются рекуррентно следующим образом:

- $L_1 =< \mathrm{NRMS}(1) > +\alpha\sigma(1)$, где $< \mathrm{NRMS}(1) >$ – среднее NRMS на расстоянии $1 \cdot ds$, и $\sigma(1)$ – стандартное отклонение от NRMS от источника на расстоянии $1 \cdot ds$, и α – изменяемый параметр;
- начало рекурсии;
- решение уравнения $\Delta_j = \mathrm{argmin}\left|L_{j-1} - < \mathrm{NRMS}(\Delta) >\right|$, где Δ_j– физическое расстояние между источниками;
- $L_j =< \mathrm{NRMS}(\Delta_j) > +\alpha\sigma(\Delta_j)$.

Процесс останавливается, если решением задачи argmin является максимум Δ. В алгоритме присутствует изменяемый параметр.

После определения предельных значений NRMS, обучающий набор данных отбирается по следующему алгоритму:

- Начало: сейсмограмма 1, подмножество 1;
- в порядке возрастания сейсмограммы набираются в текущий кластер, вместе с тем $\min\limits_{i \in C_k} \max\limits_{j \neq i} d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j) \leq L_m$, где i, j – индексы сейсмограмм текущего кластера C_k, а m – текущий предел NRMS (начинается с единицы для каждого нового кластера);
- если набор содержит достаточное количество сейсмограмм таких, что $\min\limits_{i \in U_k} \max\limits_{j \neq i} \left|x_s^i - x_s^j\right| \geq R$, то кластер определяется как полный, а следующий элемент обучающего набора данных – это решение уравнения $I_k = \mathrm{argmin}_{i \in C_k} \max\limits_{j \neq i} d(\boldsymbol{u}_i, \boldsymbol{u}_j)$;
- если текущий набор содержит мало сейсмограмм таких, что $\min\limits_{i \in U_k} \max\limits_{j \neq i} \left|x_s^i - x_s^j\right| < R$, лимит NRMS полагается равным L_{m+1} и набор сейсмограмм в кластер продолжается.

Этот алгоритм разрешает ситуацию, когда в обучающем наборе данных оказываются сейсмограммы от слишком плотно расположенных источников.

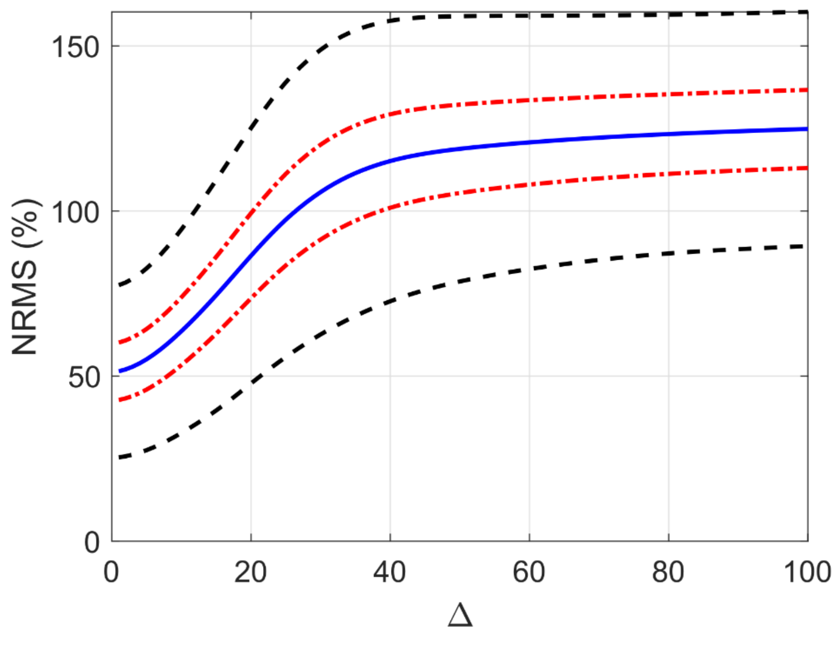


Рис. 4. Среднее значение (сплошная линия), среднеквадратичное отклонение (штрих-пунктирная линия) и тройное среднеквадратичное отклонение (пунктирная линия) NRMS-расстояние как функция расстояние между источниками.

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Влияние параметров

Два параметра подбираются эмпирически: α – коэффициент, определяющий шаг роста предельного уровня NRMS, и R, определяющий минимальное количество сейсмограмм в кластере. Изменение минимального расстояния между источниками R напрямую влияет на количество сейсмограмм в наборе обучающих данных. В частности, чем выше R, тем меньше сейсмограмм будет использоваться. При этом имеет место следующая оценка $N_{cl} \leq N_{sg} \cdot ds/R$, где N_{cl} – количество кластеров или количество сейсмограмм в наборе обучающих данных, N_{sg} – общее количество сейсмограмм. Влияние α менее очевидно, поскольку α напрямую влияет на сегментацию предельного уровня NRMS, а не на количество сейсмограмм. Однако, чем меньше α, тем мельче дискретизация предельного NRMS. Таким образом, только физическая близость источников определяет набор обучающих данных. Рассматриваются следующие значения параметров $R \in \{2, 5, 10, 20, 50\}$ и $\alpha \in \{0.2, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0, 1.2, 1.5, 2.0, 3.0\}$. Вычисляется зависимость между параметром α и количеством уровней сегментации предельной NRMS (табл. 1). Как и ожидалось, чем выше α, тем меньше уровней сегментации. В то же время, с увеличением α количество кластеров уменьшается (табл. 2). Именно из-за быстрого увеличения предельного уровня NRMS формируются более широкие кластеры сейсмограмм. Как указывалось выше, количество кластеров увеличивается с уменьшением минимального расстояния между источниками. В целом количество кластеров незначительно меняется при изменении предельного расстояния (по крайней мере, для нецелых значений α). Между тем при $R = 50 \cdot ds$ количество кластеров уменьшилось настолько, что не удалось выбрать репрезентативный набор обучающих данных.

Таблица 1

Число уровней сегментации для разных параметров α

α	0.2	0.5	0.7	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0	3.0
N_L	30	12	9	7	6	5	5	4	3

Таблица 2

Количество сейсмограмм в обучающем наборе данных для различных параметров α и R

$R\backslash\alpha$	0.2	0.5	0.7	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0	3.0
2	197	135	117	110	104	96	84	75	58
5	165	129	111	108	101	94	83	74	58
10	131	110	100	92	92	88	80	71	56
20	85	78	75	73	73	70	66	62	52
50	37	35	34	32	32	32	17	10	8

Реализация сети NDM-net

В последующих численных экспериментах $R = 10 \cdot ds$ в обоих случаях и $\alpha = 0.9$ и $\alpha = 1.2$. Сеть NDM-net обучается на двух адаптивных наборах данных, результаты сравниваются с результатами численных экспериментов, выполненных в предыдущих исследованиях, полученных с помощью обучающих наборов данных с равномерно распределенными источниками и с помощью метода сохранения NRMS. Гиперпараметры сети NDM-net одни и те же во всех численных экспериментах

[Gadylshin et al., 2022b]. Обученная сеть NDM-net применяется ко всему набору данных, результаты сравниваются с рассчитанным на мелкой сетке точным решением. Вычисляются расстояния NRMS по сейсмограммам между точными и прогнозируемыми решениями для наборов данных, построенных с сохранением NRMS и с использованием адаптивного метода соответственно (рис. 5, 6).

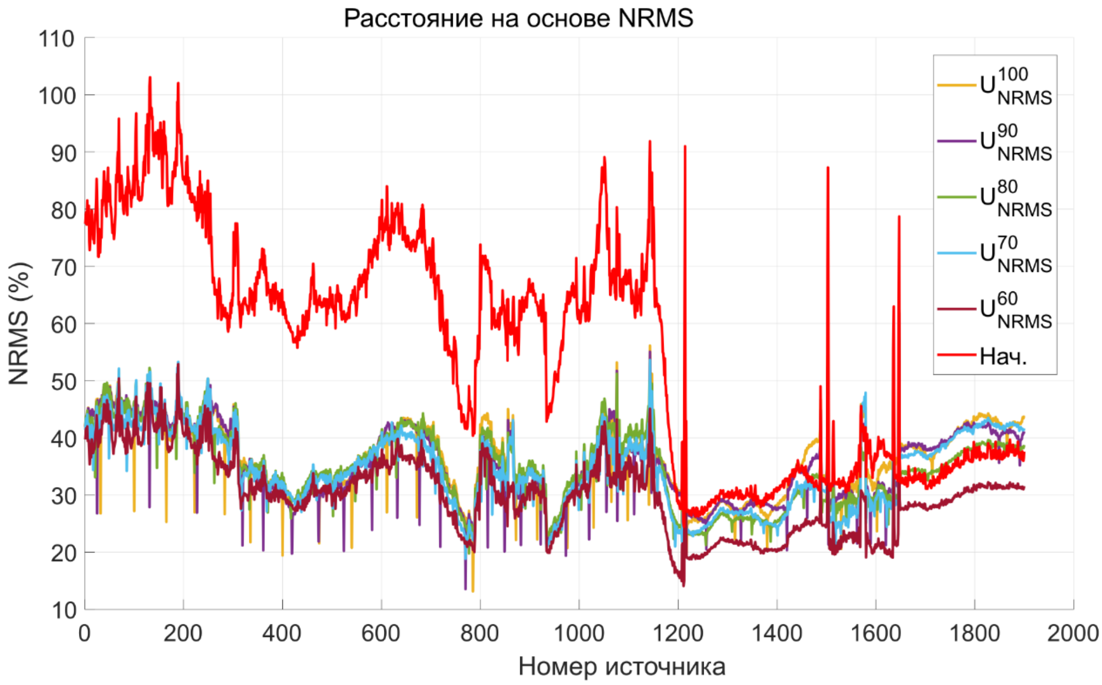


Рис. 5. Попарное NRMS расстояние между решением на мелкой сетке и результатом NDM-net постобработки для различных сценариев построения обучающих выборок на основе подхода с сохранением NRMS.

Рис. 6. Попарное NRMS расстояние между решением на мелкой сетке и результатом NDM-net постобработки для различных сценариев построения обучающих выборок на основе адаптивного подхода.

В двух рассматриваемых случаях уровень подавления численной дисперсии одинаковый. Для качественного анализа вычисляется среднее значение NRMS по всем сейсмограммам с учетом количества сейсмограмм в обучающих наборах данных. Кроме того, для полного сравнительного анализа учитываются результаты исследования с применением обучающего набора данных из сейсмограмм, соответствующих равномерно распределенным источникам (табл. 3, рис. 7). Результаты работы обученной на адаптивном наборе данных сети NDM-net превосходят остальные варианты и в высокой точности, так и в минимизации количества сейсмограмм, используемых для обучения.

Таблица 3

Различные сценарии выбора обучающего набора данных

Выбор обучающего набора данных с сохранением NRMS		
Набор данных	Количество сейсмограмм	Среднее NRMS
U^{60}_{NRMS}	414	28.16 %
U^{70}_{NRMS}	109	30.28 %
U^{80}_{NRMS}	56	34.69 %
U^{90}_{NRMS}	43	35.11 %
U^{100}_{NRMS}	34	35.68 %
Сейсмограммы от равномерно распределенных источников сигнала		
U^{5}_{s}	86	44.28 %
U^{10}_{s}	191	31.91 %
U^{20}_{s}	283	29.41 %
Адаптивный выбор обучающего набора данных		
$U^{\alpha=0.9}$	92	30.32 %
$U^{\alpha=1.2}$	88	30.38 %

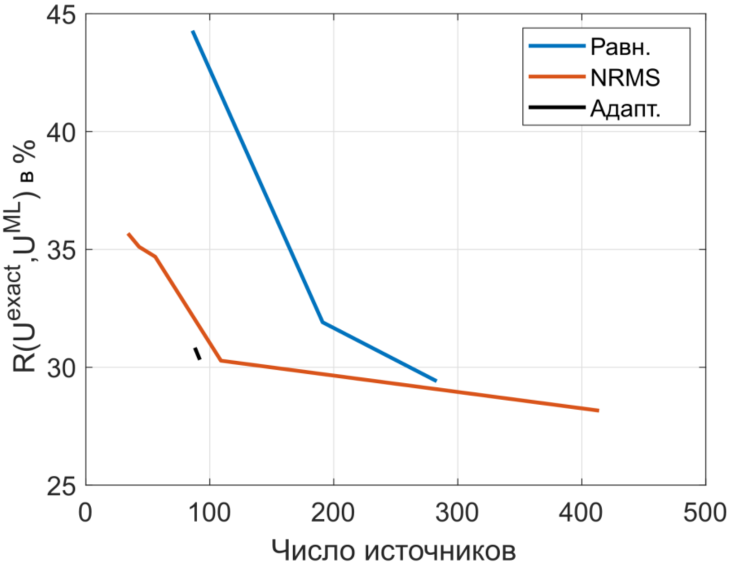


Рис. 7. Зависимость ошибки от номера сейсмограммы, использующаяся для различных стратегий построения обучающих выборок.

ВЫВОДЫ

Представлен новый способ построения набора обучающих данных для NDM-net. В отличие от подходов, где расстояние Хаусдорфа от набора обучающих данных до всего набора данных фиксировалось для всех сейсмограмм, новый подход адаптивен, что позволяет избежать использования неоправданно плотных наборов обучающих данных. В частности, в предыдущих исследованиях наборы данных были построены так, чтобы сохранить расстояние Хаусдорфа на основе евклидова расстояния между положениями источников. Ранее используемые обучающие наборы данных состояли из сейсмограмм, соответствующих эквидистантно распределенным источникам, без учета информации о степени схожести сейсмограмм. В дальнейшем расстояния в пространстве данных фиксируются. Для этого вводится NRMS мера сходства сейсмограмм. Так количество сейсмограмм в обучающем наборе данных сокращается в три раза по сравнению с эквидистантно распределенными источниками на модельном примере. Однако из-за локальных особенностей модели источники, соответствующие сейсмограммам из набора обучающих данных, распределены излишне плотно. Более того, для реализации отбора требуется эмпирический выбор входных параметров (предельного расстояния Хаусдорфа), которые значительно влияют на результат.

Предлагается корректировать расстояние до набора обучающих данных. В частности, рассматриваются сегментированные уровни ограничения NRMS на основе среднего значения NRMS для разных расстояний между источниками по всему набору данных. После этого применяется процедура построения обучающего набора данных с сохраненными NRMS. Если источники, соответствующие набору обучающих данных, близки друг к другу, то локально увеличивается уровень NRMS до предельного соответственно сегментированным уровням. Таким образом получаются наименьшие наборы обучающих данных среди трех рассмотренных методов их построения. Более того, при обучении на адаптивном обучающем наборе данных ошибка реализации сети NDM-net наименьшая из трех рассмотренных. Кроме того, при адаптивном подходе подбор входных параметров не требуется.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

Gadylshin K., Lisitsa V., Gadylshina K., Vishnevsky D. Optimization of the training dataset for numerical dispersion mitigation neural network // Lecture Notes in Computer Science. 2022a. Vol. 13378 LNCS. P. 295–309. doi:10.1007/978-3-031-10562-3_22.

Gadylshin K., Vishnevsky D., Gadylshina K., Lisitsa V. Numerical dispersion mitigation neural network for seismic modeling // Geophysics. 2022b. Vol. 87 (3). P. T237–T249. doi:10.1190/geo2021-0242.1.

Koene E.F.M., Robertsson J.O.A., Broggini F., Andersson F. Eliminating time dispersion from seismic wave modeling // Geophysical Journal International. 2017. Vol. 213 (1). P. 169–180. doi:10.1093/gji/ggx563.

Levander A.R. Fourth-order finite-difference *P-SV* seismograms // Geophysics. 1988. Vol. 53 (11). P. 1425–1436. doi:10.1190/1.1442422.

Lisitsa V., Podgornova O., Tcheverda V. On the interface error analysis for finite difference wave simulation // Computational Geosciences. 2010. Vol. 14 (4). P. 769–778. doi:10.1007/s10596-010-9187-1.

Mittet R. Second-order time integration of the wave equation with dispersion correction procedures // Geophysics. 2019. Vol. 84 (4). P. T221–T235. doi:10.1190/geo2018-0770.1.

Moczo P., Kristek J., Vavrycuk V., Archuleta R.J., Halada L. 3D heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities // Bulletin of the Seismological Society of America. 2002. Vol. 92 (8). P. 3042–3066. doi:10.1785/0120010167.

Siahkoohi A., Louboutin M., Herrmann F.J. The importance of transfer learning in seismic modeling and imaging // Geophysics. 2019. Vol. 84 (6). P. A47–A52. doi: 0.1190/geo2019-0056.1.

Virieux J. *P-SV* wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // Geophysics. 1986. Vol. 51 (4). P. 889–901. doi:10.1190/1.1442147.

Virieux J., Calandra H., Plessix R.-E. A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging // Geophysical Prospecting. 2011. Vol. 59 (5). P. 794–813. doi:10.1111/j.1365-2478.2011.00967.x.

Vishnevsky D., Lisitsa V., Tcheverda V., Reshetova G. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves // Geophysics. 2014. Vol. 79 (4). P. T219–T232. doi:10.1190/geo2013-0299.1.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ГАДЫЛЬШИНА Ксения Александровна – младший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: методы машинного обучения в приложении к решению задач геофизики, https://orcid.org/0000-0003-0581-7741.

ЛИСИЦА Вадим Викторович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов в пористых средах.

ГАДЫЛЬШИН Кирилл Геннадьевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: прямые и обратные задачи сейсмики, применение методов машинного обучения для повышения качества сейсмических данных, https://orcid.org/0000-0001-7247-6911.

ВИШНЕВСКИЙ Дмитрий Михайлович – научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численное моделирование сейсмических волновых полей, высокопроизводительные вычисления, https://orcid.org/0000-0002-1439-4552.

КОСТИН Виктор Иванович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численное моделирование сейсмических волновых полей, высокопроизводительные вычисления.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2023 г.,
одобрена после рецензирования 15 января 2024 г.,
принята к публикации 31 января 2024 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 19–28. **www.rjgt.ru**
Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 19–28.
Научная статья / Original article
УДК 550.834
doi:10.18303/2619-1563-2024-1-19

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИТЕРАЦИОННОГО РЕШАТЕЛЯ С РАЗДЕЛЕНИЕМ ПОЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ БИО

С.А. Соловьев[1,✉], В.И. Костин[2], В.В. Лисица[2], М.А. Новиков[1]

[1]Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 4, Россия,
[2]Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
✉Сергей Александрович Соловьев, SolovevSA@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0001-9984-8367

Аннотация. С использованием уравнений Био в частотной области в квазистатической постановке моделируется низкочастотное нагружение образца трещиновато-пористой горной породы. Уравнения Био аппроксимируются конечно-разностной схемой на сдвинутых сетках. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с числом неизвестных более 10^6 используется итерационный метод (стабилизированный алгоритм бисопряженных градиентов) с предобуславливателем на основе расщепления полей для разделения уравнений и переменных на две группы: описывающих деформацию твердого тела и переноса жидкости. Численные эксперименты демонстрируют быструю сходимость итерационного процесса и его преимущество по сравнению с прямым методом решения СЛАУ на больших задачах.

Ключевые слова: пороупругость, модель Био, конечные разности, прямые методы решения СЛАУ, итерационные методы решения СЛАУ, предобуславливатель с разделением полей

Финансирование: работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022 и при поддержке Российского научного фонда, грант № 19-77-20004-П.

Для цитирования: Соловьев С.А., Костин В.И., Лисица В.В., Новиков М.А. Использование итерационного решателя с разделением полей при решении квазистатического уравнения Био // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 19–28. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-19.

USING AN ITERATIVE FIELD-SPLIT SOLVER FOR THE QUASI-STATIC BIOT EQUATION

S.A. Solovyev[1,✉], V.I. Kostin[2], V.V. Lisitsa[2], M.A. Novikov[1]

[1]Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Koptyug Ave., 4, Novosibirsk, 630090, Russia,
[2]Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
✉Sergey A. Solovyev, SolovevSA@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0001-9984-8367

Abstract. Quasistatic Biot equations in the frequency domain are applied to model low-frequency loading of the fractured porous rock sample. We approximate Biot equations by a finite-difference scheme on the staggered grid, defining different field components at different grid points. To solve the resulting system of linear algebraic equations (SLAE) with more than 10^6 unknown values, we use an iterative method (Biconjugate gradient stabilized method, BCGStab) with a preconditioner based on field-split approach to divide equations into two groups. The first group describes solid deformation, and the second group describes fluid transport. Numerical experiments demonstrate fast convergence of the iterative process for applied method and its advantages in the case of large computational grid in comparison with direct method.

Keywords: poroelasticity, Biot equation, finite differences, direct methods for SLAE, iterative methods, field-split preconditioner

Funding: The study was carried out as part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0022, and supported by the Russian Science Foundation, Project No. 19-77-20004-P.

For citation: Solovyev S.A., Kostin V.I., Lisitsa V.V., Novikov M.A. Using an iterative field-split solver for the quasi-static Biot equation // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 19–28. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-19.

ВВЕДЕНИЕ

Постоянная потребность в совершенствовании подходов, используемых в сейсмическом мониторинге, вызванная актуальностью задачи повышения эффективности разработки нефтяных месторождений, неизбежно влечет за собой необходимость разработки соответствующих алгоритмов. В частности, для моделирования мультифизичных процессов в реалистичных моделях трещиновато-пористых сред с целью достоверной оценки зависимостей между транспортными свойствами резервуаров и оценками кинематических параметров по результатам сейсмического мониторинга требуются новые эффективные численные алгоритмы. В основе таких алгоритмов, как правило, лежат математические модели многофазных сред (порода, флюид) в динамической или квазистатической постановке [Masson et al., 2006; Quintal et al., 2011; Novikov et al., 2021; Reshetova, Romenski, 2021], приводящие к увеличению числа описываемых полей по сравнению с упругими моделями и соответственно росту числа неизвестных в соответствующих системах уравнений. Кроме того, для точной оценки степени влияния неоднородности, анизотропии и других свойств сред на характеристики сейсмических волн в них требуется рассмотрение достаточно детальных моделей, что приводит к расчетам на больших расчетных сетках. В связи с этим, численное решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в основе моделирования описанных процессов – очень ресурсоемкая задача. Эффективное решение этой задачи требует знаний как в области математических алгоритмов решения СЛАУ, так и в области программной реализации для вычислений с использованием высокопроизводительных вычислительных систем. На первом этапе исследования нами был разработан алгоритм численного апскейлинга пороупругой флюидонасыщенной среды на основе прямого решателя СЛАУ [Соловьев и др., 2023]. В алгоритме используется конечно-разностная аппроксимация уравнения Био в квазистатической постановке в частотной области [Masson et al., 2006; Quintal et al., 2011] на разнесенных сетках [Alekseev, Mikhailenko, 1980]. Полученная СЛАУ может быть решена оптимизированной реализацией прямых методов, в основном использующих LU-декомпозиции [Amestoy et al., 2001; Li, 2005; Bollhofer et al., 2020], однако в таком случае возникают жесткие ограничения на размер расчетной области. Поэтому в настоящей работе предлагается модификация алгоритма с использованием итерационного подхода с применением предобуславливателя [Saad, 1996].

В последнее время наиболее распространенные предобуславливатели – это ILU0, многосеточный [Stuben, 2001], разделения полей (от английского "Field-Split") [Calandrini et al., 2020]. В этой работе используется последний из них, а именно с разделением уравнений и переменных на две группы для их последующего раздельного решения: деформация твердого тела и перенос флюида. На численном решении СЛАУ основан алгоритм апскейлинга для оценки эффективных свойств трещиновато-пористых сред. Исследования проводятся в низкочастотном диапазоне, для аппроксимации уравнений Био используется конечно-разностной подход. Для решения упомянутой СЛАУ рассматриваются два подхода: прямой и итерационный. Первый основан на оптимизированной факторизации матрицы LU, второй – это итерационный предобусловленный решатель. В рамках второго подхода разработана модификация алгоритма численного апскейлинга с использованием матричного предобуславливателя, основанного на идее разделения полей ("Field-Split"). Численные эксперименты с последующим анализом количества используемой памяти и времени показывают преимущества прямого подхода для небольших задач и итерационного подхода для больших моделей.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для описания изотропной пороупругой среды с флюидом рассматривается система уравнений Био в квазистатической постановке [Biot, 1956a, b]:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0, \tag{1}$$

$$-\nabla p = i\omega \frac{\eta}{k} \vec{w}, \tag{2}$$

$$-p = M\left(\alpha\left(\nabla \cdot \vec{u}\right) + \nabla \cdot \vec{w}\right), \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda\left(\nabla \cdot \vec{u}\right)\mathbf{I} + \mu\left(\nabla\vec{u} + \left(\nabla\vec{u}\right)^T\right) + \alpha M\left(\nabla \cdot \vec{w}\right)\mathbf{I}, \tag{4}$$

сведенная исключением тензора $\boldsymbol{\sigma}$ и переменной p к системе уравнений второго порядка:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[C_{11}\frac{\partial u_x}{\partial x} + C_{13}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[C_{55}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\alpha M\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\right] = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[C_{55}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[C_{13}\frac{\partial u_x}{\partial x} + C_{33}\frac{\partial u_z}{\partial z}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha M\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\right] = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\alpha M\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[M\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\right] - i\omega\frac{\eta}{k}w_x = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha M\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[M\left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\right] - i\omega\frac{\eta}{k}w_z = 0. \tag{8}$$

Здесь $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений флюидонасыщенной среды, p – давление флюида, $\vec{u} = (u_x, u_z)^T$ – вектор смещения твердых частиц, $\vec{w} = (w_x, w_z)^T$ – вектор относительного смещения флюида. В коэффициентах уравнений находятся ω – частота, η – вязкость флюида, k – проницаемость скелета, λ – постоянная Ламе флюидонасыщенной среды, μ – модуль сдвига скелета, M – коэффициент накопления жидкости, α – коэффициент Био–Уиллиса. В уравнениях второго порядка (5)–(8) параметры C_{11}, C_{13}, C_{33}, C_{55} – компоненты тензора жесткости флюидонасыщенного скелета. Параметры C_{ij}, M и α определяются через упругие модули среды, объемные модули сжатия фаз, скелета и его пористость [Новиков и др., 2018].

Тензор напряжений в пористой среде с флюидом связан с деформациями законом Гука в виде

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xz} \end{pmatrix}, \quad \begin{gathered} \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \\ \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right). \end{gathered} \tag{9}$$

Для системы уравнений (5)–(8) используются граничные условия Неймана:

$$\begin{aligned} \sigma \cdot \vec{n}\,|_{\partial D} &= \vec{\sigma}_0 \\ \vec{w} \cdot \vec{n}\,|_{\partial D} &= 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Численное решение поставленной начально-краевой задачи позволяет моделировать нагружение образцов флюидонасыщенной породы и лежит в основе эффективного алгоритма численного апскейлинга для оценки эффективных свойств изотропных трещиновато-пористых сред. Алгоритм численного апскейлинга заключается в восстановлении свойств вязкоупругой среды, «эквивалентной» неоднородной пороупругой среде. В частности, восстанавливается такой частотно-зависимый тензор жесткости однородной вязкоупругой среды, осредненные напряжения в которой совпадают с напряжениями в пороупругой среде при одинаковых нагрузках. Под эффективностью алгоритма понимается нахождение достаточно точного решения за приемлемое время и с использованием достаточного количества оперативной памяти. Детали алгоритма восстановления тензора жесткости описаны в работах [Solovyev et al., 2022; Соловьев и др., 2023].

Для численного решения системы уравнений Био (1)–(4) используется ее аппроксимация конечно-разностной схемой на разнесенных сетках. Сеточные шаблоны для уравнений, граничных условий и детали аппроксимации подробно описаны в работе [Solovyev et al., 2022]. Результатом аппроксимации является система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с разреженной неэрмитовой и несимметричной матрицей A, для решения которой используются как прямой, так и итерационный методы.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СЛАУ ЗАДАЧИ НАГРУЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ПОРОДЫ

Для численного решения СЛАУ используют либо прямые, либо итерационные методы и реализованные на их основе алгоритмы (решатели). И те, и другие имеют свои плюсы и минусы. Далее опишем каждый из них более подробно.

Прямые решатели обеспечивают наилучшую точность, не очень высокую производительность и большой расход памяти. Как правило, они основаны на алгоритмах LU-факторизации. Для СЛАУ с разреженными матрицами существуют усовершенствованные алгоритмы, позволяющие повысить производительность и снизить потребности в памяти, такие как переупорядочивание элементов матрицы СЛАУ, использование мультифронтальной и суперузловой факторизации и т. д. Многие прямые решатели содержат такие алгоритмы: MUMPS [Amestoy et al., 2001], SuperLU [Li, 2005], PARDISO [Bollhofer et al., 2020] и др. Несмотря на такую оптимизацию, они не могут решать большие задачи. Например, в наших экспериментах на системе с 512 ГБ ОЗУ (см. ниже) максимальное количество точек сетки для дискретизации Био составляет около 2000×2000, в то время как итерационное решение справляется с задачей размером 4000×4000.

В данной работе используется решатель PARDISO из библиотеки Intel MKL. Исследование реконструкции эффективных вязкоупругих сред представлено в [Solovyev et al., 2022]. Здесь прямой решатель исследуется лишь с точки зрения масштабируемости и производительности в сравнении с предлагаемым итерационным решателем.

Основным преимуществом *итерационных* методов является небольшое потребление памяти. Несмотря на это, они могут не достигнуть той же точности, что прямые методы, из-за плохой сходимости. Однако это можно решить путем выбора подходящего итерационного алгоритма, разработав подходящий предобуславливатель.

Использование предобуславливателя B позволяет получить СЛАУ: $\hat{A}x = \hat{b}$, где $\hat{A}x = B^{-1}Ax$, $\hat{b} = B^{-1}b$. Для решения СЛАУ с несимметричной матрицей $\hat{A}$, будем использовать алгоритм BCGStab [Saad, 1996].

Основной критерий построения предобуславливателя состоит в том, что он должен быть легко обратим. При этом обращение предобуславливателя должно быть достаточно быстрым. Результаты промежуточных экспериментов, оставленных за рамками данной работы, показали, что такие известные предобуславливатели, как Якоби, Блок–Якоби и Зейделя, не удается применять для достижения этой цели, поскольку BCGStab с их использованием не сходится с достаточной точностью.

Предлагается использовать для построения предобуславливателя подход разделения полей ("Field-Split"). Идея заключается в удалении операторов $\frac{\partial}{\partial x}\left[\alpha M\left(\frac{\partial w_x}{\partial x}+\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\right]$ и $\frac{\partial}{\partial z}\left[\alpha M\left(\frac{\partial w_x}{\partial x}+\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\right]$, связанных с неизвестной переменной w из уравнений (1) и (2). После такого удаления применением конечно-разностной аппроксимации определяется блочный нижнетреугольный предобуславливатель B, который вместе с исходной матрицей можно записать в блочном виде (10).

$$A = \begin{pmatrix} A_0 & A_1 \\ A_2 & A_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} A_0 & 0 \\ A_2 & A_3 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_3 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Здесь матрица A_0 соответствует оператору уравнений (1) и (2) для переменной u; A_2 – матрица оператора уравнений (3) и (4) для u; A_3 – матрица оператора уравнений (3) и (4) для w. При этом матрицы A_0 и A_2 вещественны и не зависят от частот ω, а матрица A_3 имеет комплекснозначные элементы лишь на главной диагонали.

Таким образом, алгоритм решения СЛАУ $Bx = y$ выглядит следующим образом:

1. Решение системы $A_0 x_0 = y_0$;

2. Вычисление $y_3 = y_3 - A_2 x_0$;

3. Решение системы $A_3 x_3 = y_3$.

Основное преимущество обращения A_0 и A_3 по сравнению с обращением полной матрицы A состоит в том, что первые меньше последней, при этом A_0 не зависит от частоты, и в случае обращения прямым решателем A_0 можно разложить единожды для всех частот. Более того, A_3 достаточно факторизовать для каждой частоты один раз для всех итераций.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Описанный решатель с разделением полей реализован на языке C и скомпилирован компилятором Intel с оптимизацией по умолчанию для использования на аппаратном обеспечении Intel Xeon с процессором E5-2690 и 20 ядрами 3.00 ГГц, 512 Гб оперативной памяти.

В численных экспериментах сравниваются прямой и итерационный решатели на задачах нагружения двумерного образца [Соловьев и др., 2023] для различных размеров расчетной сетки: 500×500, 1000×1000, 2000× 2000 и 4000×4000 ячеек. Для решаемых задач измеряются количество FLOPS, потребление памяти, масштабируемость и производительность. Модель среды в численных экспериментах представлена квадратной областью с трещинами (рис. 1). Особенности построения модели трещиноватой среды детально описываются в работе [Novikov et al., 2020] Трещины представляют собой прямоугольные подобласти, а на расчетной сетке – наборы узлов, физические свойства среды в которых отличаются от свойств вмещающей породы. Коэффициенты уравнений Био (1)–(4) во вмещающей породе и трещинах представлены в табл. 1.

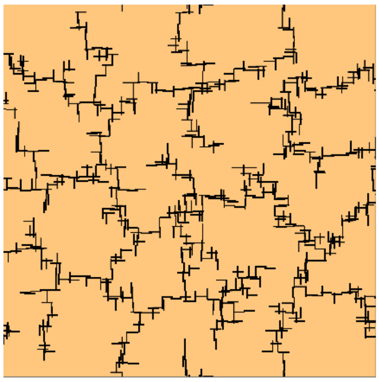


Рис. 1. Изображение модели трещиноватой среды. Черным обозначены трещины, желтым – вмещающая порода.

Результаты сравнения работы двух решателей приведены в табл. 2. Из нее видно, что в непараллельном режиме (число OMP-потоков задано равным 1) итерационный решатель быстрее прямого. С другой стороны, масштабируемость прямого решателя лучше, чем итерационного, поэтому он быстрее на задачах, которым хватает оперативной памяти RAM для хранения факторов переупорядоченной матрицы СЛАУ. Несмотря на это, заметно сокращение времени отставания итерационного метода от прямого при увеличении размера задачи.

С точки зрения потребления памяти прямой решатель уступает итерационному. В итерационном решателе потребление памяти может быть дополнительно уменьшено за счет использования других подходов к обращению блоков предобуславливателя матрицы. Однако эта работа выходит за рамки данной статьи и будет исследована в дальнейшем в рамках решения трехмерной задачи Био.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений Био для численных экспериментов

Коэфф.	Твердая фаза	Трещина
C_{11}	$69.10*10^9$	$38.96*10^9$
C_{12}	$71.6*10^9$	$32.67*10^9$
C_{22}	$69.10*10^9$	$38.96*10^9$
C_{33}	$30.97*10^9$	$22.62*10^9$
M	$20.10*10^9$	$9.33*10^9$
αM	$5.95*10^9$	$6.85*10^9$
η/k	$1000.0*10^9$	$0.007*10^9$

Таблица 2

Характеристики используемой памяти и времени счета прямого и итерационного методов (одна трещиноватая модель, одна частота (100 Гц))

Размер сетки	Используемая память (RAM, G)		Время счета, с.			
			Прямой		Итерационный	
$n = n_X = n_Z$	Прямой	Итерационный	1 OMP-поток	16 OMP-потоков	1 OMP-поток	16 OMP-потоков
500	4	2	42	7	34	16
1000	18	9	297	41	177	68
2000	83	41	2 498	276	1 101	319
4000	Н/Д	190	Н/Д	Н/Д	9 173	1 654

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен итерационный решатель BCGStab с предобуславливателем разделения полей для решения задачи низкочастотного нагружения трещиновато-пористого образца горной породы. По результатам численных экспериментов проведено сравнение исследуемого решателя с высокооптимизированным прямым решателем Intel MKL PARDISO.

Сравнение производительности решателей показало, что прямой имеет преимущества во времени решения небольших задач в параллельном режиме на 16 ядрах. Однако демонстрируемая производительность предложенного решателя позволяет предполагать, что на больших системах его производительность достигнет производительности прямого. Кроме того, измерения памяти показывают, что итерационный решатель позволяет сократить потребности в памяти более чем в два раза.

Таким образом, предложенный итерационный решатель может быть использован для решения больших задач по моделированию квазистатического нагружения пороупругих образцов для оценки их эффективных частотно-зависимых упругих параметров в двумерной и трехмерной постановках.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Новиков М.А., Лисица В.В., Козяев А.А. Численное моделирование волновых процессов в трещиновато-пористых флюидозаполненных средах // Вычислительные методы и программирование. 2018. Т. 19, № 2. С. 130–149.

Соловьев С.А., Новиков М.А., Лисица В.В. Численное решение уравнений Био анизотропной пороупругой флюидонасыщенной среды в квазистатической постановке для численного решения задачи апскейлинга // Вычислительные методы и программирование. 2023. Т. 24, № 1. С. 67–88. doi:10.26089/NumMet.v24r106.

Alekseev A.S., Mikhailenko B.G. The solution of dynamic problems of elastic wave propagation in inhomogeneous media by a combination of partial separation of variables and finite-difference methods // Journal of Geophysics. 1980. Vol. 48 (1). P. 161–172.

Amestoy P.R., Duff I.S., L'Excellent J.-Y., Koster J. A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. 2001. Vol. 23 (1). P. 15–41. doi:10.1137/S089547989935819.

Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956a. Vol. 28 (2). P. 168–178. doi:10.1121/1.1908239.

Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956b. Vol. 28 (2). P. 179–191. doi:10.1121/1.1908241.

Bollhöfer M., Schenk O., Janalik R., Hamm S., Gullapalli K. State-of-the-art sparse direct solvers // Grama A., Sameh A. (Eds.) Parallel Algorithms in Computational Science and Engineering. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Baser: Birkhäuser Cham, 2020. P. 3–33. doi:10.48550/arXiv.1907.05309.

Calandrini S., Aulisa E., Ke G. A field-split preconditioning technique for fluid-structure interaction problems with applications in biomechanics // International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering. 2020. Vol. 36 (3). P. e3301. doi:10.1002/cnm.3301.

Masson Y.J., Pride S.R., Nihei K.T. Finite difference modeling of Biot's poroelastic equations at seismic frequencies // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2006. Vol. 111 (B10305). P. 1–13. doi:10.1029/2006JB004366.

Novikov M.A., Lisitsa V.V., Bazaikin Ya.V. Wave propagation in fractured-porous media with different percolation length of fracture systems // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. Vol. 41 (8). P. 1533–1544. doi:10.1134/S1995080220080144.

Novikov M., Lisitsa V., Khachkova T., Reshetova D., Vishnevsky D. Numerical algorithm of seismic wave propagation and seismic attenuation estimation in anisotropic fractured porous fluid-saturated media // 21st International Conference on Computational Science and Its Applications, ICCSA 2021. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2021. Vol. 12949 LNCS. P. 434–448. doi:10.1007/978-3-030-86653-2_32.

Li X.S. An overview of SuperLU: Algorithms, implementation, and user interface // ACM Transactions on Mathematical Software. 2005. Vol. 31 (3). P. 302–325. doi:10.1145/1089014.1089017.

Quintal B., Steeb H., Frehner M., Schmalholz S.M. Quasi-static finite element modeling of seismic attenuation and dispersion due to wave-induced fluid flow in poroelastic media // Journal of Geophysical Research. 2011. Vol. 116 (B1). P. 1–17. doi:10.1029/2010JB007475.

Reshetova G., Romenski E. Diffuse interface approach to modeling wavefields in a saturated porous medium // Applied Mathematics and Computation. 2021. Vol. 398. P. 12598. doi:10.1016/j.amc.2021.125978.

Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. New York: PWS Publishing, 1996. 447 p.

Solovyev S., Novikov V., Lisitsa V. Numerical solution of anisotropic Biot equations in quasi-static state // 22nd International Conference on Computational Science and Its Applications, ICCSA 2022. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2022. Vol. 13378 LNCS. P. 310–327. doi:10.1007/978-3-031-10562-3_23.

Stuben K. A review of algebraic multigrid // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2001. Vol. 128 (1–2). P. 281–309. doi:10.1016/S0377-0427(00)00516-1.

REFERENCES

Alekseev A.S., Mikhailenko B.G. The solution of dynamic problems of elastic wave propagation in inhomogeneous media by a combination of partial separation of variables and finite-difference methods // Journal of Geophysics. 1980. Vol. 48 (1). P. 161–172.

Amestoy P.R., Duff I.S., L'Excellent J.-Y., Koster J. A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. 2001. Vol. 23 (1). P. 15–41. doi:10.1137/S089547989935819.

Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956a. Vol. 28 (2). P. 168–178. doi:10.1121/1.1908239.

Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // Journal of the Acoustical Society of America. 1956b. Vol. 28 (2). P. 179–191. doi:10.1121/1.1908241.

Bollhöfer M., Schenk O., Janalik R., Hamm S., Gullapalli K. State-of-the-art sparse direct solvers // Grama A., Sameh A. (Eds.) Parallel Algorithms in Computational Science and Engineering. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Baser: Birkhäuser Cham, 2020. P. 3–33. doi:10.48550/arXiv.1907.05309.

Calandrini S., Aulisa E., Ke G. A field-split preconditioning technique for fluid-structure interaction problems with applications in biomechanics // International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering. 2020. Vol. 36 (3). P. e3301. doi:10.1002/cnm.3301.

Masson Y.J., Pride S.R., Nihei K.T. Finite difference modeling of Biot's poroelastic equations at seismic frequencies // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2006. Vol. 111 (B10305). P. 1–13. doi:10.1029/2006JB004366.

Novikov M.A., Lisitsa V.V., Kozyaev A.A. Numerical modeling of wave processes in fractured porous fluid-saturated media // Numerical Methods and Programming. 2018. Vol. 19 (2). P. 130–149.

Novikov M.A., Lisitsa V.V., Bazaikin Ya.V. Wave propagation in fractured-porous media with different percolation length of fracture systems // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. Vol. 41 (8). P. 1533–1544. doi:10.1134/S1995080220080144.

Novikov M., Lisitsa V., Khachkova T., Reshetova D., Vishnevsky D. Numerical algorithm of seismic wave propagation and seismic attenuation estimation in anisotropic fractured porous fluid-saturated media // 21st International Conference on Computational Science and Its Applications, ICCSA 2021. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2021. Vol. 12949 LNCS. P. 434–448. doi:10.1007/978-3-030-86653-2_32.

Li X.S. An overview of SuperLU: Algorithms, implementation, and user interface // ACM Transactions on Mathematical Software. 2005. Vol. 31 (3). P. 302–325. doi:10.1145/1089014.1089017.

Quintal B., Steeb H., Frehner M., Schmalholz S.M. Quasi-static finite element modeling of seismic attenuation and dispersion due to wave-induced fluid flow in poroelastic media // Journal of Geophysical Research. 2011. Vol. 116 (B1). P. 1–17. doi:10.1029/2010JB007475.

Reshetova G., Romenski E. Diffuse interface approach to modeling wavefields in a saturated porous medium // Applied Mathematics and Computation. 2021. Vol. 398. P. 12598. doi:10.1016/j.amc.2021.125978.

Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. New York: PWS Publishing, 1996. 447 p.

Solovyev S., Novikov V., Lisitsa V. Numerical solution of anisotropic Biot equations in quasi-static state // 22nd International Conference on Computational Science and Its Applications, ICCSA 2022. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2022. Vol. 13378 LNCS. P. 310–327. doi:10.1007/978-3-031-10562-3_23.

Solovyev S.A., Novikov M.A., Lisitsa V.V. Numerical solution of anisotropic Biot equations of poroelastic fluid-saturated media in quasi-static state for numerical upscaling // Numerical Methods and Programming. 2023. Vol. 24 (1). P. 67–88. doi:10.26089/NumMet.v24r106.

Stuben K. A review of algebraic multigrid // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2001. Vol. 128 (1–2). P. 281–309. doi:10.1016/S0377-0427(00)00516-1.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

СОЛОВЬЕВ Сергей Александрович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института математики СО РАН. Основные научные интересы: методы численного решения СЛАУ, высокопроизводительные вычисления.

КОСТИН Виктор Иванович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численное моделирование сейсмических волновых полей, высокопроизводительные вычисления.

ЛИСИЦА Вадим Викторович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов в пористых средах, https://orcid.org/0000-0003-3544-4878.

НОВИКОВ Михаил Александрович – младший научный сотрудник лаборатории Института математики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы решения уравнений пороупругости, методы численной оценки затухания сейсмических волн, https://orcid.org/0000-0002-6373-3370.

Вклад авторов: Лисица В.В. и Костин В.И. сформулировали математическую постановку задачи в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022. Соловьев С.А. разрабатывал алгоритмы численного решения, а Новиков В.А. проводил численное моделирование при поддержке гранта РНФ № 19-77-20004-П.

Статья поступила в редакцию 20 ноября 2023 г.,
одобрена после рецензирования 25 декабря 2023 г.,
принята к публикации 27 декабря 2023 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 29–46. **www.rjgt.ru**

Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 29–46.

Обзорная статья / Review article

УДК 519.63, 550.3

doi:10.18303/2619-1563-2024-1-29

КРЫЛОВСКИЕ И РАЦИОНАЛЬНЫЕ КРЫЛОВСКИЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГЕОФИЗИКИ

Леонид Аронович Книжнерман

Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, 119333, Москва, ул. Губкина, 8, Россия, lknizhnerman@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-8622-1503

Аннотация. Решения многих дискретизированных по пространству задач, связанных с вычислительной геофизикой, представляются в виде $u = f(A)\varphi$, где $A \in \boldsymbol{R}^{N\times N}$, $\varphi \in \boldsymbol{R}^N$, f – функция. Мы рассматриваем аппроксимации к u на основе подхода Галёркина для полиномиальных и рациональных подпространств Крылова. Мы описываем соответствующие вычислительные методы – метод Ланцоша и рациональный метод Арнольди, а также их приложение к решению некоторых задач вычислительной геофизики (из области электрокаротажа, термокаротажа, электроразведки). Цель этой обзорной статьи – научить читателя применять описанные здесь методы к его прикладным задачам.

Ключевые слова: вычислительная геофизика, численное решение уравнений в частных производных, крыловские методы, рациональные крыловские методы

Финансирование: работа поддержана Отделением Московского центра фундаментальной и прикладной математики в ИВМ РАН (соглашение 075-15-2022-286 с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации).

Благодарности: автор благодарит В.Л. Друскина, М.Ю. Заславского и Ping Lee за написание совместных с автором статей, включенных в этот обзор.

Для цитирования: Книжнерман Л.А. Крыловские и рациональные крыловские методы численного решения некоторых задач вычислительной геофизики // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 29–46. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-29.

KRYLOV AND RATIONAL KRYLOV METHODS OF NUMERICAL SOLUTION OF SOME PROBLEMS OF COMPUTATIONAL GEOPHYSICS

Leonid A. Knizhnerman

Marchuk Institute of Numerical Mathematics RAS, Gubkin Str., 8, Moscow, 119333, Russia, lknizhnerman@gmail.com, https://orcid.org/0000-0002-8622-1503

Abstract. The solutions of many spatially discretized problems, related with computational geophysics, are presented as $u = f(A)\varphi$, where $A \in \boldsymbol{R}^{N\times N}$, $\varphi \in \boldsymbol{R}^N$, f is a function. We consider approximations to u on the basis of Galerkin approach for polynomial and rational Krylov subspaces. We describe the corresponding computational methods – the ones of Lanczos and rational Arnoldi, and also their application to solving some problems of computational geophysics (in the area of electrologging, thermal logging, electrical prospecting). The aim of this review paper is to instruct the reader to apply the methods described here to his applied problems.

Keywords: computational geophysics, numerical solution of partial differential equations, Krylov methods, rational Krylov methods

Funding: The study was supported by Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics at Marchuk Institute of Numerical Mathematics of Russian Academy of Sciences (Agreement No. 075-15-2022-286 with the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation).

Acknowledgments: The author is grateful to V.L. Druskin, M.Yu. Zaslavsky, and Ping Lee for writing joint articles.

For citation: Knizhnerman L.A. Krylov and rational Krylov methods of numerical solution of some problems of computational geophysics // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 29–46. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-29.

ВВЕДЕНИЕ

Решения многих дискретизированных по пространству задач, связанных с уравнениями математической физики (в том числе с вычислительной геофизикой), представляются в виде $u = f(A)\varphi$, где A – вещественная симметричная матрица, φ – вектор и f – функция (может быть функцией с параметром), определенная на спектральном интервале A.

Вполне естественным является нежелание вычислять матрицу $f(A)$ и затем умножать ее на φ, что может быть запредельно дорого. Вместо этого можно ввести в игру вектор φ с самого начала и искать приближения к u в виде $u_m = f_m(A)\varphi$, где f_m – многочлен степени $\le m-1$ или рациональная функция с суммарным числом корней и полюсов до $m-1$. При этом u_m будет принадлежать соответственно подпространству Крылова или рациональному подпространству Крылова.

Мы рассматриваем аппроксимации на основе подхода Галёркина для полиномиальных и рациональных подпространств Крылова. Соответствующие вычислительные методы называются методом Ланцоша (сокращенно м. Л.) и рациональным методом Арнольди (сокращенно р. м. А.).

В первой части этой обзорной статьи мы приводим базовую информацию о м. Л., включая общие оценки погрешности в точной арифметике и (схематично) их доказательства. Рассматриваются вопросы практической реализации метода. Обсуждается также (весьма существенное) влияние машинной арифметики. Во второй части статьи мы, следуя принципу «от простого к сложному», описываем несколько вариантов р. м. А., примененных к решению некоторых задач вычислительной геофизики. Эта часть сложнее первой. Методы, описанные в статье, развиваются с участием автора с конца 1980-х годов. Они применялись к задачам электрокаротажа, термокаротажа, электроразведки (в квазистационарном приближении).

Цель статьи дидактическая: дать читателю средства самостоятельно применять описанные здесь методы к его прикладным задачам и априори оценивать скорость сходимости с помощью получаемых им оценок погрешности. Материал, в том числе некоторые доказательства, взят из статей, написанных совместно с Владимиром Друскиным, Михаилом Заславским и Пинг Ли.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ОТ САМОСОПРЯЖЕННОЙ МАТРИЦЫ, УМНОЖЕННОЙ НА ВЕКТОР, ПОЛИНОМИАЛЬНЫМИ МЕТОДАМИ

Мы рассматриваем задачу приближенного вычисления вектора

$$u = f(A)\varphi, \qquad A \in \boldsymbol{R}^{N\times N}, \qquad A^{\mathrm{T}} = A, \qquad \varphi \in \boldsymbol{R}^{N}, \tag{1}$$

где функция f определена (по меньшей мере) на спектральном интервале матрицы A. Можно считать без ограничения общности, что

$$\|\varphi\| = 1. \tag{2}$$

Введем в рассмотрение спектр матрицы A: $\lambda_i,\ i = 1,2,\dots,N,\ \lambda_{i+1} \geq \lambda_i,\ \lambda_N > \lambda_1$, – собственные значения A, z_i – соответствующие ортонормированные собственные векторы. Разложение начального вектора и искомого результата[1] записываются в виде

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i\, z_i, \qquad u = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i\, f(\lambda_i) z_i.$$

Мы хотим брать аппроксиманты u_m к u из подпространств Крылова[2]

$$\mathcal{K}^m(A,\varphi) = \operatorname{span}\{A^0\varphi, A^1\varphi, \dots, A^{m-1}\varphi\}, \qquad m \geq 1. \tag{3}$$

Непосредственная работа со степенным базисом

$$(A^0\varphi, A^1\varphi, \dots, A^{m-1}\varphi) \tag{4}$$

вычислительно неустойчива, т. к. последовательное умножение на A «убивает» низкочастотную часть вектора. Борьба с вычислительной неустойчивостью при работе со степенным базисом (4) приводит к вычислению каких-либо ортонормальных многочленов от A, умноженных на φ. Имеются следующие варианты:

1. Вычисляются классические ортогональные многочлены. Ниже описано использование сдвинутых на спектральный интервал A многочленов Чебышёва.
2. Применяется ортогонализация по Граму––Шмидту базиса (4). Это приводит к многочленам, ортогональным по спектральной (дискретной) мере пары (A,φ). Соответствующий метод называется методом Ланцоша.

МЕТОД ОПЕРАТОРНЫХ РЯДОВ ЧЕБЫШЁВА

Сделаем чисто техническое преобразование матрицы и функции

$$B = \frac{\lambda_N + \lambda_1}{\lambda_N - \lambda_1} I_N - \frac{2}{\lambda_N - \lambda_1} A, \quad g(x) = f\left[\frac{\lambda_N + \lambda_1 - (\lambda_N - \lambda_1)x}{2}\right], \tag{5}$$

вызванное тем, что многочлены Чебышёва ортогональны на интервале $[-1,1]$. Введем в рассмотрение ряд Чебышёва функции g [Пашковский, 1983]

$$g(x) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k\, T_k(x), \tag{6}$$

[1]Матричные функции эквивалентным образом определяют и другими способами, например, матричными рядами.
[2]Во второй части статьи мы обобщим подпространства Крылова и перейдем от полиномиальных аппроксимаций к рациональным.

предполагая, что функция g достаточно регулярна (ряд к ней сходится). Поскольку $u = f(A)\varphi = g(B)\varphi$, то возьмем в качестве приближенного значения (1) вектор

$$v_m = \sum_{k=0}^{m-1} g_k\, T_k(B)\varphi. \qquad (7)$$

Утверждение 1 [Друскин, Книжнерман, 1989; теорема 1]. Пусть ряд (6) абсолютно сходится на $[-1,1]$. Тогда справедлива оценка погрешности

$$\|u - v_m\| \le \sum_{k=m}^{\infty} |\, g_k| < +\infty. \qquad (8)$$

Доказательство. Так как $T_k(1) = 1$ для всех $k \ge 0$ и ряд (6) при $x = 1$ абсолютно сходится, то

$$\sum_{k=m}^{\infty} |\, g_k| < +\infty.$$

Учитывая нормировку (2), определения (6) и (7) и неравенства $\|B\| \le 1$, $|T_k(x)| \le 1$ $(-1 \le x \le 1)$, получаем

$$\|u - v_m\| \le \textstyle\sum_{k=m}^{\infty} |\, g_k| \cdot \|T_k(B)\| \cdot \|\varphi\| \le \sum_{k=m}^{\infty} |\, g_k|.$$

МЕТОД СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ЛАНЦОША

Процесс Ланцоша (см. [Парлетт, 1983]), первоначально предназначенный для решения спектральных задач, применяется и для вычисления матричных функций, умноженных на вектор. За m шагов процесс Ланцоша в подпространстве Крылова (3) строит базис

$$q_1, q_2, \dots, q_m, \qquad Q_m^{\mathrm{T}} Q_m = I_m \qquad \text{с} \quad Q_m = (q_1 q_2 \dots q_m),$$

получаемый в результате ортогонализации по Граму—Шмидту степенной последовательности (4). Ортогонализация проводится с помощью трехчленной рекурсии[3]

$$A q_i = \beta_{i-1} q_{i-1} + \alpha_i q_i + \beta_i q_{i+1}, \qquad \beta_0 q_0 = 0, \quad q_1 = \varphi, \quad \beta_i \ge 0. \qquad (9)$$

Обозначим через H_m симметричную трехдиагональную матрицу

$$H_m = \mathbf{tridiag}\,(\beta_{i-1}\ \alpha_i\ \beta_i).$$

В качестве аппроксиманты к u метод выдает вектор

$$u_m = Q_m f(H_m) e_1, \qquad e_1 = (1\ 0\ \dots 0)^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{R}^m. \qquad (10)$$

Это аппроксимация Рэлея—Ритца на подпространстве Крылова (3).

[3]При программировании рекурсии надо строго следовать формулам из [Парлетт, 1983], иначе можно получить *немодифицированную* процедуру Грама—Шмидта и, как следствие, неработоспособность программы в условиях машинной арифметики.

Лемма 1 [Друскин, Книжнерман, 1989; теорема 2]. Если $f = p$ – многочлен степени не выше $m-1$, то $u_m = u$.

Доказательство. Учитывая трехдиагональность H, равенство $q_1 = \varphi$ и соотношение (мы здесь и далее будем опускать индексы у Q и H)

$$AQ - QH = \beta_m q_{m+1} e_m^{\mathrm{T}}, \qquad 0 \le j \le m-1, \tag{11}$$

являющееся матричным выражением рекурсии (9), показываем конечной индукцией по степени, что

$$A^j \varphi = QH^j e_1, \tag{12}$$

что достаточно, т. к. многочлены являются линейной комбинацией одночленов.

При $j = 0$ (12) верно. Если это равенство верно для j, $0 \le j \le m-2$, то

$$\begin{aligned} A^{j+1}\varphi = AA^j\varphi = AQH^j e_1 = (QH + \beta_m q_{m+1} e_m^{\mathrm{T}})H^j e_1 \\ = QH^{j+1}e_1 + \beta_m q_{m+1} e_m^{\mathrm{T}} H^j e_1 = QH^{j+1} e_1. \end{aligned}$$

Масштабируем симметричную трехдиагональную $m \times m$-матрицу H в соответствии с (5):

$$V = \frac{\lambda_N + \lambda_1}{\lambda_N - \lambda_1} I_m - \frac{2}{\lambda_N - \lambda_1} H.$$

Поскольку, по построению, $\lambda_1 I_m \le H \le \lambda_N I_m$, то $-I_m \le V \le I_m$, так что $\|V\| \le 1$.

Теорема 1 [Друскин, Книжнерман, 1989; теорема 1]. Пусть ряд (6) абсолютно сходится на $[-1,1]$. Тогда справедлива оценка погрешности

$$\|u - u_m\| \le 2 \sum_{k=m}^{\infty} |\, g_k| < +\infty. \tag{13}$$

Доказательство. С помощью леммы 1, формул (2), (11) и формул

$$\|B\| \le 1, \quad \|V\| \le 1, \quad \|Q\| = 1, \quad \max_{-1 \le x \le 1} |\, T_k(x)| = 1$$

получаем

$$\begin{aligned} \|u - u_m\| = \left\| \sum_{k=0}^{\infty} g_k \left[T_k(B)\varphi - QT_k(V)e_1 \right] \right\| = \left\| \sum_{k=m}^{\infty} g_k \left[T_k(B)\varphi - QT_k(V)e_1 \right] \right\| \\ \le \textstyle\sum_{k=m}^{\infty} g_k \left[\|T_k(B)\| \cdot \|\varphi\| + \|Q\| \cdot \|T_k(V)\| \cdot \|e_1\| \right] \le 2 \sum_{k=m}^{\infty} |\, g_k|. \end{aligned}$$

Замечание 1. Сравнивая (13) и (8), видим, что оценка погрешности м. Л. в два раза превышает оценку погрешности метода операторных рядов Чебышёва. Возникает вопрос: зачем нужен м. Л.?

На практике, однако, м. Л. часто выигрывает благодаря адаптации к спектру – зависимости результатов от спектра (A, φ), позволяющей получать лучшие результаты, чем обещают оценки, основанные только на спектральном интервале. Метод Ланцоша как спектральный метод предписывает искать приближения к некоторым (обычно крайним или хорошо отделенным) собственным значениям A среди собственных значений H. После того как какое-то собственное значение A хорошо сошлось, м. Л.

начинает сходиться так, как будто сошедшегося собственного значения не существует, т. е. задача становится проще.

Кроме того, м. Л. не требует знания границ спектра. И если верхнюю границу спектра нередко можно вывести из теоремы Гершгорина, то с нижней границей бывают трудности.

Замечание 2. Обычные способы вычисления аппроксиманты (10):

1. Решение спектральной задачи для трехдиагональной симметричной матрицы H.
2. Использование рациональных аппроксимаций трехдиагональной симметричной матрицы H.
3. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ), индуцированной исходной задачей, если последняя связана с решением СОДУ.

Надо иметь в виду, что в геофизических приложениях нужно хранить лишь те компоненты векторов q_j, которые соответствуют местам расположения приемников поля, а не хранить полную матрицу Q. Это сильно уменьшает вероятность переполнения оперативной памяти и необходимости применения рестартов.

Замечание 3. Обычные критерии остановки процесса Ланцоша:

1. По стабилизации приближенного решения в приемниках поля (возможно, с подбором параметров в формуле с оценкой погрешности – тогда можно оценить реальную текущую ошибку и спрогнозировать дальнейшее поведение процесса).
2. По невязке, если задача связана с решением СОДУ.

Замечание 4. Простой (без дополнительной ортогонализации) метод Ланцоша представляет собой яркий пример метода, неустойчивого по промежуточным результатам, но финально выдающего правильные ответы!

Оценка погрешности м. Л. в машинной арифметике была дана в [Друскин, Книжнерман, 1991] и, при более жестких ограничениях, в [Greenbaum, 1989].

Для анализа влияния ошибок округления на процесс Ланцоша было построено чебышёвское рекуррентное соотношение с правой частью порядка элементарной машинной ошибки округления ϵ, которая (правая часть) отвечает за неточность процесса. Получение оценки ошибки м. Л., в правой части которой (оценки) слагаемое, отвечающее за ошибки округления, линейно по ϵ (что выведено из результатов К. Пэйджа, см. [Парлетт, 1983]), свелось к доказательству устойчивости чебышёвской рекурсии.

Наличие такой оценки ошибки не означает устойчивости процесса: выход статей с теоремами не изменил чудесным образом реальных свойств метода. Промежуточные результаты счета на разных компьютерах как могли отличаться друг от друга, так и могут отличаться. Однако пользователь не должен этого пугаться, т. к. ошибка на всех компьютерах удовлетворяет доказанным оценкам и в итоге пользователь получит правильный результат.

ПРИЛОЖЕНИЕ М. Л. К РЕШЕНИЮ ЧАСТОТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОТРИЦАТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛЕННОГО ОПЕРАТОРА

Мы рассматриваем задачу вычисления вектора

$$(A - i\omega I)^{-1}\varphi, \qquad A \geq 0, \qquad \omega > 0. \tag{14}$$

Без ограничения общности (одновременно нормируя матрицу A и частоту ω на $\|A\|$) можно считать, что $0 \le A \le I$, и воспользоваться формулой из [Пашковский, 1983]

$$\frac{1}{(1+p)^2 - 4px} = \frac{2}{1-p^2} \sum_{k=0}^{\infty}{}' \, p^k T_k^*(x),$$

где T_k^* – смещенные (на $[0,1]$) многочлены Чебышёва, $p \in \boldsymbol{C}$, $|p| < 1$, и штрих при знаке суммы означает, что слагаемое при $k = 0$ делится на два.[4]

Чтобы полюс попал в точку $i\omega$, $\omega > 0$, в качестве p нужно выбрать меньший единицы по модулю корень уравнения

$$p^2 + (2 - 4i\omega)p + 1 = 0.$$

Для получения оценки останется просуммировать геометрическую прогрессию.

Замечание 5. Если нужны несколько частот ω, то это соответствует вычислению нескольких матричных функций, а процесс Ланцоша остается один.

Замечание 6. Сведéние трехмерной частотной задачи электроразведки в квазистационарном приближении к вычислению вектора вида (14) описано в [Друскин, Книжнерман, 1988], где надо обратить внимание на замечание 3 в пункте 4.

ПРИЛОЖЕНИЕ М. Л. К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Решение задачи Коши для однородного эволюционного уравнения

$$Au + \frac{du}{dt} = 0 \quad (t > 0), \qquad u|_{t=0} = \varphi, \qquad A \ge 0, \tag{15}$$

эквивалентно вычислению операторной экспоненты

$$u(t) = e^{-tA}\varphi. \tag{16}$$

Введем обозначение $a = \frac{t\lambda_n}{2}$.

Утверждение 2 [Друскин, Книжнерман, 1991; теорема 4]. При $m \le a$ для вычисления (16) справедлива оценка погрешности

$$\|u - u_m\| \le 2\left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} + O\left(\frac{m}{a}\right)\right]\frac{\sqrt{a}}{m}\exp\left[-\frac{m^2}{2a} + O\left(\frac{m^4}{a^3}\right)\right]. \tag{17}$$

Оценка (17) содержательна при больших значениях a, удовлетворяющих условию $\sqrt{a} \ll m \ll a$. Из оценки видно, что при больших значениях a число шагов процесса, нужное для достижения приемлемой точности, примерно пропорционально $\sqrt{t}$, а не t, как у явной временнóй разностной схемы с постоянным шагом.

[4]Отличие смещенных многочленов Чебышёва T_k^* от обычных T_k носит чисто технический характер и несущественно для изложения.

В доказательстве используются разложение из [Пашковский, 1983]

$$e^{ax} = \sum_{k=0}^{\infty}{}' I_k(a)T_k(x),$$

где I_k – функции Бесселя, и оценка функций Бесселя из [Бейтмен, Эрдейи, 1984].

Замечание 7. Если нужны несколько значений времени t, то это соответствует вычислению нескольких матричных функций, а процесс Ланцоша остается один.

Замечание 8. Свед́ение трехмерной временно́й задачи электроразведки в квазистационарном приближении к вычислению вектора вида (16) описано в [Друскин, Книжнерман, 1988].

ПРИЛОЖЕНИЕ М. Л. К РЕШЕНИЮ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ РАЗНЫХ РЕЖИМАХ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОЛЯ

Предполагаем в этом параграфе, что $A > 0$.

Из решения задачи (15), соответствующей мгновенному импульсу при $t = 0$:

$$U_{\text{pulse}}(t) = \exp(-tA)\varphi,$$

можно получить решение задачи с другим режимом возбуждения поля как временну́ю свертку решения задачи с мгновенным импульсом и временно́й функции возбуждения (при том же пространственном распределении источника, соответствуем вектору φ). Приведем два простейших примера, с которыми можно встретиться, например, в электромагнитных и тепловых задачах.

Режим включения возбуждения в момент $t = 0$ приводит к решению

$$U_{\text{switch on}}(t) = \int_0^t \exp(-(t-\tau)A)\, d\tau \cdot \varphi = A^{-1}[I - \exp(-tA)]\varphi,$$

что соответствует свертке с функцией Хэвисайда $\chi(t)$ – характеристической функцией интервала $[0, +\infty)$.

Режим выключения возбуждения в момент $t = 0$ приводит к решению

$$U_{\text{switch off}}(t) = \int_0^{+\infty} \exp(-(t+\tau)A)\, d\tau \cdot \varphi = A^{-1}\exp(-tA)\varphi,$$

что соответствует свертке с функцией $1 - \chi(t)$ – характеристической функцией интервала $[-\infty. 0)$.

Замечание 9. Перемножать ряды Чебышёва с целью получения оценок сходимости можно с помощью тождества

$$T_k T_l = \frac{T_{k+l} + T_{|k-l|}}{2}, \qquad k, l \in \boldsymbol{N}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ М. Л. К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим задачу

$$Au + \frac{d^2u}{dt^2} = 0, \qquad u(0) = \varphi, \qquad \frac{du}{dt}(0) = 0, \tag{18}$$

$$u(t) = \cos\,(t\sqrt{A})\varphi, \qquad A \geq 0.$$

Введем определения

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\lambda_n}}, \qquad x = \frac{2t}{\tau}, \qquad \xi = \frac{2m}{x} - 1.$$

Утверждение 3 [Друскин, Книжнерман, 1989; теорема 6]**.** Если $0 < \xi \leq 1$, то для решения задачи (18) имеет место оценка погрешности

$$\|u - u_m\| \leq \frac{1 + O\left(\frac{1}{x} + \sqrt{\xi}\right)}{\sqrt{\pi}\,\sqrt[4]{4m^2 - x^2}} \frac{exp\left\{-x\left[\frac{(2\xi)^{1.5}}{3} + O(\xi^2)\right]\right\}}{\sqrt{\xi}}. \tag{19}$$

Оценка (19) практична при больших x и $\sqrt{x} \ll 2m - x \ll x$. Оценка не гарантирует более быстрой сходимости м. Л. по сравнению с временно́й разностной схемой с предельным по устойчивости шагом. Выигрыш возможен для гладких решений благодаря адаптации, но в геофизических задачах обычно есть фронты.

В доказательстве используются разложение

$$u(t) = 2\sum_{k=0}^{\infty} J_{2k}\,(x) T_k(B)\varphi$$

и оценка функций Бесселя J_l.

ПРИЛОЖЕНИЕ М. Л. К РЕШЕНИЮ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С КОЭФФИЦИЕНТАМИ, НЕ ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Пусть $A > 0$, т. е. $\lambda_1 > 0$. Рассмотрим краевую задачу

$$Au - \frac{d^2u}{dz^2} = 0, \quad z > 0, \qquad u|_{z=0} = \varphi, \qquad u|_{z=+\infty} = 0. \tag{20}$$

Решение задачи (20) выражается формулой $u(z) = \exp\,(-z\sqrt{A})\varphi$. Можно рассматривать матрицу A как (слегка преобразованную) дискретизацию эллиптического оператора по пространственным переменным x и y, а задачу в целом – как квазитрехмерную со средой, не зависящей от аппликаты z.

Положим $c = (\lambda_n + \lambda_1)/(\lambda_n - \lambda_1) > 1$ и определим обратную функцию Жуковского $\Phi(w) = w + \sqrt{w^2 - 1}$.

Утверждение 4 [Друскин, Книжнерман, 1989; теорема 8]. Для решения задачи (6.1) справедлива оценка погрешности

$$\|u - u_m\| \leq 4\Phi(c)^{-m}[1 - \Phi(c)^{-1}]^{-1}.$$

В доказательстве получается и используется оценка аналитического продолжения вычисляемой функции со спектрального интервала A.

ПРИЛОЖЕНИЕ М. Л. К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ МЕТОДАМИ РАСЩЕПЛЕНИЯ

В методах расщепления прямолинейное вычисление матричной экспоненты (16) при решении задачи (15) приближенно заменяется вычислением умноженных на вектор одночленов $C^s\varphi$, где $C = C^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{R}^{N\times N}$, $\|C\| \leq 1$, и $s \in \mathbb{N}$ равно отношению времени $t \geq 0$ к шагу метода расщепления $\tau > 0$. Для приближенного же решения последней задачи можно применить м. Л. к функции $f(\lambda) = \lambda^s$ (одночлену).

В двухциклических схемах расщепления оператор перехода C удовлетворяет неравенству $0 \leq C \leq I$.

Утверждение 5 [Druskin, Knizhnerman, 1992; теорема 2.1]**.** В случае $0 \leq C \leq I$ справедлива оценка погрешности

$$\|u - u_m\| \tag{21}$$
$$\leq \frac{2}{m}\sqrt{\frac{2s}{\pi}}\left[1 + O\left(\frac{m}{s}\right) + O\left(\frac{1}{s-m}\right)\right]\exp\left[-\frac{m^2}{s} + O\left(\frac{m^3}{s^2}\right)\right].$$

В доказательстве используется разложение по смещенным многочленам Чебышёва

$x^s = 2^{-2s+1}\sum_{i=0}^{s}\binom{2s}{i}T_{s-i}^{\mathrm{T}}(x)$; $\binom{\cdot}{\cdot}$ – биноминальные коэффициенты.

Из оценки (21) следует, что для достижения разумного уровня погрешности достаточно делать число шагов m порядка $m \asymp \sqrt{t}$.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВ КРЫЛОВА – Р. М. А.)

Рациональный метод Арнольди предложен в [Ruhe, 1994]. В этом методе используются рациональные подпространства Крылова

$$\operatorname{span}\left\{\prod_{j=1}^{0}(A - s_jI)^{-1}\cdot\varphi, \prod_{j=1}^{1}(A - s_jI)^{-1}\cdot\varphi, \dots,\right. \tag{22}$$
$$\left.\prod_{j=1}^{m-1}(A - s_jI)^{-1}\cdot\varphi\right\},$$
$$s_j \in \overline{\boldsymbol{C}}$$

($\overline{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{C} \cup \{\infty\}$ – расширенная комплексная плоскость). В случае $s_j = \infty$ множитель $(A - s_jI)^{-1}$ в (22) заменяется на A.

Пусть Q – результат ортогонализации по модифицированному Граму—Шмидту выписанного в (22) базиса, $Q^{\mathrm{T}}Q = I$. Тогда m-ая аппроксиманта метода определяется как $Qf(Q^{\mathrm{T}}AQ)Q^{\mathrm{T}}\varphi$.

В общем случае вычисления в р. м. А. гораздо сложнее, чем в м. Л. (или даже в методе Арнольди). Системы линейных уравнений с матрицами $A - s_j I$ решаются с помощью факторизации или итерационно. Применение р. м. А. имеет смысл, если эта сложность окупается лучшими аппроксимационными свойствами применяемых рациональных функций.

ПРИЛОЖЕНИЕ Р. М. А. К ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЗАДАЧЕ С НИЗКИМИ ЧАСТОТАМИ. М. Л. С ОБРАТНОЙ МАТРИЦЕЙ

Мы здесь рассматриваем систему уравнений Максвелла с нулевой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 0$ и постоянной магнитной проницаемостью $\mu = 1$. После исключения напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$ получаем уравнение относительно напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$:

$$\sigma^{-1}\,\mathbf{rot}\,(\mathbf{rot}\ \boldsymbol{E}) + i\omega\boldsymbol{E} = i\omega\sigma^{-1}\boldsymbol{J}, \qquad x \in \Omega \subset \boldsymbol{R}^3, \tag{23}$$

$$\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{n}|_{\partial\Omega} = 0,$$

где σ – электропроводность, $\boldsymbol{n}$ – вектор внешней нормали к границе $\partial\Omega$ области Ω и источник внешних токов $\boldsymbol{J}$ мы считаем магнитным: $\mathrm{grad}\ \boldsymbol{J} = 0$.

Оператор $A = \sigma^{-1}\,\mathbf{rot}\,(\mathbf{rot}\,\cdot)$ самосопряжен и неотрицательно определен с пространственным весом σ.

Мы дискретизируем задачу по пространству и с помощью специальной техники переходим к подпространству (ортогональному дополнению к ядру). Та же техника позволяет нам на этом подпространстве экономично применять A^{-1} к векторам.

Задачу (23) можно компактно записать в виде

$$(A + i\omega I)\boldsymbol{E} = i\omega\sigma^{-1}\boldsymbol{J},$$

а ее решение выражается формулой

$$\boldsymbol{E} = -i\omega^{-1}(A^{-1} - i\omega^{-1}I)A^{-1}(\sigma^{-1}\boldsymbol{J}).$$

Мы применяем процесс Ланцоша с оператором A^{-1} и начальным вектором $A^{-1}(\sigma^{-1}\boldsymbol{J})$. Этот процесс можно рассматривать как рациональный крыловский процесс с единственным (многократным) полюсом 0.

Как показано в статье [Druskin et al., 1999], где и предложен обсуждаемый в этом параграфе алгоритм, стоимость одного применения A^{-1} к вектору – решение одного скалярного дивергентного уравнения с дивергентным коэффициентом σ (делается с помощью предобуславливателя – неполного LU-разложения) и решение трех скалярных уравнений с лапласианом. В той же статье эффективность алгоритма подтверждена результатами численных экспериментов.

МЕТОД РАСШИРЕННЫХ ПОДПРОСТРАНСТВ КРЫЛОВА

Описание метода

В методе расширенных подпространств Крылова (сокращенно м. р. п. К.) используется частный вид рационального подпространства Крылова:

$$\mathrm{span}\,\{\varphi, A\varphi, A^{-1}\varphi, A^2\varphi, A^{-2}\varphi, \dots, A^m\varphi, A^{-m}\varphi\}.$$

Соответствующий класс функций, аппроксимируемых линейными комбинациями функций

$$1, z, z^{-1}, z^2, z^{-2}, \dots, z^m, z^{-m},$$

включает марковские (стилтьесовские) функции и, грубо говоря, содержит функции, аналитические в плоскости с разрезом $\boldsymbol{C}\backslash(-\infty, 0]$ и имеющие на берегах разреза умеренный рост при $z \to -\infty \pm 0i$.

Примеры аппроксимируемых функций, встречающихся в уравнениях математической физики:

- Решение эллиптического уравнения с параметром среды, не зависящим от одной переменной

$$f(A; z)\varphi = e^{-z\sqrt{A}}\varphi \text{ (}z\text{ – параметр).}$$

- Отображение Дирихле—Нейман

$$f(A)\varphi = A^{-1/2}\varphi.$$

- Уравнение постоянного тока в цилиндрической системе координат (θ — угловой параметр)

$$f(A;\theta)\varphi = \frac{1}{2\pi}A^{-1} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \cos\ k\,\theta(A + k^2 I)^{-1}.$$

Замечание 10. Метод расширенных подпространств Крылова был в первоначальной форме предложен и первоначально исследован в [Druskin, Knizhnerman, 1998].

Замечание 11. Удобная короткая рекурсия для процесса ортогонализации Гильберта—Шмидта в м. р. п. К. была предложена в [Simoncini, 2007].

Замечание 12. Окончательная оценка погрешности м. р. п. К. была доказана в [Beckermann et al., 2009] с помощью связи с произведениями Бляшке из теории логарифмического потенциала (наша первоначальная оценка занижала скорость сходимости примерно вдвое).

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛЮСОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ГАЛЁРКИНСКОГО ПОДХОДА НА РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ КРЫЛОВА

В этом параграфе мы снова рассматриваем вычисление произведений матричной экспоненты и вектора вида (16), но при дополнительном ограничении $0 < \lambda_{\min} I \le A \le \lambda_{\max} I$. Эта задача связана с вычислением векторов $(A + i\omega I)^{-1}\varphi$, $\omega \in \boldsymbol{R}$, через преобразование Фурье $\mathcal{F}_\omega$ по переменной ω. Обе задачи содержат параметр (соответственно t и ω), поэтому рациональная аппроксимации фиксированной функции здесь не работает.

Мы применяем галёркинскую аппроксимацию на рациональном подпространстве Крылова

$$U = \mathrm{span}\,\{\,(A + s_1 I)^{-1}\varphi, \dots, (A + s_n I)^{-1}\varphi\}, \quad s_j \notin [\lambda_1, \lambda_N],$$

при хорошем выборе s_j.

Следующее утверждение показывает, что и в случае рациональных подпространств Крылова хорошая аппроксимация с полюсами $-s_j$ дает хорошую оценку ошибки приближения u_n функции, гладкой на $[\lambda_1, \lambda_N]$.

Утверждение 6 [Druskin et al., 2009; proposition 3.2]. Пусть p – многочлен степени не выше $n-1$. Тогда справедлива оценка

$$\|u - u_n\| \leq 2 \max_{\lambda \in \mathrm{Co\ Sp}\ A} \left| f(\lambda) - \frac{p(\lambda)}{q(\lambda)} \right|,$$

где

$$q(\lambda) = \prod_{j=1}^{n} (\lambda + s_j).$$

Замечание 13. Похожий результат был независимо представлен в [Beckermann et al., 2009].

Скелетонная аппроксимация (СА) была введена в [Tyrtyshnikov, 1996], а для функции с параметром $f(\lambda, s) = 1/(\lambda + s)$ она была исследована в [Оселедец, 2007]. СА определяется формулами

$$f_{\mathrm{skel}}(\lambda, s) = \left(\frac{1}{\lambda + s_1}, \quad \dots, \quad \frac{1}{\lambda + s_n} \right) M^{-1} \left(\frac{1}{s + \lambda_1}, \dots \frac{1}{s + \lambda_n} \right)^T,$$

где

$$M = (M_{kl}), \quad M_{kl} = 1/(\lambda_k + s_l), \quad 1 \leq k, l \leq n,$$

а λ_k и s_l – комплексные параметры (которые надо будет выбрать).

Теорема 3 из [Оселедец, 2007] дает выражение для относительной ошибки, ведущее к задаче Золотарёва:

$$\eta(\lambda, s) = \left[\frac{1}{\lambda + s} - f_{\mathrm{skel}}(\lambda, s) \right] \Big/ \frac{1}{\lambda + s} = \prod_{j=1}^{n} \frac{\lambda - \lambda_j}{\lambda + s_j} \cdot \prod_{j=1}^{n} \frac{s - s_j}{s + \lambda_j}$$

$$= \frac{r(\lambda)}{r(-s)}, \qquad r(z) = \prod_{j=1}^{n} \frac{z - \lambda_j}{z + s_j}.$$

Держим в уме подстановки

$$\lambda \hookrightarrow A, \quad s \hookrightarrow i\omega I.$$

Ошибка аппроксимации во временно́й области связана с ошибкой в частотной области через теорему Планшереля.

Оптимизация параметров СА совпадает с третьей задачей Золотарёва с плоским конденсатором (E, D), чьи компактные (в $\overline{\boldsymbol{C}}$) платы –

$$E = [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}] \qquad \text{и} \qquad D = \{z \in \boldsymbol{C} | \Re z \leq 0\}.$$

Рассмотрим величины

$$\sigma_n(E,D) = \min_{\lambda_1,\ldots,\lambda_n,s_1,\ldots,s_n} \frac{\max\limits_{\lambda\in[\lambda_{min},\lambda_{max}]} |r(\lambda)|}{\min\limits_{s\in i\boldsymbol{R}\cup\{\infty\}} |r(s)|},$$

$$\delta = \lambda_{\min}/\lambda_{\max}, \qquad \mu = \left(\frac{1-\sqrt{\delta}}{1+\sqrt{\delta}}\right)^2,$$

$$\rho = \exp\left(-\frac{\pi}{4}\cdot\frac{K'(\mu)}{K(\mu)}\right) \overset{\text{large } \lambda_{\max}/\lambda_{\min}}{\approx} \exp\left(-\frac{\pi^2}{2} / \log\frac{4\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right).$$

Следующая теорема даёт оценку погрешности и утверждает, что оценка неулучшаема с точностью до постоянного множителя.

Теорема 2 [Druskin et al., 2009]. *Справедливо двойное неравенство*

$$\rho^n \le \sigma_n(E,D) \le 2\rho^n.$$

Нижняя оценка получается вычислением риманова модуля конденсатора (E,D) и применением теоремы из [Гончар, 1969]. Верхняя граница предоставляется набором параметров, полученных минимизацией при дополнительном условии $s_j = \lambda_j$:

$$s_j = \lambda_j = \lambda_{\max}\,\mathrm{dn}\left(\frac{2(n-j)+1}{2n}K'(\delta), \sqrt{1-\delta^2}\right), \quad j = 1,\ldots,n. \tag{24}$$

Здесь K' – дуальный полный эллиптический интеграл (не производная), а dn – эллиптическая функция. Было показано в [Le Bailly, Thiran, 2000], что (24) удовлетворяют некоторому локальному условию оптимальности.

Замечание 14. Все параметры в (24) вещественные, что позволяет использовать вещественную арифметику в производственных программах.

Замечание 15. Если мы возьмём (опять вещественную) бесконечную последовательность параметров $s_j = \lambda_j$, имеющую то же предельное (когда $n \to \infty$) распределение (в смысле слабой сходимости мер), что и в (24), мы получим тот же асимптотический (в смысле Коши—Адамара) множитель сходимости ρ. Это позволяет расширять множество параметров, переходя от n к $n+1$ (в стиле [Leja, 1957; Гончар, 1978; Saff, Totik, 1997; Baglama et al., 1998]).

Замечание 16. Адаптивный (не априорный) выбор параметров предложен в [Druskin et al., 2010].

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛЮСОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ГАЛЁРКИНСКОГО ПОДХОДА НА РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ КРЫЛОВА

Надо найти экономичный способ решать уравнения из параметрического семейства уравнений

$$(A+i\omega I)u_\omega = \varphi, \qquad \omega\in\boldsymbol{R}, \quad 0<\omega_{\min} \le |\omega| \le \omega_{\max}, \quad A = A^{\mathrm{T}}, A\ge 0.$$

Хотим найти хорошие интерполяционные частотные (по переменной ω) узлы (в заданном количестве n). Скалярная переформулировка: хотим интерполировать по переменной ω функцию

$$\frac{1}{\lambda+i\omega}, \qquad \lambda,\omega\in\boldsymbol{R}, \quad \lambda\ge 0, \quad 0<\omega_{\min}\le|\omega|\le\omega_{\max},$$

функциями

$$\frac{1}{\lambda + i\omega_j}, \qquad 1 \le j \le n.$$

Мы опять используем СА, но на этот раз приходим к третьей задаче Золотарёва в $\overline{\boldsymbol{C}}$ для плоского конденсатора с платами $[0, +\infty) \cup \{\infty\}$ и $S = i[\omega_{\min}, \omega_{\max}] \cup (-i)[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$. Качество решения задачи Золотарёва определяется величиной

$$\sigma_n(\boldsymbol{R}_+, S) \equiv \min_{\lambda_1,\dots,\lambda_n,\omega_1,\dots,\omega_n} \frac{\max\limits_{\lambda \ge 0} |\, r(\lambda)|}{\min\limits_{z \in S} |\, r(z)|}, \qquad r(z) = \prod_{j=1}^{n} \frac{z - \lambda_j}{z + i\omega_j}.$$

Положим

$$\frac{\omega_{min}}{\omega_{max}} = 1 - \kappa^2, \quad 0 < \kappa < 1, \qquad \rho = \exp\left[-\frac{\pi K(\sqrt{1-\kappa^2})}{2K(\kappa)}\right],$$

где K – полный эллиптический интеграл.

Теорема 3 [Knizhnerman et al., 2009; теорема 3.4]**.** Справедливы следующие утверждения:

$$\sigma_n(\boldsymbol{R}_+, S) \ge \rho^n, \quad n \in \boldsymbol{N}, \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sigma_n(\boldsymbol{R}_+, S)} = \rho.$$

При четном n в качестве асимптотически (в смысле Коши—Адамара) лучших параметров ω_j можно взять заданные равенствами

$$\frac{\omega_j}{\omega_{max}} = 1 - (1-\kappa^2)\,\mathrm{sn}\left(\frac{2j-1}{n}, \kappa\right)^2, \quad \omega_{\frac{n}{2}+j} = -\omega_j, \quad j = 1, \dots, \frac{n}{2},$$

где sn – эллиптическая функция.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОЕ ЗАМЕЧАНИЕ (ПРО НЕСИММЕТРИЧНЫЙ СЛУЧАЙ)

Замечание 17. Аналог м. Л. для случая несамосопряженных операторов (несимметричных матриц) A – метод Арнольди. Он отличается от м. Л. длинной рекурсией для построения ортонормального базиса и верхней хессенберговой матрицей коэффициентов рекурсии вместо симметричной трехдиагональной. Для анализа сходимости метода Арнольди вместо многочленов Чебышёва используются многочлены Фабера, построенные на числовом образе (хаусдорфовом множестве, поле значений) A.

Адаптация крыловского процесса к спектру бывает и в несамосопряженном случае.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1974. 296 с.

Гончар А.А. О задачах Е. И. Золотарева, связанных с рациональными функциями // Математический сборник. 1969. Т. 78, № 4. С. 640–654.

Гончар А.А. О скорости рациональной аппроксимации некоторых аналитических функций // Математический сборник. 1978. Т. 105, № 2. С. 147–163.

Друскин В.Л., Книжнерман Л.А. Спектральный дифференциально-разностный метод численного решения трехмерных нестационарных задач электроразведки // Известия АН СССР. Физика Земли. 1988. № 8. С. 63–74.

Друскин В.Л., Книжнерман Л.А. Два полиномиальных метода вычисления функций от симметричных матриц // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т. 29, № 12. С. 1763–1775.

Друскин В.Л., Книжнерман Л.А. Оценки ошибок в простом процессе Ланцоша при вычислении функций от симметричных матриц и собственных значений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1991. Т. 31, № 7. С. 970–983.

Оселедец И.В. Оценки снизу для сепарабельных аппроксимаций ядра Гильберта // Математический сборник. 2007. Т. 198, № 3. С. 137–144. doi:10.4213/sm1530.

Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. М.: Мир, 1983. 384 с.

Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: Наука, 1983. 384 с.

Baglama J., Calvetti D., Reichel L. Fast Leja points // ETNA (electronic only). 1998. Vol. 7. P. 124–140. https://www.emis.de/journals/ETNA/vol.7.1998/pp124-140.dir/pp124-140.pdf.

Beckermann B., Reichel L. Error estimates and evaluation of matrix functions via the Faber transform // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2009. Vol. 47 (5). P. 3849–3883. doi:10.1137/080741744.

Druskin V., Knizhnerman L. The Lanczos optimization of a splitting-up method to solve homogeneous evolutionary equations // Journal of Computational and Applied Mathematics. 1992. Vol. 42 (2). P. 221–231. doi:10.1016/0377-0427(92)90076-A.

Druskin V., Knizhnerman L. Extended Krylov subspaces: approximation of the matrix square root and related functions // SIAM Journal on Matrix Analysis and Application. 1998. Vol. 19 (3). P. 755–771. doi:10.1137/S0895479895292400.

Druskin V.L., Knizhnerman L.A., Ping Lee. New spectral Lanczos decomposition method for induction modeling in arbitrary 3-D geometry // Geophysics. 1999. Vol. 64 (3). P. 701–706. doi:10.1190/1.1444579.

Druskin V., Knizhnerman L., Zaslavsky M. Solution of large scale evolutionary problems using rational Krylov subspaces with optimized shifts // SIAM Journal on Scientific Computing. 2009. Vol. 31 (5). P. 3760–3780. doi:10.1137/080742403.

Druskin V., Lieberman C., Zaslavsky M. On adaptive choice of shifts in rational Krylov subspace reduction of evolutionary problems // SIAM Journal on Scientific Computing. 2010. Vol. 32. P. 2485–2496. doi:10.1137/090774082.

Greenbaum A. Behavior of slightly perturbed Lanczos and conjugate-gradient recurrences // Linear Algebra and its Applications. 1989. Vol. 113. P. 7–63. doi:10.1016/0024-3795(89)90285-1.

Knizhnerman L., Druskin V., Zaslavsky M. On optimal convergence rate of the Rational Krylov Subspace Reduction for electromagnetic problems in unbounded domains // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2009. Vol. 47 (2). P. 953–971. doi:10.1137/080715159.

Le Bailly B., Thiran J.P. Optimal rational functions for the generalized Zolotarev problem in the complex plane // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2000. Vol. 38 (5). P. 1409–1424. doi:10.1137/S003614299936068.

Leja F. Sur certaines suits liées aux ensemble plan et leur application à la représentation conforme // Annales Polonici Mathematici. 1957. Vol. 4 (1). P. 8–13.

Ruhe A. The rational Krylov algorithm for nonsymmetric eigenvalue problems. III: Complex shifts for real matrices // BIT Numerical Mathematics. 1994. Vol. 34. P. 165–176. doi:10.1007/BF01935024.

Saff E.B., Totik V. Logarithmic potentials with external fields. Springer Berlin, Heidelberg, 1997. 505 p. doi:10.1007/978-3-662-03329-6.

Simoncini V. A new iterative method for solving large-scale Lyapunov matrix equations // SIAM Journal on Science Computing. 2007. Vol. 29 (3). P. 1268–1288. doi:10.1137/06066120X.

Tyrtyshnikov E.E. Mosaic-skeleton approximations // Calcolo. 1996. Vol. 33. P. 47–57. doi:10.1007/BF02575706.

REFERENCES

Baglama J., Calvetti D., Reichel L. Fast Leja points // ETNA (electronic only). 1998. Vol. 7. P. 124–140. https://www.emis.de/journals/ETNA/vol.7.1998/pp124-140.dir/pp124-140.pdf.

Bateman H., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G., Bertin D., Fulks W.B., Harvey A.R., Thomsen D.L. Jr., Weber M.A., Whitney E.L., Erdélyi A. Higher transcendental functions. Vol. 2. McGraw Hill Book Company, N.Y., 1953.

Beckermann B., Reichel L. Error estimates and evaluation of matrix functions via the Faber transform // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2009. Vol. 47 (5). P. 3849–3883. doi:10.1137/080741744.

Druskin V.L., Knizhnerman L.A. Spectral differential-difference method for numeric solution of three-dimensional nonstationary problems of electric prospecting // Izvestiya. Earth Physics. 1988. Vol. 24 (8), P. 641–648.

Druskin V.L., Knizhnerman L.A. Two polynomial methods of calculating functions of symmetric matrices // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1989. Vol. 29 (6). P. 112–121. doi:10.1016/S0041-5553(89)80020-5.

Druskin V.L., Knizhnerman L.A. Error bounds in the simple Lanczos procedure for computing functions of symmetric matrices and eigenvalues // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. 1991. Vol. 31, No. 7. P. 20–30.

Druskin V., Knizhnerman L. The Lanczos optimization of a splitting-up method to solve homogeneous evolutionary equations // Journal of Computational and Applied Mathematics. 1992. Vol. 42 (2). P. 221–231. doi:10.1016/0377-0427(92)90076-A.

Druskin V., Knizhnerman L. Extended Krylov subspaces: approximation of the matrix square root and related functions // SIAM Journal on Matrix Analysis and Application. 1998. Vol. 19 (3). P. 755–771. doi:10.1137/S0895479895292400.

Druskin V.L., Knizhnerman L.A., Ping Lee. New spectral Lanczos decomposition method for induction modeling in arbitrary 3-D geometry // Geophysics. 1999. Vol. 64 (3). P. 701–706. doi:10.1190/1.1444579.

Druskin V., Knizhnerman L., Zaslavsky M. Solution of large scale evolutionary problems using rational Krylov subspaces with optimized shifts // SIAM Journal on Scientific Computing. 2009. Vol. 31 (5). P. 3760–3780. doi:10.1137/080742403.

Druskin V., Lieberman C., Zaslavsky M. On adaptive choice of shifts in rational Krylov subspace reduction of evolutionary problems // SIAM Journal on Scientific Computing. 2010. Vol. 32. P. 2485–2496. doi:10.1137/090774082.

Gončar A.A. Zolotarev problems connected with rational functions // Mathematics of the USSR-Sbornik.1969. Vol. 7 (4). P. 623–635. doi:10.1070/SM1969v007n04ABEH001107.

Gončar A.A. On the speed of rational approximation of some analytic functions // Mathematics of the USSR-Sbornik. 1978. Vol. 34 (2). P. 131–145. doi:10.1070/sm1978v034n02abeh001152.

Greenbaum A. Behavior of slightly perturbed Lanczos and conjugate-gradient recurrences // Linear Algebra and its Applications. 1989. Vol. 113. P. 7–63. doi:10.1016/0024-3795(89)90285-1.

Knizhnerman L., Druskin V., Zaslavsky M. On optimal convergence rate of the Rational Krylov Subspace Reduction for electromagnetic problems in unbounded domains // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2009. Vol. 47 (2). P. 953–971. doi:10.1137/080715159.

Le Bailly B., Thiran J.P. Optimal rational functions for the generalized Zolotarev problem in the complex plane // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2000. Vol. 38 (5). P. 1409–1424. doi:10.1137/S003614299936068.

Leja F. Sur certaines suits liées aux ensemble plan et leur application à la représentation conforme // Annales Polonici Mathematici. 1957. Vol. 4 (1). P. 8–13.

Oseledets I.V. Lower bounds for separable approximations of the Hilbert kernel // Sbornik: Mathematics. 2007. Vol. 198, No. 3. P. 425–432. doi:10.1070/SM2007v198n03ABEH003842.

Parlett B.N. The symmetric eigenvalue problems. Philadelphia, SIAM, 1998.

Paszkowski S. Computational applications of Chebyshev polynomials and series [in Russian]. Nauka, Moscow, 1983. 384 p.

Ruhe A. The rational Krylov algorithm for nonsymmetric eigenvalue problems. III: Complex shifts for real matrices // BIT Numerical Mathematics. 1994. Vol. 34. P. 165–176. doi:10.1007/BF01935024.

Saff E.B., Totik V. Logarithmic potentials with external fields. Springer Berlin, Heidelberg, 1997. 505 p. doi:10.1007/978-3-662-03329-6.

Simoncini V. A new iterative method for solving large-scale Lyapunov matrix equations // SIAM Journal on Science Computing. 2007. Vol. 29 (3). P. 1268–1288. doi:10.1137/06066120X.

Tyrtyshnikov E.E. Mosaic-skeleton approximations // Calcolo. 1996. Vol. 33. P. 47–57. doi:10.1007/BF02575706.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

КНИЖНЕРМАН Леонид Аронович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института вычислительной математики РАН им. Г.И. Марчука. Основные научные интересы: вычислительная линейная алгебра – методы Ланцоша и Арнольди, метод расширенных подпространств Крылова, метод рациональных подпространств Крылова; численное решение уравнений в частных производных с помощью методов спектрального разложения Ланцоша и Арнольди и других линейно-алгебраических методов; теория рациональной аппроксимации и ее приложения к построению оптимальных разностных сеток для численного решения уравнений в частных производных; численное решение некорректных задач геофизики с помощью вариационной регуляризации и других методов.

Статья поступила в редакцию 11 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 25 декабря 2023 г.,
принята к публикации 26 декабря 2023 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 47–59 **www.rjgt.ru**

Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 47–59

Научная статья / Original article

УДК 539.3

doi:10.18303/2619-1563-2024-1-47

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В БЛОЧНО-СЛОИСТОЙ СРЕДЕ С ТОНКИМИ УПРУГИМИ И ВЯЗКОУПРУГИМИ ПРОСЛОЙКАМИ

Евгений Александрович Ефимов[1,✉], Владимир Михайлович Садовский[2]

[1,2]*Институт вычислительного моделирования СО РАН, 660036, Красноярск, Академгородок, 50, стр. 44, Россия,*

[1]*efimov@icm.krasn.ru, https://orcid.org/0000-0003-1830-6721*

[2]*sadov@icm.krasn.ru, https://orcid.org/0000-0001-9695-0032*

Аннотация. Рассматривается математическая модель блочно-слоистой среды с тонкими прослойками. Она описывает упругие деформации как блоков, так и прослоек. Для описания затухания волн учитываются вязкоупругие свойства материалов прослоек. Исследуются волновые поля, возбуждаемые в блочной среде. Проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

Ключевые слова: блочно-слоистая среда, вязкоупругие прослойки, высокопроизводительные вычисления

Финансирование: работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2023-912).

Для цитирования: Ефимов Е.А., Садовский В.М. Численное моделирование распространения волн в блочно-слоистой среде с тонкими упругими и вязкоупругими прослойками // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 47–59. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-47.

NUMERICAL SIMULATION OF WAVE PROPAGATION IN BLOCKY-LAYERED MEDIUM WITH THIN ELASTIC AND VISCOELASTIC INTERLAYERS

Evgenii A. Efimov[1,✉], Vladimir M. Sadovskii[2]

[1,2]*Institute of Computational Modelling SB RAS, Akademgorodok, 50/44, Krasnoyarsk, 660036, Russia,*

[1]*efimov@icm.krasn.ru, https://orcid.org/0000-0003-1830-6721*

[2]*sadov@icm.krasn.ru, https://orcid.org/0000-0001-9695-0032*

Abstract. A mathematical model of a blocky-layered medium with thin layers is considered. This model describes elastic deformations of both blocks and interlayers. The viscoelastic properties of the interlayer materials are taken into account in order to describe wave attenuation. Wave fields excited in a blocky medium are investigated. The results of numerical simulation are compared with experimental data.

Keywords: blocky-layered medium, viscoelastic interlayers, high-performance computing

Funding: The study was supported by Krasnoyarsk Mathematical Center and financed by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in the framework of the establishment and development of regional Centers for Mathematics Research and Education (Agreement No. 075-02-2023-912).

For citation: Efimov E.A., Sadovskii V.M. Numerical simulation of wave propagation in blocky-layered medium with thin elastic and viscoelastic interlayers // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 47–59. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-47.

ВВЕДЕНИЕ

Концепцию блочной структуры массивов горных пород предложил М.А. Садовский [Садовский, 1979]. Согласно этой концепции геологическая среда может быть представлена в виде иерархической структуры, состоящей из вложенных друг в друга блоков разных масштабов. Характерные размеры блоков могут быть от нескольких метров до десятков километров [Садовский, Сардаров, 1980]. Когда материал прослоек более податлив, чем материал блоков, в такой среде наблюдаются маятниковые волны. Исследованию маятниковых волн в блочных средах посвящены как теоретические, так и экспериментальные работы. В работах [Александрова, Шер, 2010; Александрова, 2015] исследуются модели динамики блочных сред, представляемые в виде дискретно-периодических решеток из блоков, соединенных упругими пружинами. В данном случае возможно представление блоков в виде жестких масс, когда деформациям подвергаются преимущественно только прослойки за счет их высокой податливости. Учет вязкоупругих свойств в прослойках позволяет хорошо описать характер затухания волн в блочных средах, что вполне соответствует экспериментальным данным [Сарайкин и др., 2015].

Более сложной является модель, в которой деформация блоков рассматривается в точной постановке с применением уравнений динамической теории упругости. Если среда содержит достаточно большое количество блоков, то для ее описания применима модель моментного континуума Коссера. Подробный численный анализ волновых полей в блочной среде и в моментном континууме был проведен в работах [Садовский и др., 2014; Sadovskii, Sadovskaya, 2015].

В данной работе рассматривается двумерная модель блочно-слоистой среды с упругими блоками и тонкими упругими и вязкоупругими прослойками. Используемые уравнения в прослойках представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, в то время как деформация блоков описывается уравнениями динамической теории упругости в частных производных. Пожалуй, более последовательным был бы подход, в котором прослойки подобно блокам описываются уравнениями теории упругости. Однако такой способ более сложен в реализации, в частности, из-за разных ограничений на шаг по времени в блоке и прослойке. Предложенная упрощенная модель блочно-слоистой среды так же, как и модель, полностью описанная уравнениями теории упругости, обладает свойством термодинамической согласованности. В случае разных материалов блоков расчеты по обеим моделям дают идентичные волновые картины. Расчеты, проведенные для блочной среды с тонкими вязкоупругими прослойками, достаточно хорошо согласуются с данными эксперимента, опубликованными в работе [Сарайкин и др., 2015].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим двумерную модель среды с однородными изотропными упругими блоками и тонкими упругими прослойками. Волновые движения в блоках с учетом малости деформаций описываются системой уравнений:

$$\begin{gathered}
\rho\frac{\partial v_1}{\partial t}=\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1}+\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2},\qquad \rho\frac{\partial v_2}{\partial t}=\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2},\\
\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial t}=(\lambda+2\mu)\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\lambda\frac{\partial v_2}{\partial x_2},\qquad \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial t}=\lambda\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+(\lambda+2\mu)\frac{\partial v_2}{\partial x_2},\\
\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t}=\mu(\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\frac{\partial v_1}{\partial x_2}).
\end{gathered}\tag{1}$$

Уравнения для продольных и сдвиговых движений в прослойке вдоль направления оси x_1 запишутся следующим образом:

$$\rho' \frac{d}{dt}\frac{v_1^+ + v_1^-}{2} = \frac{\sigma_{11}^+ - \sigma_{11}^-}{\delta_1}, \qquad \rho' \frac{d}{dt}\frac{v_2^+ + v_2^-}{2} = \frac{\sigma_{12}^+ - \sigma_{12}^-}{\delta_1},$$
$$\rho' \frac{d}{dt}\frac{\sigma_{11}^+ + \sigma_{11}^-}{2} = (\lambda' + 2\mu')\frac{v_1^+ - v_1^-}{\delta_1}, \tag{2}$$
$$\rho' \frac{d}{dt}\frac{\sigma_{12}^+ + \sigma_{12}^-}{2} = \mu'\frac{v_2^+ - v_2^-}{\delta_1},$$

аналогично в направлении оси x_2:

$$\rho' \frac{d}{dt}\frac{v_2^+ + v_2^-}{2} = \frac{\sigma_{22}^+ - \sigma_{22}^-}{\delta_2}, \qquad \rho' \frac{d}{dt}\frac{v_1^+ + v_1^-}{2} = \frac{\sigma_{12}^+ - \sigma_{12}^-}{\delta_2},$$
$$\rho' \frac{d}{dt}\frac{\sigma_{22}^+ + \sigma_{22}^-}{2} = (\lambda' + 2\mu')\frac{v_2^+ - v_2^-}{\delta_2}, \tag{3}$$
$$\rho' \frac{d}{dt}\frac{\sigma_{12}^+ + \sigma_{12}^-}{2} = \mu'\frac{v_1^+ - v_1^-}{\delta_2}.$$

Здесь v_1, v_2 – компоненты скорости перемещений, σ_{11}, σ_{22}, σ_{12} – компоненты тензора напряжений, λ, μ – параметры Ламе, ρ – плотность; штрихами обозначены константы для прослоек. Толщина прослоек в обоих направлениях считается одинаковой $\delta = \delta_1 = \delta_2$. Знаками «+» и «–» отмечены значения скоростей и напряжений на границах прослойки.

Данная модель является термодинамически согласованной и для нее можно выписать закон сохранения энергии как сумму кинетических и потенциальных энергий всех блоков и прослоек [Sadovskii, Sadovskaya, 2015].

В работе рассматривается краевая задача для блочного массива, закрепленного по границам. Численное решение ищется в области $\Omega = [0, L_1]\times[0, L_2]$, которая разбивается на равномерную сетку из $N_1\times N_2$ узлов. На границе $x_1 = 0$ в точке $x_2 = x_{\text{imp}}$ задается воздействие в виде импульса давления $\sigma_{11}(t, x_{\text{imp}}) = p(t)$.

Численный метод решения уравнений в блоках основан на методе двуциклического расщепления по пространственным переменным. Данный метод позволяет достичь второго порядка сходимости, когда расщепленные одномерные задачи решаются схемами порядка не ниже второго [Марчук, 1988]. Для решения одномерных задач применяется схема Годунова с предельной реконструкцией инвариантов Римана, позволяющей достичь второго порядка сходимости на монотонных участках решения [Куликовский и др., 2001]. В качестве альтернативы можно также воспользоваться схемой Иванова с контролируемой схемной диссипацией [Иванов и др., 2002]. Данная схема в ее бездиссипативном варианте или при достаточно малом параметре диссипации обладает вторым порядком сходимости, более того, схема является безусловно устойчивой.

Уравнения в прослойках решаются по бездиссипативной схеме Иванова. Для отсутствия схемной диссипации необходимо потребовать, чтобы сумма величин на верхнем (обозначено «крышкой») и нижнем шагах по времени была равна сумме граничных величин:

$$v^+ + v^- = \hat{v} + v, \qquad \sigma^+ + \sigma^- = \hat{\sigma} + \sigma.$$

Исходя из этого требования строится схема, и в итоге на шаге предиктор решается система [Sadovskii, Sadovskaya, 2018]:

$$I^+ = \rho c v^+ + \sigma^+, \qquad I^- = \rho c v^- - \sigma^-,$$
$$v^+ - v^- = \delta \frac{I^+ - I^- - 2\sigma}{\tau \rho' c^2 + \delta \rho c}, \qquad \sigma^+ - \sigma^- = \delta \rho' \frac{I^+ + I^- - 2\rho c v}{\rho' \delta + \rho c \tau},$$
$$v^+ + v^- = \frac{I^+ + I^- - (\sigma^+ - \sigma^-)}{\rho c}, \qquad \sigma^+ + \sigma^- = I^+ - I^- - \rho c (v^+ - v^-).$$

Здесь I^+ и I^- – инварианты Римана, посчитанные на границах соседних блоков, разделенных прослойкой, τ и h – шаги по времени и по пространству соответственно. На шаге корректор имеем уравнения:

$$\hat{v} = v + \frac{\tau}{\rho h}(\sigma^+ - \sigma^-), \qquad \hat{\sigma} = \sigma + \frac{\tau \rho c}{h}(v^+ - v^-).$$

Схема записывается для продольных и поперечных волн, распространяющихся со скоростями $c = c_p$ и $c = c_s$. Для решения в прослойках выделяются одномерные массивы в каждом из направлений. То есть при решении одномерных расщепленных задач напряжения и скорости деформации в прослойке вычисляются лишь в одном узле вычислительной сетки.

Для учета диссипации механической энергии рассмотрим вязкоупругие прослойки, описываемые моделью Пойнтинга–Томсона (моделью стандартного линейного тела). Реологическая схема модели материала изображена на рис. 1 и представляет собой последовательное соединение упругого элемента b_0 с параллельно расположенными вязким элементом η и упругим b. Соединив множество таких механизмов параллельно между собой, получим обобщенную модель стандартного линейного тела. Она широко применима в геофизике, поскольку хорошо описывает среды с постоянной добротностью в определенном частотном диапазоне, и чем больше механизмов в модели, тем точнее можно приблизиться к постоянной добротности. Параметры модели с одним механизмом также можно оптимизировать, чтобы добротность была как можно ближе к постоянной величине, но уже с гораздо меньшей точностью.

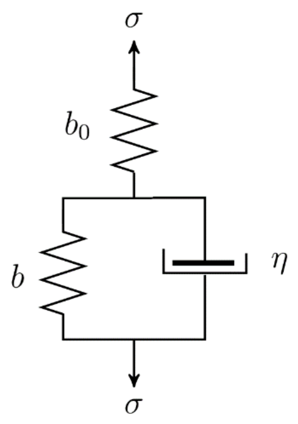


Рис. 1. Реологическая схема Пойнтинга–Томсона.

Запишем систему уравнений в прослойке для одного из направлений:

$$\begin{gathered}\rho' \frac{d}{dt}\frac{v^+ + v^-}{2} = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\delta},\\ \frac{1}{b_0}\frac{d}{dt}\frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2} = \frac{v^+ - v^-}{\delta} - \frac{1}{\eta}\left(\frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2} - \frac{s^+ + s^-}{2}\right),\\ \frac{1}{b}\frac{d}{dt}\frac{s^+ + s^-}{2} = \frac{1}{\eta}\left(\frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2} - \frac{s^+ + s^-}{2}\right).\end{gathered} \tag{4}$$

Коэффициент упругости b принимает значения $\lambda+2\mu$ для продольных волн и μ для поперечных волн, аналогично b_0 равно либо $\lambda_0+2\mu_0$, либо μ_0. Напряжение s соответствует напряжению на упругом элементе b.

Данная модель также может быть записана в эквивалентной форме в терминах релаксационного модуля и времен релаксации деформации и напряжений. Удобство состоит в том, что можно определить времена релаксации по заданной добротности, воспользовавшись тау-методом [Blanch et al., 1995]. По известным временам релаксации пересчитываются модули упругости и коэффициент вязкости.

Разностная схема строится аналогичным образом, но имеет более громоздкий вид:

$$\begin{gathered}v^+ - v^- = \frac{1}{\alpha}\left(\beta(I^+ - I^-) - 2\sigma - \frac{b_0\tau}{2(2\eta + b\tau)}s\right),\\ \sigma^+ - \sigma^- = \frac{\rho'\delta}{\rho'\delta + \rho c\tau}(I^+ + I^- - 2\rho c v),\\ v^+ + v^- = \frac{I^+ + I^- - (\sigma^+ - \sigma^-)}{\rho c}, \qquad \sigma^+ + \sigma^- = I^+ - I^- - \rho c(v^+ - v^-),\\ s^+ + s^- = \frac{b\tau}{2(2\eta + b\tau)}(\sigma^+ - \sigma^-) + \frac{\eta}{2\eta + b\tau}s,\\ \hat{v} = v + \tau\frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\delta\rho'}, \qquad \hat{\sigma} = \sigma + b_0\tau\frac{v^+ - v^-}{\delta} - \frac{b_0\tau}{\eta}\left(\frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2} - \frac{s^+ + s^-}{2}\right),\\ \hat{s} = s + \frac{b\tau}{\eta}\left(\frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2} - \frac{s^+ + s^-}{2}\right),\end{gathered}$$

где

$$\alpha = \frac{b_0\tau}{\delta} + \rho c + \frac{b_0\tau\rho c}{2\eta}\left(1 - \frac{b\tau}{2\eta + b\tau}\right), \qquad \beta = 1 + \frac{b_0\tau}{2\eta}\left(1 - \frac{b\tau}{2\eta + b\tau}\right).$$

Приведенные ниже результаты расчетов проводились на вычислительных системах кластерной архитектуры. Комплекс программ написан при использовании библиотеки MPI (Message Passing Interface). Каждый отдельный процесс обрабатывает отдельный макроблок, который в свою очередь разбивается на более мелкие блоки. Есть возможность задавать различную толщину прослоек между блоками и макроблоками.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Оценим поведение волнового поля при прохождении вблизи границ блоков. Для этого рассмотрим среду, состоящую из четырех блоков, размер каждого 24×24 м, толщина прослоек между блоками варьируется. Сначала рассмотрим случай, когда прослойки и блоки состоят из одного и того же материала $\rho = \rho' = 2400$ кг/м^3, $c_p = c_p' = 4500$ м/с, $c_s = c_s' = 2700$ м/с. Мгновенный импульс давления $p(t) = p_0$ приложен в точке на поверхности первого блока вблизи прослойки $x_{imp} = 21$ м. На рисунках 2–4 приведены картины волновых полей, вычисленных на равномерной сетке $N_1 \times N_2 = 480 \times 960$ узлов (шаг $h = 0.5$ м). Вначале рассматривается модель, динамика прослоек которых описывается так же, как и в блоках, т. е. уравнениями теории упругости. В такой ситуации волны распространяются как в однородной среде (рис. 2).

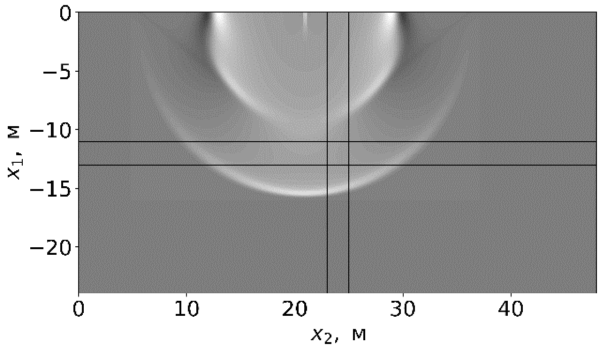


Рис. 2. Линии уровня скорости v_1 в среде с блоками и прослойками толщиной δ = 2 м из одинакового материала, прослойки описываются уравнениями теории упругости.

На рисунке 3 показаны картины волновых полей для среды с прослойками, описываемыми уравнениями (2)–(3).

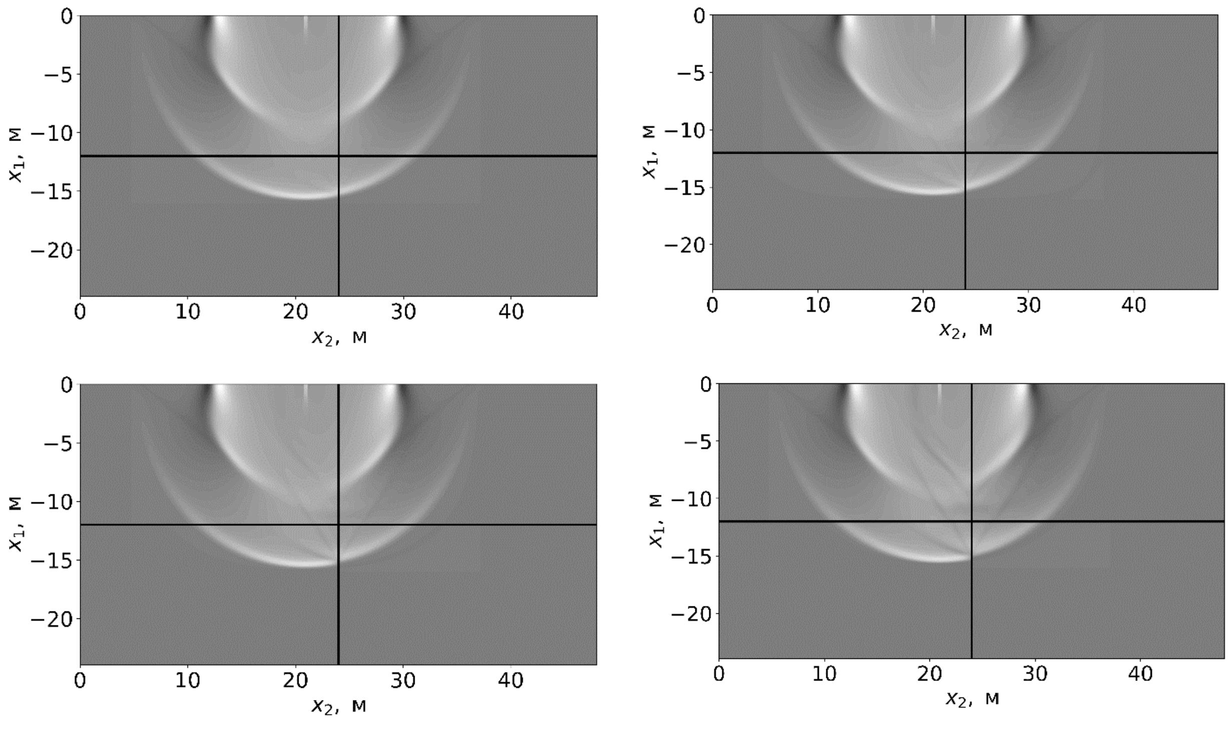


Рис. 3. Линии уровня скорости v_1 в среде с блоками и прослойками из одинаковых материалов, толщина прослоек δ = 0.025 м (слева вверху), 0.05 м (справа вверху), 0.1 м (слева внизу), 0.2 м (справа внизу), прослойки описываются упрощенной моделью (2)–(3).

По мере увеличения толщины прослоек все больше проявляются негативные эффекты в виде частичного отражения волн от вертикальной прослойки. Отражений от горизонтальной прослойки не наблюдается, поскольку волна проходит через нее под углом, близким к прямому.

Рассмотрим среду такой же конфигурации с прослойками из более податливого материала: ρ' = 2100 кг/м^3, c_p' = 2900 м/с, c_s' = 1700 м/с. В этом случае не наблюдается визуальных отличий между волновыми картинами, полученными для различных моделей прослоек (рис. 4).

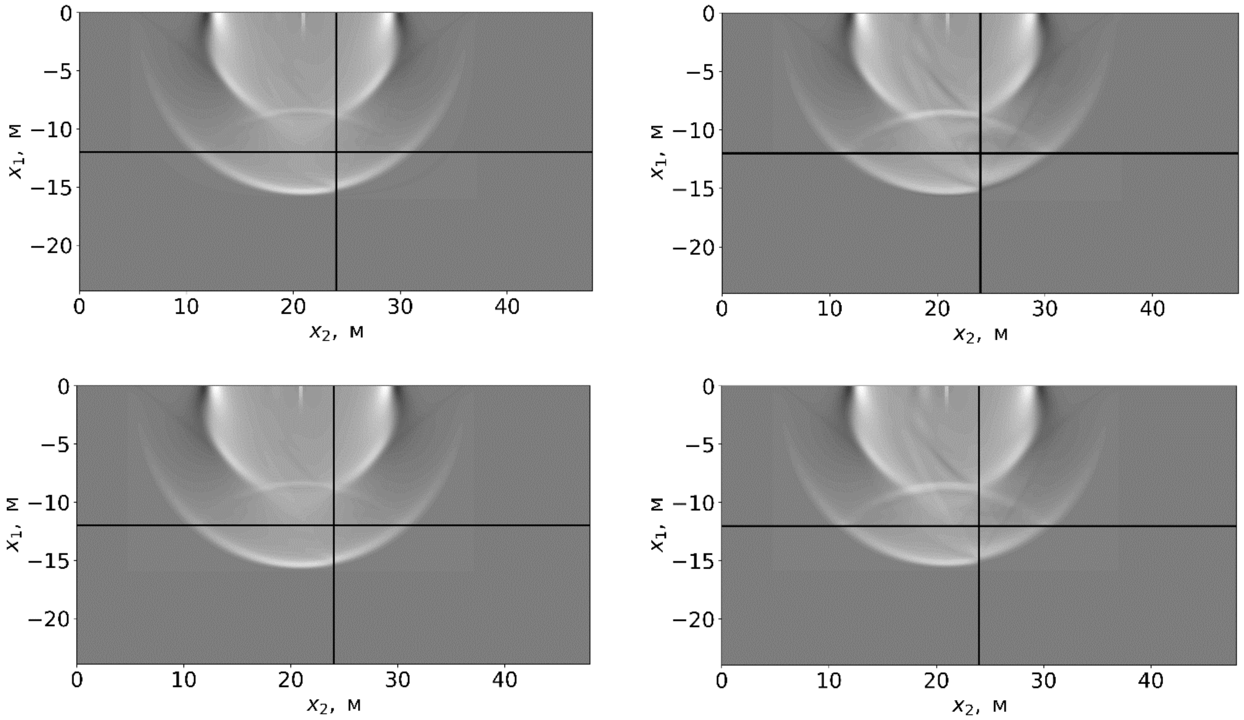


Рис. 4. Линии уровня скорости v_1 в среде с податливыми прослойками толщиной δ = 0.05 м (слева) и 0.2 м (справа), для модели прослоек (2)–(3) (вверху), для прослоек, описываемых уравнениями теории упругости (внизу).

Оценим погрешность решения, полученного для модели прослоек (2)–(3), относительно эталонного решения, полученного для прослоек, описываемых полными уравнениями теории упругости. Относительная погрешность err_2 численного решения $U = (v_1, v_1, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ вычислена в дискретном аналоге нормы пространства $L_\infty(0,T;\ L_2(\Omega))$:

$$\|U\| = \sup_{0<t<T} \sqrt{\iint_\Omega \left(\rho \frac{v_1^2 + v_2^2}{2} + W\right) dx_1 dx_2},$$

где T – время, за которое волна достигает границы вычислительной области Ω, W – упругий потенциал, вычисляемый по формуле:

$$W = \mu(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 2\sigma_{12}^2) - \frac{4\lambda\mu}{3\lambda + 2\mu}\sigma_0^2, \qquad \sigma_0 = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2.$$

Также используется дискретный аналог нормы $L_\infty(0,T;\ C(\Omega))$:

$$\|U\| = \sup_{0<t<T} \max_\Omega |U|,$$

в котором вычислена относительная погрешность err_C. В таблице 1 приведены относительные погрешности, вычисленные в различных нормах, в зависимости от шага регулярной сетки h при фиксированной толщине прослоек. Материал блоков во всех измерениях имеет параметры ρ = 2400 кг/м^3, c_p = 4500 м/с, c_s = 2700 м/с, материал прослоек варьируется.

Таблица 1

Относительные погрешности в зависимости от параметра сетки при толщине прослоек δ = 0.1 м

Параметры материала прослойки		$\rho' = \rho$, $c_p' = c_p$, $c_s' = c_s$		ρ' = 1100 кг/м^3, c_p' = 1500 м/с, c_s' = 800 м/с		ρ' = 2100 кг/м^3, c_p' = 2900 м/с, c_s' = 1700 м/с	
h, м	δ/h	err_2	err_C	err_2	err_C	err_2	err_C
0.1	1	0.0352	0.272	0.0231	0.0715	0.0303	0.123
0.05	2	0.0483	0.321	0.0258	0.0839	0.0286	0.144
0.025	4	0.0621	0.348	0.0309	0.115	0.0357	0.146
0.0125	8	0.0802	0.350	0.0475	0.131	0.0503	0.153

В таблице 2 показаны относительные погрешности в зависимости от толщины прослойки при фиксированной сетке для тех же материалов блоков и прослоек.

Таблица 2

Относительные погрешности в зависимости от толщины прослоек при фиксированной сетке $N_1 \times N_2$ = 960×1920 (h = 0.025 м)

Параметры материала прослойки		$\rho' = \rho$, $c_p' = c_p$, $c_s' = c_s$		ρ' = 1100 кг/м^3, c_p' = 1500 м/с, c_s' = 800 м/с		ρ' = 2100 кг/м^3, c_p' = 2900 м/с, c_s' = 1700 м/с	
δ, м	δ/h	err_2	err_C	err_2	err_C	err_2	err_C
0.025	1	0.0195	0.154	0.0177	0.0597	0.0117	0.0756
0.05	2	0.0362	0.250	0.0197	0.0704	0.0211	0.108
0.1	4	0.0621	0.348	0.0309	0.115	0.0357	0.146
0.2	8	0.1035	0.414	0.0689	0.237	0.0719	0.161

При росте соотношения толщины прослойки к шагу разностной сетки δ/h во всех случаях наблюдается рост погрешности. Заметно, что в средах с более податливыми прослойками погрешность немного ниже.

Пусть $v_1(x_1, x_2)$ – решение для сред с прослойками, описываемыми уравнениями (2)–(3), $v_{1e}(x_1, x_2)$ – эталонное решение. На рисунке 5 показано распределение погрешности $|v_1 - v_{1e}|/v_{1e}$ в блочных средах для прослоек разной толщины на равномерной сетке $N_1 \times N_2$ = 960×1920 (шаг h = 0.025 м).

Верификация математической модели проводилась по экспериментальным данным, опубликованным в работе [Сарайкин и др., 2015]. В одном из экспериментов на двуосном стенде блочно-слоистая среда моделировалась блоками из оргстекла (ρ = 2040 кг/м^3, c_p = 2670 м/с) размерами 89×125×250 мм, разделенными резиновыми прослойками толщиной 5 мм с модулями сдвига в направлениях x_1 и x_2 равными $10^7/1.3$ и $1.35 \cdot 10^7/1.3$ Па соответственно. Блоки располагались в конфигурации 6×6 и закреплялись резиновой обкладкой толщиной 5 мм с модулем сдвига $0.6/1.3 \cdot 10^8$ Па. В численном эксперименте предполагалось, что модули сдвига прослоек соответствуют состоянию длительного воздействия на материал, когда деформированы оба элемента реологической схемы (рис. 1). Коэффициент Пуассона для всех материалов сборки принимался равном 0.3. Стержневой ударник генерировал упругие волны, соприкасаясь с поверхностью блока. На рисунке 6 изображена схема проведения численного эксперимента.

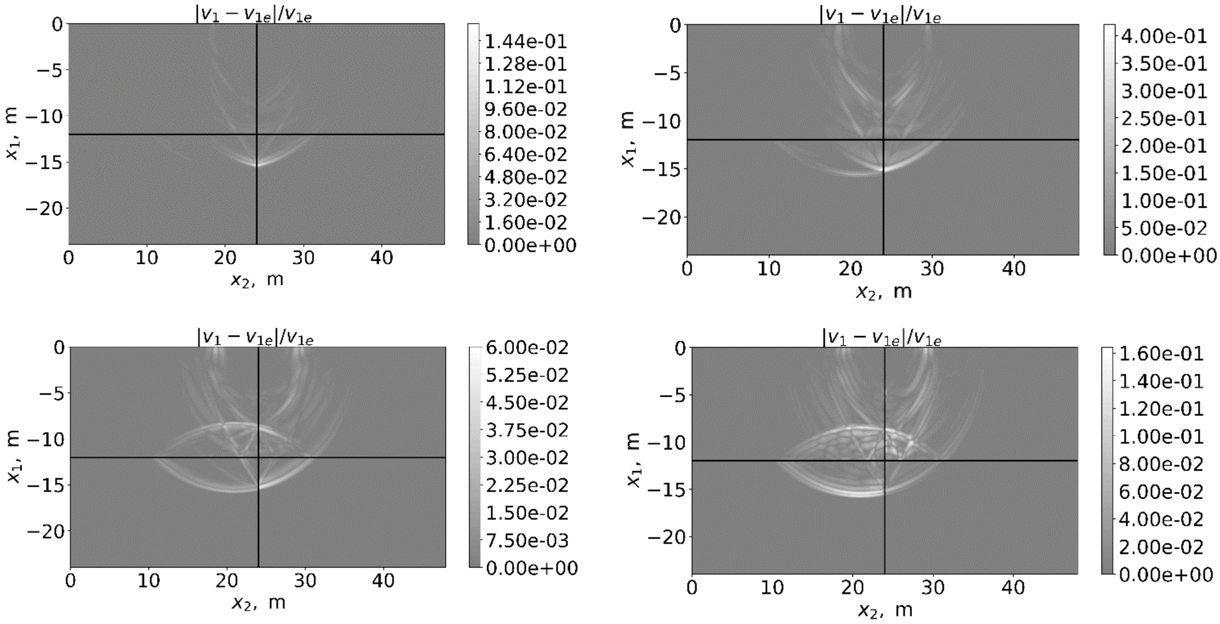


Рис. 5. Распределение погрешности решения в блочно-слоистой среде с толщиной прослоек δ = 0.025 м (слева), δ = 0.2 м (справа), материал прослоек $\rho' = \rho$, $c_p' = c_p$, $c_s' = c_s$ (сверху), более податливый материал прослоек ρ' = 2100 кг/м^3, c_p' = 2900 м/с, c_s' = 1700 м/с (снизу).

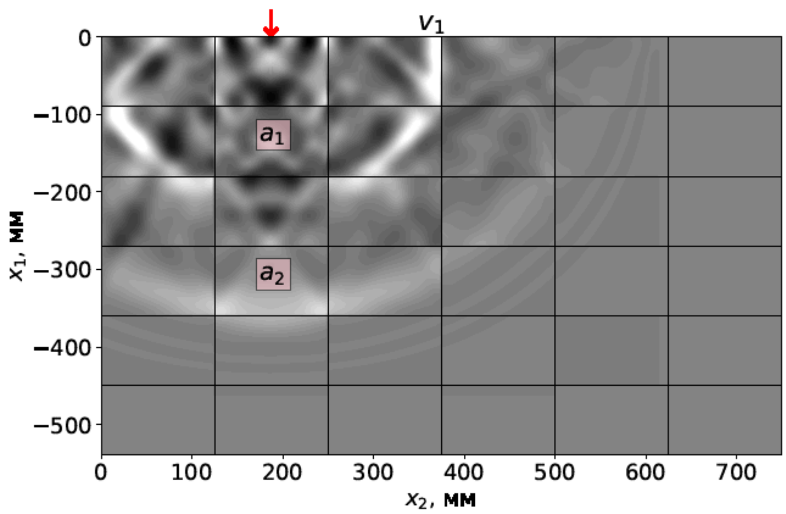


Рис. 6. Схема проведения численного эксперимента. Акселерометры a_1 и a_2 располагаются в серединах указанных блоков.

Ударное воздействие длительностью $T = 2 \cdot 10^{-4}$ с задавалось по формуле

$$p(t) = \begin{cases} p_0 \sin\left(\dfrac{\pi t}{T}\right), & 0 < t \le T, \\ 0, & t > T. \end{cases}$$

Акселерометрами a_1 и a_2 измерялись ускорения $w_i = \partial v_i / \partial t$ в серединах соответствующих блоков в течение 5 мс.

На рисунках 7–10 представлены графики из работы [Сарайкин и др., 2015] и графики, полученные в результате численного моделирования. Зависимости ускорения от времени, измеренные в ходе эксперимента, обозначены синей пунктирной линией, красные сплошные показывают ускорения, вычисленные по модели динамического взаимодействия блоков из той же статьи [Сарайкин и др., 2015]. Кривые зеленого цвета соответствуют расчетам, выполненным для модели среды с упругими блоками и вязкоупругими прослойками, описываемых уравнениями (4), с добротностью Q = 10.

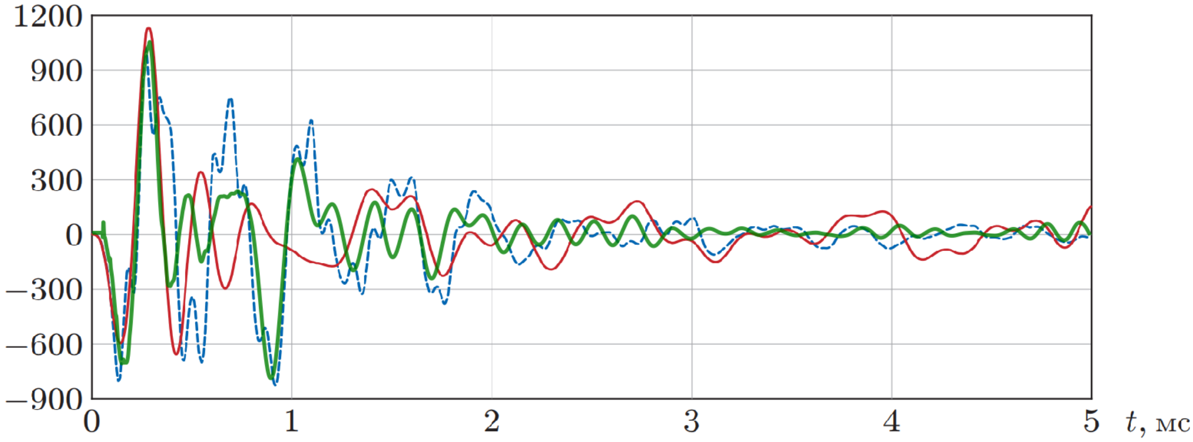


Рис. 7. Ускорение w_1, измеренное акселерометром a_1.

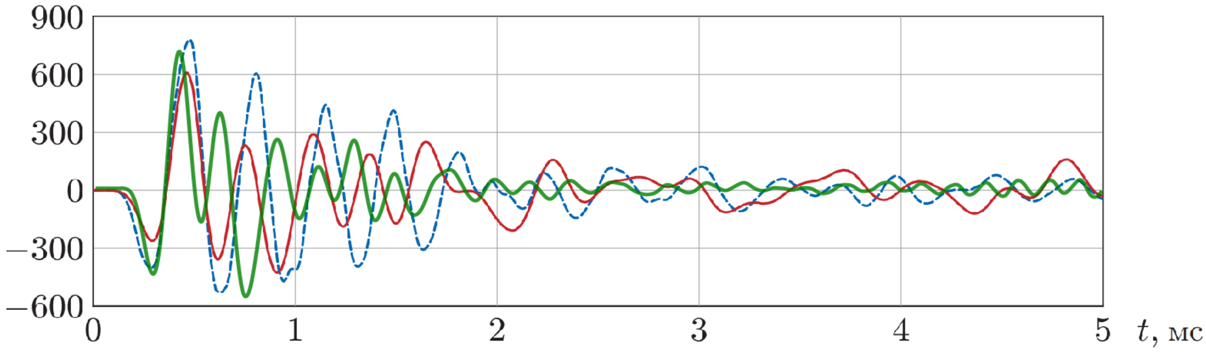


Рис. 8. Ускорение w_1, измеренное акселерометром a_2.

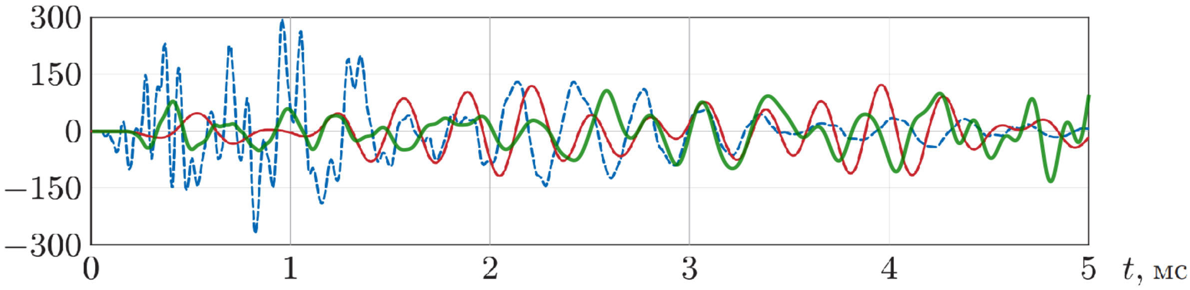


Рис. 9. Ускорение w_2, измеренное акселерометром a_1.

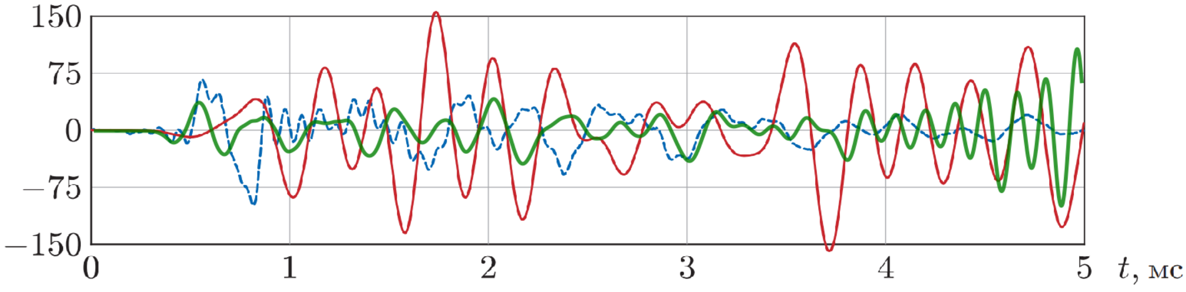


Рис. 10. Ускорение w_2, измеренное акселерометром a_2.

Результаты численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Ускорения, измеренные в блоке a_1, имеют низко- и высокочастотную составляющую, в блоке a_2 высокочастотные колебания быстро затухают. График ускорения на рис. 7 во многом повторяет экспериментальную кривую. На рисунке 8 заметно расхождение по фазе, но качественно ускорения согласуются. Более заметные расхождения с экспериментом наблюдаются на графиках с ускорением w_2 (рис. 9, 10). Вероятно, это связано с тем, что ускорения в двумерной модели не вполне соответствуют реально измеренным, поскольку в эксперименте акселерометры располагались на боковых гранях. Более точной в этом смысле была бы трехмерная модель блочной среды с расположением акселерометров как в эксперименте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматриваемая модель хорошо описывает волновые процессы, происходящие в блочно-слоистых средах. Волновые картины, полученные в результате расчетов по данной модели, вполне идентичны тем, что были получены в результате применения уравнений теории упругости для прослоек. Когда блоки и прослойки состоят из одного материала, тогда с увеличением толщины прослоек возникают нефизичные отражения. Верификация математической модели проведена по экспериментальным данным из работы [Сарайкин и др., 2015]. Расчеты показывают хорошее соответствие с экспериментом.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Александрова Н.И. Плоская задача Лэмба для двумерной дискретной среды // ДАН. 2015. Т. 460, № 1. С. 30–34. doi:10.7868/S0869565215010089.

Александрова Н.И., Шер Е.Н. Распространение волн в двумерной периодической модели блочной среды. Ч.1: Особенности волнового поля при действии импульсного источника // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2010. № 6. С. 57–68.

Иванов Г.В., Волчков Ю.М., Богульский И.О., Анисимов С.А., Кургузов В.Д. Численное решение динамических задач упругопластического деформирования твердых тел. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2002. 352 с.

Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. 601 с.

Марчук Г.И. Методы расщепления. М.: Наука, 1988. 263 с.

Садовский М.А. Естественная кусковатость горной породы // ДАН СССР. 1979. Т. 247, № 4. С. 829–831.

Садовский М.А., Сардаров С.С. Соподчиненность и подобие геодвижений в связи с естественной кусковатостью пород // ДАН СССР. 1980. Т. 250, № 4. С. 846–848.

Садовский В.М., Садовская О.В., Похабова М.А. Моделирование упругих волн в блочной среде на основе уравнений континуума Коссера // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7, № 1. С. 52–60. doi:10.7242/1999-6691/2014.7.1.6.

Сарайкин В.А., Черников А.Г., Шер Е.Н. Распространение волн в двумерной блочной среде с вязкоупругими прослойками (теория и эксперимент) // Прикладная механика и техническая физика. 2015. Т. 56, № 4. С. 170–181. doi:10.15372/PMTF20150416.

Blanch J.O., Robertsson J.O.A., Symes W.W. Modeling of a constant *Q*; methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique // Geophysics. 1995. Vol. 60. P. 176–184. doi:10.1190/1.1443744.

Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Modeling of elastic waves in a blocky medium based on equations of the Cosserat continuum // Wave Motion. 2015. Vol. 52. P. 138–150. doi:10.1016/j.wavemoti.2014.09.008.

Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Numerical algorithm based on implicit finite-difference schemes for analysis of dynamic processes in blocky media // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018. Vol. 33 (2). P. 111–121. doi:10.1515/rnam-2018-0010.

REFERENCES

Aleksandrova N.I. The plane Lamb problem for a 2D discrete medium // Doklady Physics. 2015. Vol. 60. P. 5–10. doi:10.1134/S1028335815010012.

Aleksandrova N.I., Sher E.N. Wave propagation in the 2D periodical model of a block-structured medium. Part I: Characteristics of waves under impulsive impact // Journal of Mining Science. 2010. Vol. 46. P. 639–649. doi:10.1007/s10913-010-0081-y.

Blanch J.O., Robertsson J.O.A., Symes W.W. Modeling of a constant *Q*; methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique // Geophysics. 1995. Vol. 60. P. 176–184. doi:10.1190/1.1443744.

Ivanov G.V., Volchkov Yu. M., Bogulskii I.O., Anisimov S.A., Kurguzov V.D. Numerical Solution of Dynamic Elastic-Plastic Problems of Deformable Solids [in Russian]. Sib. Univ. Izd. Novosibirsk, 2002. 352 p.

Kulikovskii A.G., Pogorelov N.V., Semenov A.Yu. Mathematical aspects of numerical solution of hyperbolic systems [in Russian]. Fizmatlit, Moscow, 2001. 601 p.

Marchuk G.I. Splitting methods [in Russian]. Nauka, Moscow, 1988. 263 p.

Sadovskii M.A. Natural lumpiness of a rock // Doklady Academii Nauk SSSR. 1979. Vol. 247 (4). P. 829–831.

Sadovskii M.A., Sardarov S.S. Coordination and similarity of the geomotions in connection with natural jointing of rocks // Doklady Academii Nauk SSSR. 1980. Vol. 250 (4). P. 846–848.

Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Modeling of elastic waves in a blocky medium based on equations of the Cosserat continuum // Wave Motion. 2015. Vol. 52. P. 138–150. doi:10.1016/j.wavemoti.2014.09.008.

Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V. Numerical algorithm based on implicit finite-difference schemes for analysis of dynamic processes in blocky media // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2018. Vol. 33 (2). P. 111–121. doi:10.1515/rnam-2018-0010.

Sadovskii V.M., Sadovskaya O.V., Pokhabova M.A. Modeling of elastic waves in a block medium based on equations of the Cosserat continuum // Computational Continuum Mechanics. 2014. Vol. 7. P. 52–60.

Saraikin V.A., Chernikov A.G., Sher E.N. Wave propagation in two-dimensional block media with viscoelastic layers (theory and experiment) // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2015. Vol. 56 (4). P. 688–697. doi:10.1134/S0021894415040161.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕФИМОВ Евгений Александрович – инженер отдела вычислительной механики деформируемых сред Института вычислительного моделирования СО РАН. Основные научные интересы: вычислительная механика деформируемых сред.

САДОВСКИЙ Владимир Михайлович – доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, заведующий отделом вычислительной механики деформируемых сред Института вычислительного моделирования СО РАН. Основные научные интересы: вычислительная механика деформируемых сред, математическое моделирование волновых процессов в реологически сложных средах, разрывные решения в упругопластических средах, вариационные неравенства.

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 15 января 2024 г.,
принята к публикации 18 января 2024 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 60–71 **www.rjgt.ru**

Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 60–71

Научная статья / Original article

УДК 550.34.094

doi:10.18303/2619-1563-2024-1-60

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ МЕТОДОМ ФАЗОВОГО ПОЛЯ

Т.С. Хачкова[1, ✉], Е.А. Гондюл[2], В.В. Лисица[1], Д.И. Прохоров[2], В.И. Костин[1]

[1]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,*

630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

[2]*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,*

630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 4, Россия,

✉*Татьяна Станиславовна Хачкова, KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0002-1595-7142*

Аннотация. Описан подход к численному моделированию двухфазных флюидопотоков, основанный на методе фазового поля, в котором фазы задаются функцией концентрации. Эта функция является гладкой, так что межфазная граница заменяется достаточно тонким слоем, в котором значения функции концентрации непрерывно изменяются. Такое представление позволяет устойчиво вычислять силы поверхностного натяжения и проводить учет угла смачивания при использовании метода конечных разностей для численного моделирования флюидопотоков и переноса фазы. Работоспособность подхода иллюстрируется на ряде тестовых примеров.

Ключевые слова: многофазные флюидопотоки, метод фазового поля, цифровой керн

Финансирование: работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022 и при поддержке Российского научного фонда, грант № 19-77-20004-П.

Для цитирования: Хачкова Т.С., Гондюл Е.А., Лисица В.В., Прохоров Д.И., Костин В.И. Численное моделирование двухфазных потоков методом фазового поля // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 60–71. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-60.

NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE FLOWS ON THE BASE OF PHASE-FIELD METHOD

T.S. Khachkova[1, ✉], E.A. Gondul[2], V.V. Lisitsa[1], D.I. Prokhorov[2], V.I. Kostin[1]

[1]*Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,*

[2]*Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Koptyug Ave., 4, Novosibirsk, 630090, Russia,*

✉*Tatyana S. Khachkova, KhachkovaTS@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0002-1595-7142*

Abstract. We present a numerical approach to simulate the two-phase flows. The approach is based on the phase-field method where the phase is defined by the concentration function. This function smoothly varied from zero to one to distinguish between the phases. However, the phase interface is substituted by a thin enough layer where the phases are artificially mixed. Such representation of the phases simplifies evaluation of the interfacial tension and approximation of the wetting angles when the finite differences are used to approximate the problem. We verified the approach over a series of tests.

Keywords: multi-phase flows, phase-field method, digital rock physics

Funding: The study was carried out as part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0022, and supported by the Russian Science Foundation, Project No. 19-77-20004-P.

For citation: Khachkova T.S., Gondul E.A., Lisitsa V.V., Prokhorov D.I., Kostin V.I. Numerical simulation of two-phase flows on the base of phase-field method // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 60–71. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-60.

ВВЕДЕНИЕ

Основным направлением развития технологии «цифровой керн» или вычислительной физики горных пород является моделирование флюидопотоков на масштабе пор. Это обусловлено высоким интересом со стороны промышленности, поскольку оценки проницаемости горных пород, как абсолютной, так и относительной фазовой, являются ключевыми параметрами при гидродинамическом моделировании и оптимизации процессов разработки месторождений углеводородов.

Наиболее простой задачей является оценка абсолютной проницаемости, основанная на решении стационарного уравнения Стокса в поровом пространстве [Andra et al., 2013b; Базайкин и др., 2016; Хачкова и др., 2023]. При этом оценки относительной фазовой проницаемости, остаточных нефте- и водонасыщения, а также построение кривых ОФП и капиллярного давления требуют решения гораздо более сложной задачи – расчета многофазных течений в поровом пространстве со сложной топологией. Основной проблемой такого моделирования является необходимость учета подвижной границы раздела фаз. Существует несколько подходов к решению этой проблемы, например, методы прямого отслеживания фронта [Groot et al., 2018], метод поверхности уровня или level-set [Croce et al., 2004; Gibou et al., 2018; Bahbah et al., 2019], метод фазового поля [Jacqmin, 1999; Chiu, Lin, 2011; Kim, 2012; Zhao, Han, 2021]. Первый подход трудно реализовать в трехмерном случае, особенно в областях со сложной топологией. Прямое отслеживание границы требует отдельного рассмотрения каждого события отрыва капли от общего потока, разделения интерфейса на несколько и т. д. Второй подход позволяет неявно определить интерфейс как нулевой уровень функции расстояния со знаком. Это позволяет обрабатывать сложную геометрию расчетной области. Однако численная ошибка в решении, полученном этим методом, проявляется в нефизичном изменении объема фаз, что требует дополнительной регуляризации [Jettestuen et al., 2021]. Кроме того, силы поверхностного натяжения, возникающие на границе раздела фаз, зависят от кривизны этой границы, что требует вычисления второй производной от этой поверхности. В случае, когда она задается методом поверхности уровня, такие вычисления подвержены высокому уровню численной ошибки. Более того, аппроксимация условия на угол смачивания также является сложной задачей для этого метода [Lepilliez et al., 2016]. В методе фазового поля применяется подход диффузного интерфейса, т. е. граница раздела фаз сглаживается на нескольких ячейках сетки. Это делает функцию концентрации достаточно гладкой, чтобы ее можно было аппроксимировать сеточными функциями, используемыми в методах конечных разностей, конечных объемов или конечных элементов [Kim, 2012]. В такой математической модели флюидопоток удовлетворяет уравнению Навье–Стокса с переменной плотностью и вязкостью флюида, а перенос фазы (функция концентрации) – уравнению Кана–Хиллиарда четвертого порядка с нелинейными членами. Несомненно, такое уравнение выходит за рамки классической теории уравнений математической физики, однако его достаточно эффективно можно решать с использованием метода конечных разностей. При этом такой подход применим для расчета потоков в областях со сложной топологией, т. е. в поровом пространстве горных пород.

В данной работе представлена система уравнений Навье–Стокса–Кана–Хиллиарда для описания двухфазных флюидопотоков в областях со сложной геометрией. Для этой системы приводится явная конечно-разностная аппроксимация, позволяющая выполнять расчет решения с применением современных вычислительных систем. Для подтверждения работоспособности подхода представлены результаты тестовых расчетов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В рамках этого исследования для построения модели используются сегментированные микротомографические изображения горной породы [Andra et al., 2013a], в которых значение, равное единице, соответствует поровому пространству, а ноль – матрице породы. Предполагается, что порода мономинеральная, что влечет постоянство угла смачивания, однако подход без труда обобщаем на случай полиминеральной породы. Формально можно ввести в рассмотрение область (образец) $\Omega=[0,L_1]\times[0,L_2]\times[0,L_3]$, где L_j – длина образца в направлении x_j, $j=1,2,3$. В этой области выделяются две непересекающиеся подобласти Ω_s – непроницаемая матрица породы и Ω_p – поровое пространство. Далее необходимо ввести границы расчетной области, которые позволят конкретизировать граничные условия на них. Во-первых, через Γ обозначается граница раздела между поровым пространством и матрицей породы. Во-вторых, Γ_b – боковые границы образца: $x_2=0$, $x_2=L_2$, $x_3=0$, $x_3=L_3$. В зависимости от постановки задачи, эти границы могут быть проницаемыми либо полностью непроницаемыми. В рамках этой работы предполагается, что они непроницаемы, что соответствует помещению образца в муфту при проведении лабораторных экспериментов. При этом предполагается, что угол смачивания на границе с муфтой и с матрицей породы совпадают. В-третьих, вводятся поверхности: Γ_{in}, соответствующая $x_1=0$, и Γ_{out} для $x_1=L_1$, через которые поддерживается поток флюида.

Флюидопоток в поровом пространстве описывается уравнением Навье–Стокса, в котором пренебрегается нелинейным слагаемым в силу малой скорости потока:

$$\begin{aligned} &\rho(\psi)\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}=-\nabla p+2\nabla\cdot(\nu\epsilon(\vec{u}))+\vec{G}(\psi),\\ &\nabla\cdot(\vec{u})=0. \end{aligned} \tag{1}$$

В этих обозначениях $\vec{u}$ – вектор скорости, p – давление, $\rho(\psi)$ – плотность жидкости, зависящая от конкретной фазы, $\nu(\psi)$ – вязкость жидкости, также зависящая от фазы, $2\epsilon(u)=\nabla\vec{u}+\nabla\vec{u}^T$ – удвоенный тензор деформации и $\vec{G}(\psi)$ – внешние силы. Здесь предполагается, что гравитационными силами можно пренебречь, поэтому внешние силы обусловлены только межфазным поверхностным натяжением.

Фазовый перенос удовлетворяет уравнению Кана–Хиллиарда [Kim, 2012]:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial\psi}{\partial t}+\vec{u}\cdot\nabla\psi=\nabla\cdot\Big(M(\psi)\nabla\mu\Big),\\ &\mu=F'(\psi)-\varepsilon^2\Delta\psi, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\psi\in[0,1]$ – параметр порядка, определяющий фазу, μ – химический потенциал (вспомогательная переменная), M – мобильность, которая обычно выбирается константой, ε – вспомогательный параметр, определяющий ширину диффузной межфазной границы. Важно, что этот параметр пропорционален квадрату шага сетки. Потенциал $F(\psi)$ определяется как $F'(\psi) = 2\psi(\psi - 1)(2\psi - 1)$.

Внешние силы, обусловленные межфазным поверхностным натяжением, могут быть представлены несколькими моделями, однако в рамках данной работы рассматривается следующая зависимость:

$$\vec{G}(\psi) = -\frac{6\sqrt{2}}{\varepsilon}\psi\,\nabla\mu.$$

Необходимо также ввести в рассмотрение граничные условия:

$$\begin{array}{llll} \vec{u} = 0, & \nabla\mu\cdot\vec{n} = 0, & \nabla\psi\cdot\vec{n} = -\dfrac{\sqrt{2}}{\varepsilon}(\psi^2 - \psi)\cos(\theta), & \vec{x}\in\Gamma_b\cup\Gamma, \\ p = p_{out}, & \nabla\mu\cdot\vec{n} = 0, & \nabla\psi\cdot\vec{n} = 0, & \vec{x}\in\Gamma_{out}, \\ q = q_{in}, & \nabla\mu\cdot\vec{n} = 0, & \psi = \Psi_{in}, & \vec{x}\in\Gamma_{in}. \end{array}$$

Первый набор условий устанавливается на непроницаемых границах, обеспечивает прилипание флюида (равенство скорости нулю) и угол смачивания, равный θ, для первой фазы, т. е. для $\psi = 1$. Второе условие, на выходе, позволяет фазе свободно вытекать наружу и фиксирует давление на правой грани образца. Третье условие определяет расход флюида на левой грани образца и задает распределение фаз на входе. Начальные условия предполагаются заданными, то есть распределение $\psi(0,\vec{x})$ задано.

КОНЕЧНО-РАЗНОСТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ

Для описания аппроксимации системы уравнений (1), (2) удобно сначала рассмотреть полудискретную постановку, в которой дискретизация проведена только по времени. При этом используется явная конечно-разностная схема первого порядка аппроксимации по времени, а решение уравнения Навье–Стокса рассчитывается с использованием проекционного метода. Тогда конечно-разностная схема имеет вид:

$$\begin{aligned} &\rho(\psi^n)\frac{\vec{u}^{n+1/2} - \vec{u}^n}{\tau} = 2\nabla\cdot(\nu(\psi^n)\epsilon(\vec{u}^n)) + \vec{G}(\psi^n), \\ &\nabla\cdot\left(\frac{1}{\rho(\psi^n)}\nabla p^{n+1}\right) = \frac{1}{\tau}\nabla\cdot\vec{u}^{n+1/2}, \\ &\rho(\psi^n)\frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^{n+1/2}}{\tau} = \nabla p^{n+1}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\psi^{n+1} - \psi^n}{\tau} + \vec{u}^{n+1}\cdot\nabla\psi^n = M\Delta\mu^n, \\ &\mu^n = F'(\psi^n) - \varepsilon^2\Delta\psi^n, \end{aligned} \tag{4}$$

где τ – шаг схемы по времени. Из этого представления видно, что все переменные, кроме давления, вычисляются явно, а для определения давления на новом слое необходимо решать уравнение Пуассона.

Для его решения используется метод бисопряженных градиентов со спектральным предобуславливателем, представленным в работе [Хачкова и др., 2020].

Конечно-разностная схема будет выглядеть следующим образом:

$$\rho\left(\hat{\psi}^n_{i+1/2\,jk}\right)\frac{(u_1)^{n+1/2}_{i+1/2\,jk}-(u_1)^n_{i+1/2\,jk}}{\tau}=2\sum_{m=1}^{3}D_m[\nu(\hat{\psi})\epsilon_{1m}]^n_{i+1/2\,jk}+G_1(\hat{\psi}^n_{i+1/2\,jk}),$$

$$\rho\left(\hat{\psi}^n_{ij+1/2k}\right)\frac{(u_2)^{n+1/2}_{ij+1/2k}-(u_2)^n_{ij+1/2k}}{\tau}=2\sum_{m=1}^{3}D_m[\nu(\hat{\psi})\epsilon_{2m}]^n_{ij+1/2k}+G_2(\hat{\psi}^n_{ij+1/2k}),$$

$$\rho\left(\hat{\psi}^n_{ijk+1/2}\right)\frac{(u_3)^{n+1/2}_{ijk+1/2}-(u_3)^n_{ijk+1/2}}{\tau}=2\sum_{m=1}^{3}D_m[\nu(\hat{\psi})\epsilon_{3m}]^n_{ijk+1/2}+G_3(\hat{\psi}^n_{ijk+1/2}),$$

$$(\nu(\hat{\psi})\epsilon_{11})^n_{ijk}=\nu(\psi^n_{ijk})\,D_1[u_1]^n_{ijk},\ (\nu(\hat{\psi})\epsilon_{22})^n_{ijk}=\nu(\psi^n_{ijk})\,D_2[u_2]^n_{ijk},\ (\nu(\hat{\psi})\epsilon_{33})^n_{ijk}=\nu(\psi^n_{ijk})\,D_3[u_3]^n_{ijk},$$

$$(\nu(\hat{\psi})\epsilon_{23})^n_{ij+1/2k+1/2}=\frac{1}{2}\nu(\hat{\psi}^n_{ij+1/2k+1/2})\left(D_3[u_2]^n_{ij+1/2k+1/2}+D_2[u_3]^n_{ij+1/2k+1/2}\right),$$

$$(\nu(\hat{\psi})\epsilon_{13})^n_{i+1/2\,jk+1/2}=\frac{1}{2}\nu(\hat{\psi}^n_{i+1/2\,jk+1/2})\left(D_3[u_1]^n_{i+1/2\,jk+1/2}+D_1[u_3]^n_{i+1/2\,jk+1/2}\right),$$

$$(\nu(\hat{\psi})\epsilon_{12})^n_{i+1/2\,j+1/2k}=\frac{1}{2}\nu(\hat{\psi}^n_{i+1/2\,j+1/2k})\left(D_1[u_2]^n_{i+1/2\,j+1/2k}+D_2[u_1]^n_{i+1/2\,j+1/2k}\right),$$

$$\sum_{m=1}^{3}Q_m[p,\rho(\psi)]^{n+1}_{ijk}=\frac{1}{\tau}\sum_{m=1}^{3}D_m[u_m]^{n+1/2}_{ijk},$$

$$\rho\left(\hat{\psi}^n_{i+1/2\,jk}\right)\frac{(u_1)^{n+1}_{i+1/2\,jk}-(u_1)^{n+1/2}_{i+1/2\,jk}}{\tau}=D_1[p]^{n+1}_{i+1/2\,jk},$$

$$\rho\left(\hat{\psi}^n_{ij+1/2k}\right)\frac{(u_2)^{n+1}_{ij+1/2k}-(u_2)^{n+1/2}_{ij+1/2k}}{\tau}=D_2[p]^{n+1}_{ij+1/2k},$$

$$\rho\left(\hat{\psi}^n_{ijk+1/2}\right)\frac{(u_3)^{n+1}_{ijk+1/2}-(u_3)^{n+1/2}_{ijk+1/2}}{\tau}=D_3[p]^{n+1}_{ijk+1/2},$$

$$\mu^n_{ijk}=2\psi^n_{ijk}(\psi^n_{ijk}-1)(2\psi^n_{ijk}-1)-\varepsilon^2\sum_{m=1}^{3}D^2_m[\psi]^n_{ijk},$$

$$\frac{\psi^{n+1}_{ijk}-\psi^n_{ijk}}{\tau}+\sum_{m=1}^{3}D^F_m[u^{n+1}_m\psi^n]_{ijk}=M\sum_{m=1}^{3}D^2_m[\mu]^n_{ijk}.$$

В этих обозначениях конечно-разностные операторы имеют следующий вид:

$$D_1^2[q]^n_{IJK}=\frac{q^n_{I+1JK}-2q^n_{IJK}+q^n_{I-1JK}}{h_1^2},$$

$$Q_1[p,\rho(\psi)]^{n+1}_{ijk}=\frac{1}{h_1}\left(\frac{1}{\hat{\rho}(\psi^n_{i+1/2\,jk})}\frac{p^{n+1}_{i+1\,jk}-p^{n+1}_{ijk}}{h_1}-\frac{1}{\hat{\rho}(\psi^n_{i-1/2\,jk})}\frac{p^{n+1}_{ijk}-p^{n+1}_{i-1\,jk}}{h_1}\right),$$

$$D_1[q]^N_{IJK}=\frac{q^N_{I+1/2JK}-q^N_{I-1/2JK}}{h_1},\quad D_1^F[u_1^{n+1}\psi^n]_{ijk}=\frac{F^1_{i+1/2\,jk}-F^1_{i-1/2\,jk}}{h_1},$$

$$F^1_{i+1/2\,jk}=\begin{cases}(u_1)^{n+1}_{i+1/2\,jk}\,\psi^n_{i+1\,jk}, & (u_1)^{n+1}_{i+1/2\,jk}<0,\\ (u_1)^{n+1}_{i+1/2\,jk}\,\psi^n_{ijk}, & (u_1)^{n+1}_{i+1/2\,jk}>0,\end{cases}$$

где h_1 – шаг сетки по направлению x_1. Индексы, записанные строчными буквами, могут принимать только целые значения, в то время как использование заглавных букв подразумевает, что они могут быть как целыми, так и полуцелыми. Операторы, аппроксимирующие производные по двум другим пространственным координатам, могут быть получены соответствующей заменой индексов.

При этом используются сдвинутые сетки, такие, что давление и параметр порядка определены в целых узлах $p_{ijk} = p((x_1)_i, (x_2)_j, (x_3)_k)$ и $\psi_{ijk} = \psi((x_1)_i, (x_2)_j, (x_3)_k)$, а компоненты скорости – в узлах с одним полуцелым индексом, т. е. $(u_1)_{i+1/2\,jk} = u_1((x_1)_{i+1/2}, (x_2)_j, (x_3)_k)$,
$(u_2)_{ij+1/2k} = u_2((x_1)_i, (x_2)_{j+1/2}, (x_3)_k)$, $(u_3)_{ij\,k+1/2} = u_3((x_1)_i, (x_2)_j, (x_3)_{k+1/2})$.

Следует отметить, что полученная разностная схема обеспечивает первый порядок аппроксимации по времени и пространству. При этом порядок аппроксимации по пространству может быть повышен за счет использования более точных схем для аппроксимации переноса фазы. Сейчас для этой цели используется простейшая противопоточная схема, однако она может быть заменена на WENO схему третьего порядка [Liu et al., 1994].

Реализация описанного алгоритма ориентирована на использование графических сопроцессоров. При этом на всех этапах, кроме решения уравнения Пуассона, используются явные схемы, которые легко реализуются на CUDA. Для решения уравнения Пуассона применяется алгоритм, представленный в [Хачкова и др., 2020].

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для верификации разработанного алгоритма была проведена серия численных экспериментов – моделирование взаимодействия капли с твердой поверхностью при различных углах смачивания.

В качестве расчетной области Ω рассматривался куб со стороной $2 \cdot 10^{-4}$ м, а непроницаемый материал располагался в подобласти $x_1 \in [4 \cdot 10^{-5}, 6 \cdot 10^{-5}]$ м. При этом моделирование проводилось в отсутствие внешнего потока. Кроме того, рассматривались начальные условия двух типов. В первом смачивающая фаза 1 располагалась полусферой на поверхности $x_1 = 4 \cdot 10^{-5}$, а остальной объем расчетной области занимала несмачивающая фаза 0. При этом центр капли находился в точке $(4 \cdot 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-4})$ м. Второй тип представлял противоположную ситуацию: на поверхности рассматривалась капля несмачивающей фазы. Необходимо отметить, что во всех экспериментах фаза 1 предполагалась смачивающей, и угол смачивания измерялся по отношению к ней, так что он всегда меньше 90°. Остальные параметры жидкостей были фиксированы: $\rho_1 = 1000$ кг/м³, $\nu_1 = 3.8 \cdot 10^{-4}$ Па/с, $\rho_0 = 880$ кг/м³, $\nu_0 = 3.027 \cdot 10^{-3}$ Па/с, межфазное натяжение $\sigma = 2.571 \cdot 10^{-2}$ Н/м. При моделировании использовались пространственные шаги равные $2 \cdot 10^{-6}$ м. В результате радиус начальной полусферы составлял 20 узлов сетки.

Под воздействием сил поверхностного натяжения в зависимости от угла смачивания капля принимает форму сегмента сферы с радиусом кривизны, который оценивается по формуле:

$$R_f = R_0 \left(\frac{2}{2 - 3\cos(\theta) + \cos^3(\theta)} \right)^{1/3},$$

где R_0 – начальный радиус капли (полусферы). Кроме того, можно оценить перепад давления в капле и вне ее следующим образом:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R_f}.$$

Теоретическая оценка разницы давлений внутри и снаружи капли и результаты численных экспериментов приведены в табл. 1. Видно, что ошибка вычислений не превосходит 5 %. Для иллюстрации решения на рис. 1 приводятся двумерные сечения решения для случаев θ = 60º и θ = 120º.

Таблица 1

Теоретическая оценка (ΔP_t) и результаты моделирования (ΔP_n) разности давлений внутри и снаружи капли, помещенной на плоскую поверхность, для разных углов смачивания

угол	R_f	ΔP_t	ΔP_n	угол	R_f	ΔP_t	ΔP_n
20	$22 \cdot 10^{-5}$	224.8	219	160	$3.18 \cdot 10^{-5}$	1618	1703
30	$13 \cdot 10^{-5}$	379	376	150	$3.19 \cdot 10^{-5}$	1612	1697
40	$9.46 \cdot 10^{-5}$	543	547	140	$3.22 \cdot 10^{-5}$	1598	1690
50	$7.24 \cdot 10^{-5}$	710	719	130	$3.27 \cdot 10^{-5}$	1572	1658
60	$5.89 \cdot 10^{-5}$	872	889	120	$3.36 \cdot 10^{-5}$	1530	1607
70	$5.02 \cdot 10^{-5}$	1025	1049	110	$3.5 \cdot 10^{-5}$	1469	1533
80	$4.42 \cdot 10^{-5}$	1163	1198	100	$3.71 \cdot 10^{-5}$	1387	1439

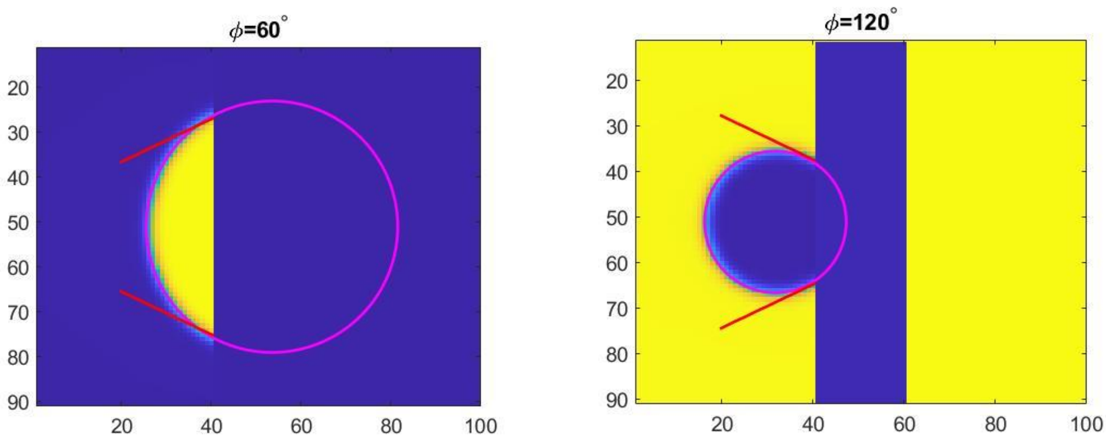


Рис. 1. Двумерные сечения капель на непроницаемой поверхности, соответствующие углам смачивания 60º (слева) и 120º (справа). Круг представляет поперечное сечение теоретически предсказанной формы капли. Наклон линий соответствует углам смачивания.

Для иллюстрации применимости разработанного подхода к моделированию двухфазных флюидопотоков в поровом пространстве горных пород был проведен численный эксперимент, в котором в качестве цифровой модели рассматривалось микротомографическое изображение песчаника Берсимер с разрешением 3.5 мкм на воксель. При этом размер расчетной области составлял 100^3 вокселей. Проводилось моделирование первичного дренажа – начального этапа в лабораторном эксперименте по оценке относительных фазовых проницаемостей породы, когда в полностью водонасыщенный образец закачивается нефть. Параметры флюидов выбирались следующими: плотность воды $\rho_w = 1000$ кг/м³ и ее динамическая вязкость $\nu_w = 3.8 \cdot 10^{-4}$ Па/с; для нефти $\rho_0 = 880$ кг/м³, $\nu_0 = 4.027 \cdot 10^{-3}$ Па/с; межфазное натяжение $\sigma = 2.571 \cdot 10^{-2}$ Н/м, угол смачивания для воды (смачивающей фазы) $\theta = 38.7^{\circ}$. Поток, заданный на входе, составлял $1.2 \cdot 10^{-8}$ м³/с.

На рисунке 2 представлено взаимное расположение фаз в поровом пространстве образца в различные моменты времени. Синим полупрозрачным цветом показаны водонасыщенные поры, а сиреневым – фаза нефти, проникающая в образец. При этом скелет породы в трехмерных изображениях модели прозрачен.

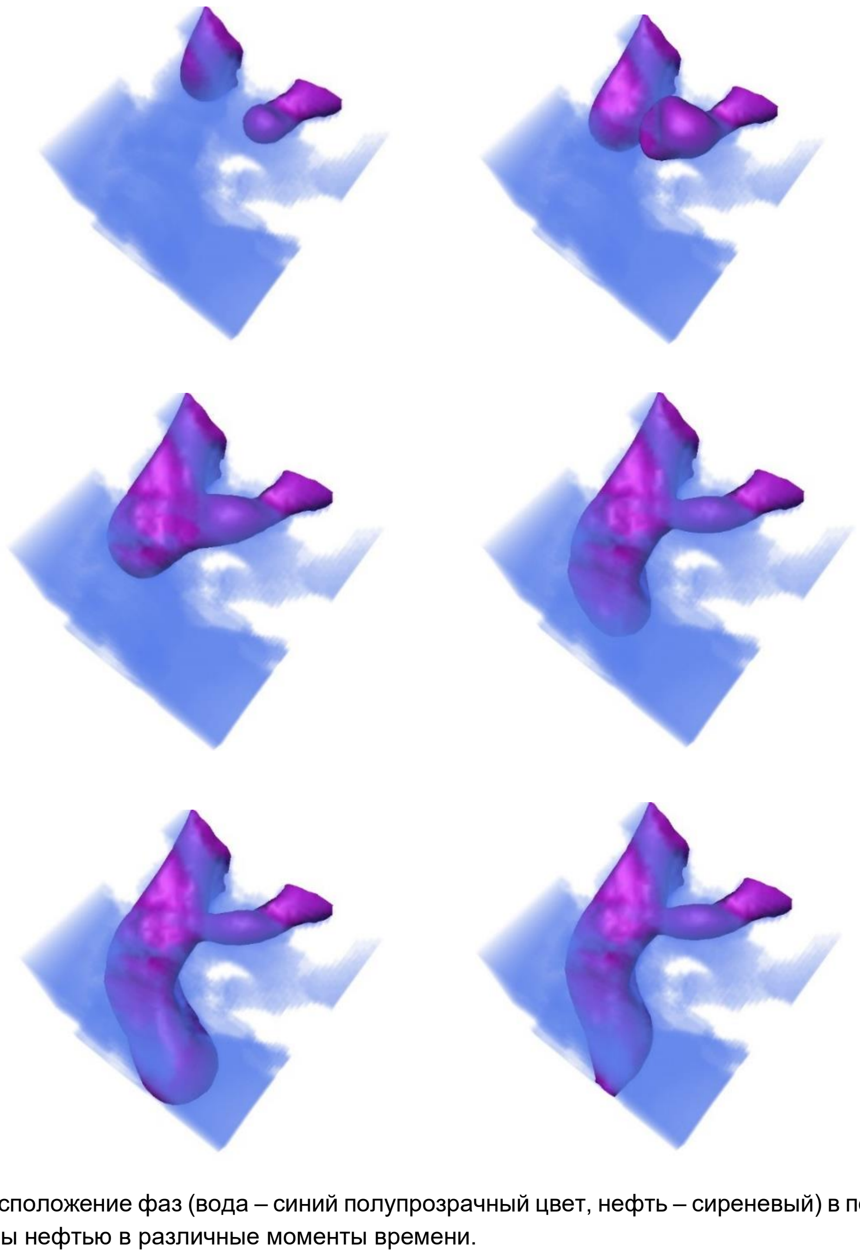


Рис. 2. Взаимное расположение фаз (вода – синий полупрозрачный цвет, нефть – сиреневый) в поровом пространстве при вытеснении воды нефтью в различные моменты времени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен алгоритм численного моделирования двухфазных флюидопотоков в поровом пространстве горной породы. Алгоритм основан на методе фазового поля, в котором межфазная граница представляется слоем конечной толщины, где фазы могут смешиваться. При этом не требуется прямого отслеживания положения границы, что существенно упрощает расчет сил поверхностного натяжения и учета углов смачивания. Для численной аппроксимации полученных уравнений используется метод конечных разностей, при этом для решения уравнения Навье–Стокса применяется проекционный метод, в котором поле скоростей рассчитывается по явной схеме, а для построения давления и удовлетворения уравнения неразрывности на каждом временном шаге решается уравнение Пуассона. Уравнение Кана–Хиллиарда, описывающее поведение каждой из фаз, аппроксимируется явной по времени схемой с условием устойчивости $\tau \approx h^2$. Реализация алгоритма ориентирована на применение графических сопроцессоров, что позволяет проводить моделирование двухфазных потоков в образцах размером до 500^3 вокселей с использованием одной видеокарты.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Базайкин Я.В., Колюхин Д.Р., Лисица В.В., Новиков М.А., Решетова Г.В., Хачкова Т.С. Влияние масштаба микротомографических изображений на оценку макромасштабных свойств породы // Технологии сейсморазведки. 2016. Т. 2. С. 38–47. doi:10.18303/1813-4254-2016-2-38-47.

Хачкова Т.С., Лисица В.В., Решетова Г.В., Чеверда В.А. Численная оценка удельного электрического сопротивления горных пород по их цифровым изображениям с использованием графических сопроцессоров // Вычислительные методы и программирование. 2020. Т. 21, № 3. С. 306–318. doi:10.26089/NumMet.v21r326.

Хачкова Т.С., Лисица В.В., Сотников О.С., Исламов И.А., Ганиев Д.И. Новая методика численной оценки абсолютной проницаемости горных пород по их микротомографическим изображениям // Геофизика. 2023. Т. 1. С. 34–40.

Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X. Digital rock physics benchmarks—Part I: Imaging and segmentation // Computers & Geosciences. 2013a. Vol. 50. P. 25–32. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.005.

Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X. Digital rock physics benchmarks—part II: Computing effective properties // Computers & Geosciences. 2013b. Vol. 50. P. 33–43. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.008.

Bahbah C., Khalloufi M., Larcher A., Mesri Y., Coupez T., Valette R., Hachem E. Conservative and adaptive level-set method for the simulation of two-fluid flows // Computers & Fluids. 2019. Vol. 191. Article 104223. doi:10.1016/j.compfluid.2019.06.022.

Chiu P.H., Lin Y.T. A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows // Journal of Computational Physics. 2011. Vol. 230 (1). P. 185–204. doi:10.1016/j.jcp.2010.09.021.

Croce R., Griebel M., Schweitzer M.A. A parallel level-set approach for two-phase flow problems with surface tension in three space dimensions. 2004. https://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/serien/e/sfb611/157.pdf.

Gibou F., Fedkiw R., Osher S. A review of level-set methods and some recent applications // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 353. P. 82–109. doi:10.1016/j.jcp.2017.10.006.

Groot R.D. Second order front tracking algorithm for Stefan problem on a regular grid // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 372. P. 956–971. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.051.

Jacqmin D. Calculation of two-phase Navier–Stokes flows using phase-field modeling // Journal of computational physics. 1999. Vol. 155 (1). P. 96–127. doi:10.1006/jcph.1999.6332.

Jettestuen E., Friis H.A., Helland J.O. A locally conservative multiphase level set method for capillary-controlled displacements in porous media // Journal of Computational Physics. 2021. Vol. 428. Article 109965. doi:10.1016/j.jcp.2020.109965

Kim J. Phase-field models for multi-component fluid flows // Communications in Computational Physics. 2012. Vol. 12 (3). P. 613–661. doi:10.4208/cicp.301110.040811a.

Lepilliez M., Popescu E.R., Gibou F. Tanguy S. On two-phase flow solvers in irregular domains with contact line // Journal of Computational Physics. 2016. Vol. 321. P. 1217–1251. doi:10.1016/j.jcp.2016.06.013.

Liu X.D., Osher S., Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes // Journal of Computational Physics. 1994. Vol. 115 (1). P. 200–212. doi:10.1006/jcph.1994.1187.

Zhao J., Han D. Second-order decoupled energy-stable schemes for Cahn–Hilliard–Navier–Stokes equations // Journal of Computational Physics. 2021. Vol. 443. Article 110536. doi:10.1016/j.jcp.2021.110536.

REFERENCES

Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X. Digital rock physics benchmarks—Part I: Imaging and segmentation // Computers & Geosciences. 2013a. Vol. 50. P. 25–32. doi: 10.1016/j.cageo.2012.09.005.

Andra H., Combaret N., Dvorkin J., Glatt E., Han J., Kabel M., Keehm Y., Krzikalla F., Lee M., Madonna C., Marsh M., Mukerji T., Saenger E.H., Sain R., Saxena N., Ricker S., Wiegmann A., Zhan X. Digital rock physics benchmarks—part II: Computing effective properties // Computers & Geosciences. 2013b. Vol. 50. P. 33–43. doi:10.1016/j.cageo.2012.09.008.

Bahbah C., Khalloufi M., Larcher A., Mesri Y., Coupez T., Valette R., Hachem E. Conservative and adaptive level-set method for the simulation of two-fluid flows // Computers & Fluids. 2019. Vol. 191. Article 104223. doi:10.1016/j.compfluid.2019.06.022.

Bazaikin Ya.V., Kolyukhin D.R., Lisitsa V.V., Novikov M.A., Reshetova G.V., Khachkova T.S. Effect of CT-image scale on macro-scale properties estimation // Seismic Technologies. 2016. Vol. 2. P. 38–47. doi:10.18303/1813-4254-2016-2-38-47.

Chiu P.H., Lin Y.T. A conservative phase field method for solving incompressible two-phase flows // Journal of Computational Physics. 2011. Vol. 230 (1). P. 185–204. doi:10.1016/j.jcp.2010.09.021.

Croce R., Griebel M., Schweitzer M.A. A parallel level-set approach for two-phase flow problems with surface tension in three space dimensions. 2004. https://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/serien/e/sfb611/157.pdf.

Gibou F., Fedkiw R., Osher S. A review of level-set methods and some recent applications // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 353. P. 82–109. doi:10.1016/j.jcp.2017.10.006.

Groot R.D. Second order front tracking algorithm for Stefan problem on a regular grid // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 372. P. 956–971. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.051.

Jacqmin D. Calculation of two-phase Navier–Stokes flows using phase-field modeling // Journal of computational physics. 1999. Vol. 155 (1). P. 96–127. doi:10.1006/jcph.1999.6332.

Jettestuen E., Friis H.A., Helland J.O. A locally conservative multiphase level set method for capillary-controlled displacements in porous media // Journal of Computational Physics. 2021. Vol. 428. Article 109965. doi:10.1016/j.jcp.2020.109965

Khachkova T., Lisitsa V., Reshetova G., Tcheverda V. Numerical estimation of electrical resistivity in digital rocks using GPUs // Computational Methods and Programming. 2020. Vol. 21 (3). P. 306–318.

Khachkova T., Lisitsa V., Sotnikov O., Islamov I., Ganiev D. A new technique for numerical estimation of the absolute permeability of rocks from their microtomographic images // Journal of Geophysics. 2023. Vol. 1. P. 34–40.

Kim J. Phase-field models for multi-component fluid flows // Communications in Computational Physics. 2012. Vol. 12 (3). P. 613–661. doi:10.4208/cicp.301110.040811a.

Lepilliez M., Popescu E.R., Gibou F. Tanguy S. On two-phase flow solvers in irregular domains with contact line // Journal of Computational Physics. 2016. Vol. 321. P. 1217–1251. doi:10.1016/j.jcp.2016.06.013.

Liu X.D., Osher S., Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes // Journal of Computational Physics. 1994. Vol. 115 (1). P. 200–212. doi:10.1006/jcph.1994.1187.

Zhao J., Han D. Second-order decoupled energy-stable schemes for Cahn–Hilliard–Navier–Stokes equations // Journal of Computational Physics. 2021. Vol. 443. Article 110536. doi:10.1016/j.jcp.2021.110536.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ХАЧКОВА Татьяна Станиславовна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов на масштабе пор.

ГОНДЮЛ Елена Александровна – аспирант НГУ, младший научный сотрудник Института математики СО РАН. Основные научные интересы: моделирование многофазных потоков, https://orcid.org/0009-0009-0619-1198.

ЛИСИЦА Вадим Викторович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов в пористых средах, https://orcid.org/0000-0003-3544-4878.

ПРОХОРОВ Дмитрий Игоревич – научный сотрудник Института математики СО РАН. Основные научные интересы: разработка алгоритмов для моделирования физических процессов, https://orcid.org/0000-0002-8547-930X.

КОСТИН Виктор Иванович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численное моделирование сейсмических волновых полей, высокопроизводительные вычисления.

Вклад авторов: В.В. Лисица выполнил реализацию алгоритма решения уравнения Навье–Стокса, Т.С. Хачкова – реализацию алгоритма решения Кана–Хиллиарда, В.И. Костин – разработку параллельной реализации для систем с общей памятью при поддержке проекта ФНИ FWZZ-2022-0022. Е.А. Гондюл – построение аппроксимации граничного условия на угол смачивания, Д.И. Прохоров проводил численные эксперименты на кластере НКС-30Т Сибирского суперкомпьютерного центра при поддержке гранта РНФ № 19-77-20004-П.

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 23 января 2024 г.,
принята к публикации 24 января 2024 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 72–82 **www.rjgt.ru**
Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 72–82
Научная статья / Original article
УДК 550.837, 519.6, 551.34
doi:10.18303/2619-1563-2024-1-72

ИМПУЛЬСНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ МЕЖСКВАЖИННОЕ ПРОСВЕЧИВАНИЕ ДЛЯ МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ КРИОЛИТОЗОНЫ

М.И. Эпов, В.Н. Глинских✉, И.В. Михайлов, М.Н. Никитенко, О.В. Нечаев, К.Н. Даниловский

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
✉*Вячеслав Николаевич Глинских, GlinskikhVN@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0001-6275-3612*

Аннотация. Научно обосновывается технология импульсного электромагнитного мониторинга многолетнемерзлых пород для предотвращения техногенных аварий и экологических катастроф. Развиты методы быстрого одномерного и трехмерного моделирования импульсных сигналов. Создана процедура трансформации сигналов в кажущиеся электросопротивления, реализован алгоритм инверсии данных с использованием преобразования Сумуду и искусственных нейронных сетей. На основе моделирования сигналов в реалистичных геоэлектрических моделях с многолетнемерзлыми породами, показана возможность мониторинга состояния мерзлого грунта по изменению сигналов. Успешно выполнены натурные эксперименты с макетным образцом установки импульсного мониторинга.

Ключевые слова: криолитозона, электромагнитный мониторинг, импульсное зондирование, межскважинное просвечивание, геоэлектрическая модель, преобразование Сумуду, векторный метод конечных элементов, трехмерное моделирование и инверсия, искусственные нейронные сети, натурные эксперименты

Финансирование: работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 22-17-00181.

Благодарности: авторы выражают благодарность сотрудникам Научно-исследовательского института измерительных приборов – Новосибирского завода имени Коминтерна (АО “НПО НИИИП-НЗиК”, г. Новосибирск) за организацию и проведение полевых экспериментов на геофизическом полигоне.

Для цитирования: Эпов М.И., Глинских В.Н., Михайлов И.В., Никитенко М.Н., Нечаев О.В., Даниловский К.Н. Импульсное электромагнитное межскважинное просвечивание для мониторинга состояния криолитозоны // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 72–82. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-72.

TRANSIENT ELECTROMAGNETIC CROSS-BOREHOLE EXPLORATION FOR MONITORING THE STATE OF THE CRYOLITHOZONE

M.I. Epov, V.N. Glinskikh✉, I.V. Mikhaylov, M.N. Nikitenko, O.V. Nechaev, K.N. Danilovskiy

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
✉ *Vyacheslav N. Glinskikh, GlinskikhVN@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0001-6275-3612*

Abstract. A technology for transient electromagnetic monitoring of permafrost is being scientifically substantiated to prevent man-made accidents and environmental disasters. Methods for fast 1D and 3D modeling of pulse signals have been developed. We have created a procedure for transforming the signals into apparent electrical resistivities, and implemented a data inversion algorithm using the Sumudu transform and artificial neural networks. Based on modeling of the signals in realistic geoelectric models with permafrost, the capability of monitoring the state of frozen soil by changes in the signals has been shown. Full-scale experiments with a prototype of a transient monitoring system have been successfully completed.

Keywords: cryolithozone, electromagnetic monitoring, transient sounding, cross-borehole exploration, geoelectric model, Sumudu transform, vector finite element method, 3D modeling and inversion, artificial neural networks, full-scale experiments

Funding: The work was supported by the Russian Science Foundation, Project No. 22-17-00181.

Acknowledgments: The authors are grateful to staff of the Scientific and Research Institute of Measurement Instrumentation – Novosibirsk Plant named after the Komintern for organizing and providing field experiments at the geophysical test site.

For citation: Epov M.I., Glinskikh V.N., Mikhaylov I.V., Nikitenko M.N., Nechaev O.V., Danilovskiy K.N. Transient electromagnetic cross-borehole exploration for monitoring the state of the cryolithozone // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 72–82. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-72.

ВВЕДЕНИЕ

В России территория распространения многолетнемерзлых пород занимает около 65 %. Учитывая климатические изменения последних десятилетий, направленные в сторону увеличения среднегодовой температуры воздуха [Мохов, Парфенова, 2021], возникла выраженная необходимость внедрения систем мониторинга многолетней мерзлоты для предотвращения техногенных аварий и экологических катастроф [Мельников и др., 2022]. Последние нередко возникают вследствие деградации-аградации мерзлых пород в окрестности гражданских и промышленных объектов, зданий и сооружений, включая нефте- и газопроводы, площадки нефтяных и газовых месторождений, железные дороги и автомагистрали, здания на свайном фундаменте.

Для отслеживания состояния многолетнемерзлых пород применяется набор геофизических методов. Наиболее широко вовлекается их температурный мониторинг [Нерадовский, 2013]; следующими по распространенности являются методы наземной геоэлектрики, включая их комплексирование с сейсмическими исследованиями [Яковлев и др., 2019]. В то же время, недостаточно раскрыты в научно-практическом плане возможности импульсных электромагнитных зондирований [Эпов и др., 2021], позволяющих повысить результативность таких мониторинговых изысканий.

Разработка новых геофизических технологий традиционно основывается на высокоэффективных средствах математического моделирования синтетических данных зондирований. В рамках исследования рассматривается численно-аналитическое решение задачи электромагнитных зондирований в базовой модели вертикально-неоднородной среды для произвольного токового импульса в генераторе электромагнитного поля, с созданием алгоритма быстрого и точного численного моделирования. Программно реализован алгоритм трехмерного моделирования электромагнитных импульсов векторным методом конечных элементов. Оригинальное сочетание последнего и преобразования Сумуду позволяет рассматривать пространственно-неоднородные объекты с высоким контрастом геоэлектрических параметров, существенно снизив вычислительные затраты [Эпов и др., 2023]. Выбранные системы межскважинного и наземно-скважинного просвечивания [Marsala et al., 2015] позволяют при этом достичь наибольшей локализации области протаивания.

Рассмотрены результаты численного моделирования сигналов импульсного электромагнитного мониторинга многолетнемерзлых пород, в том числе под гражданскими и промышленными объектами.

Научно-исследовательским институтом измерительных приборов – Новосибирским заводом имени Коминтерна (АО “НПО НИИИП-НЗиК”, г. Новосибирск) создан прототип установки импульсного электромагнитного межскважинного зондирования, успешно проведены первые серии полевых экспериментов на геофизических полигонах [Бухтияров, Глинских, 2022; Глинских и др., 2023].

ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Система измерений для импульсного мониторинга криолитозоны представляет собой наборы источников и приемников электромагнитного поля, смонтированных на непроводящих корпусах и погруженных в две скважины (одна скважина с источниками, вторая с приемниками) (рис. 1). Скважины находятся на таком расстоянии друг от друга, чтобы чувствительность измеренных сигналов к оттаявшему объекту была наибольшей. Источниками и приемниками сигналов являются катушки индуктивности (антенны), ориентированные вдоль осей прямоугольной системы координат. В процессе мониторинга анализируются временные зависимости электродвижущей силы (ЭДС) или компонент магнитного поля.

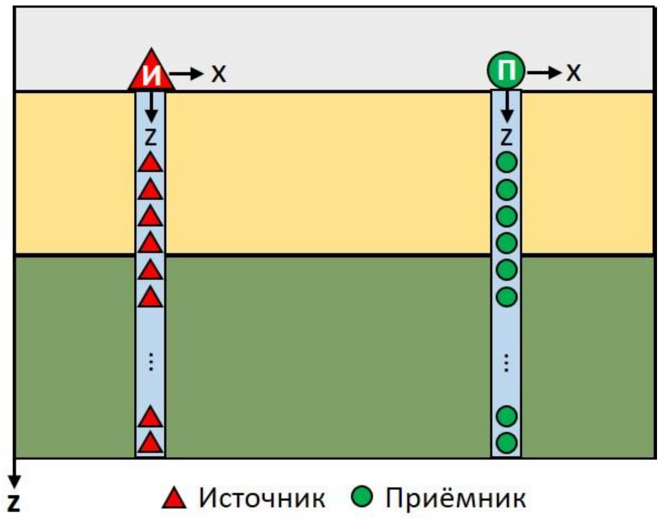


Рис. 1. Базовая горизонтально-слоистая модель среды для исследования основных зависимостей сигналов и их функций чувствительности. Верхнее полупространство – воздух.

Отличительные особенности и достоинства предлагаемой системы импульсного мониторинга следующие. Во-первых, глубинность исследования не уступает электротомографии и значительно больше, чем у георадара. Во-вторых, нет необходимости заземлять токовые электроды, что может представлять значительную сложность для электротомографического метода в окрестности промышленных объектов. В-третьих, при импульсных зондированиях измерения происходят в широком временном диапазоне, что обеспечивает получение значительного объема геофизической информации о среде. В-четвертых, предложенная система импульсного межскважинного просвечивания – стационарная, что сокращает затраты на развертывание системы наблюдений перед каждым последующим измерением. Кроме того, в импульсных электромагнитных зондированиях, по сравнению с частотными, нет необходимости компенсировать прямое поле. Упомянутые практические преимущества предопределяют перспективность развития импульсных зондирований для задач мониторинга многолетнемерзлых пород.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ В БАЗОВЫХ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

В работе развита теория моделирования сигналов импульсного электромагнитного зондирования, в базовых моделях среды (рис. 1) изучены сигналы различных зондирующих систем в зависимости от времени, показано, каким образом на диаграммах ЭДС проявляются особенности, связанные с пространственным расположением мерзлых пород.

Для магнитного поля, представленного в виде двойного интеграла, изучено расположение особых точек и разрезов в комплексной плоскости пространственной переменной интегрирования и показано, каким образом должен выбираться путь интегрирования, обеспечивающий быстрое затухание подынтегральной функции и увеличивающий скорость численного моделирования [Никитенко и др., 2023].

Проведены численное моделирование и анализ сигналов зондирования, подтверждающие возможность мониторинга состояния многолетнемерзлых пород. Установлено, что по диаграммам ЭДС для различных компонент магнитного поля визуально прослеживается положение границы, разделяющей мерзлые и оттаявшие породы (рис. 2, слева).

Разработан способ трансформации данных импульсных электромагнитных зондирований в кажущиеся удельные электрические сопротивления (УЭС), основанный на подборе УЭС однородного проводящего полупространства [Никитенко и др., 2024]. Так, например, для УЭС оттаявшего слоя 20 Ом·м и расстояния между скважинами 20 м (рис 2, справа), на ранних временах определяется УЭС слоя, в котором находятся источник и приемник, с плавным переходом УЭС при пересечении границы к УЭС мерзлых пород.

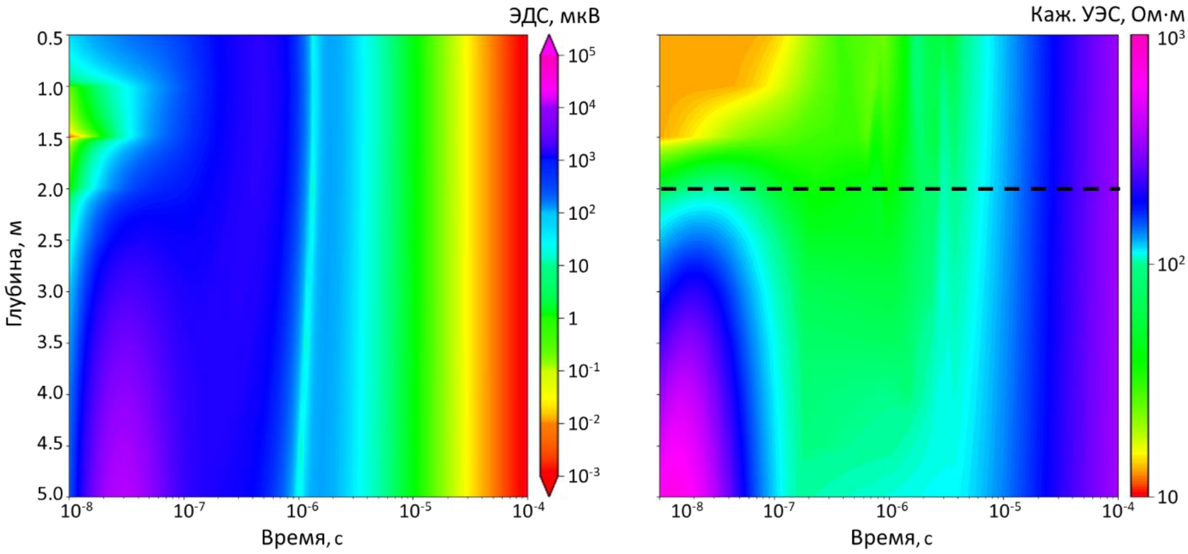


Рис. 2. Слева – модули ЭДС для вертикальной компоненты магнитного поля в зависимости от времени и глубины источника и приемника. Справа – кажущиеся УЭС. Положение границы между оттаявшими и мерзлыми породами обозначено пунктиром. Расстояние между скважинами с источниками и приемниками – 20 м, УЭС оттаявшего слоя – 20 Ом·м, УЭС мерзлых пород – 1000 Ом·м.

ТРЕХМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОНИТОРИНГА В РЕАЛИСТИЧНЫХ ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ ПОРОД

Разработан новый алгоритм трехмерного численного моделирования сигналов импульсного электромагнитного зондирования, оригинально сочетающий в себе векторный метод конечных элементов и интегральное преобразование Сумуду по времени [Эпов и др., 2023]. Для обратного преобразования Сумуду применяется нейросетевой алгоритм [Эпов и др., 2024], позволяющий сократить время решения прямой задачи в среднем на 5.5 порядков [Нечаев и др., 2024].

На базе результатов математического моделирования создана обучающая выборка, в которой ко входным данным добавлен нормально распределенный шум, уровень которого пропорционален уровню самого сигнала и соответствует ожидаемой точности измерения зондирующей установкой. С применением параллельных вычислений на базе графического ускорителя обучена искусственная нейронная сеть (ИНС) с архитектурой многослойного перцептрона.

Для оценки возможностей импульсного мониторинга, рассматривается класс трехмерных моделей среды с таликом и сооружением, в окрестности которого проводится мониторинг. По результатам всестороннего анализа открытых публикаций, а также материалов полевых геофизических исследований созданы геоэлектрические модели [Glinskikh et al., 2021; Михайлов и др., 2023], включающие в себя элементы конструкций зданий и сооружений, зоны растепления и образования таликов. Учитываются параметры поляризации в мерзлых породах. На рисунке 3 приведены результаты трехмерного численного моделирования в модели «Железная дорога в Якутии». Она включает в себя многолетнемерзлые породы с УЭС 200 Ом·м, железную дорогу на земной поверхности и талик в виде прямоугольного параллелепипеда (10×10×5 м), расположенный непосредственно под железнодорожным полотном. УЭС талика 50 Ом·м.

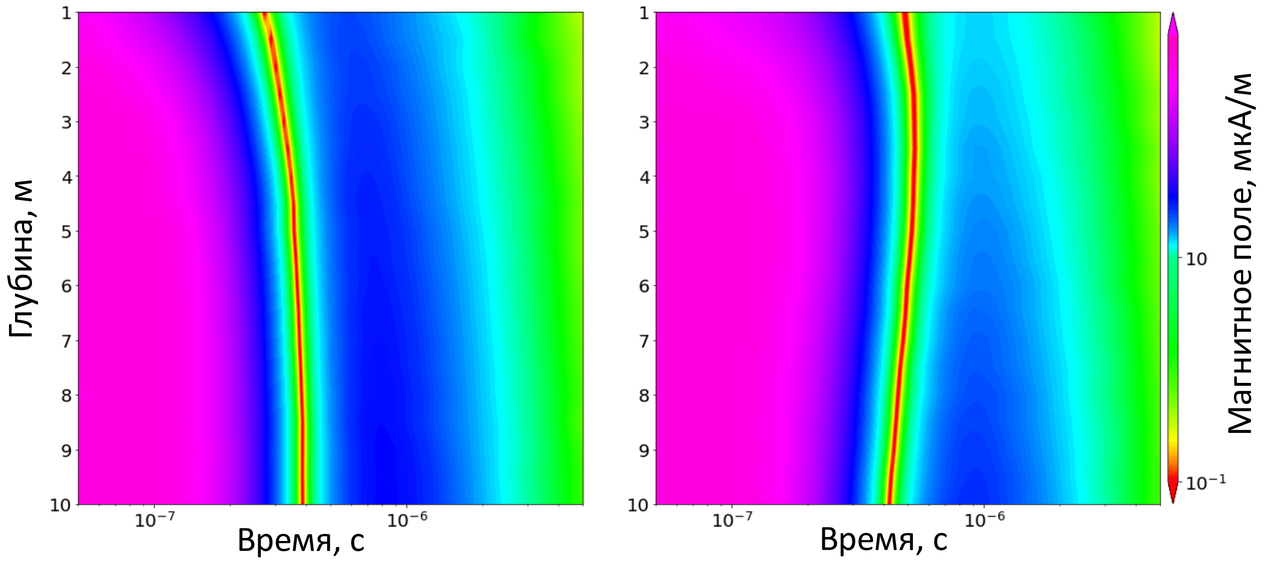


Рис. 3. Модули вертикальной компоненты магнитного поля в модели «железная дорога в Якутии». Прямоугольный импульс. Межскважинная конфигурация по центру талика. Слева – референтная модель без талика, справа – с таликом.

Отметим, что в сигналах межскважинного просвечивания наличие талика проявляется на всех рассмотренных временах и глубинах.

ИНВЕРСИЯ ДАННЫХ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОНИТОРИНГА НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СУМУДУ

Для оперативной численной инверсии создан быстрый аналог конечно-элементного алгоритма на основе ИНС с архитектурой многослойного перцептрона. Как альтернатива минимизации функционала невязки между Сумуду-образами реально измеренных сигналов и Сумуду-образами рассчитанных сигналов, построен оператор, непосредственно отображающий вектор измерений в вектор параметров модели. Для аппроксимации такого оператора также применены ИНС. С помощью имеющихся двух способов решения обратной задачи, построен третий, как их комбинация.

Проведено тестирование методов инверсии на модели двух полупространств, где нижнее представлено многолетнемерзлыми породами с таликом в виде параллелепипеда (рис. 4). Геометрические размеры талика восстановлены с точностью от 5 до 20 % при разных уровнях шума в псевдоэкспериментальных данных и в зависимости от удаления талика от зондирующей установки [Нечаев и др., 2024].

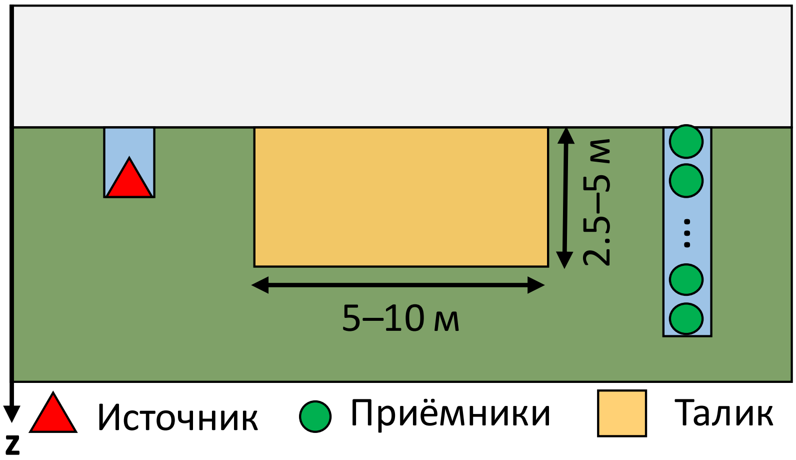


Рис. 4. Трехмерная модель среды с таликом для оценки влияния талика на сигналы импульсного зондирования. Верхнее полупространство – воздух.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ПРОВЕДЕНИЕ НАТУРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С МАКЕТНЫМ ОБРАЗЦОМ УСТАНОВКИ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Система наблюдения для натурных экспериментов представляет собой источник и приемник электромагнитного поля, расположенные в двух шурфах (скважинах) глубиной 1.5 м на расстоянии друг от друга в диапазоне 10–100 м.

Для изучения зависимости измеряемых сигналов от расстояния между скважинами проведено численное моделирование мониторинга глубины промерзания верхней части грунта. На рисунке 5 цветом представлены амплитуды ЭДС в зависимости от времени и вертикальной глубины границы между мерзлыми и оттаявшими породами (первым слоем и нижним полупространством) для разных компонент поля: ZZ, YY, XX, XZ [Никитенко и др., 2021]. Положение границы изменяется от 0 до 2 м на каждом рисунке, таким образом на изображениях представлен мониторинг промерзающего слоя для каждой компоненты поля и для разных расстояний между скважинами.

Для расстояния между источником и приемником 10 м наблюдается наибольший уровень сигнала – до 10^6 мкВ, для 100 м – $2{\cdot}10^2$ мкВ. В конкретной геолого-технической ситуации рекомендуется минимизировать указанное расстояние, чтобы повысить выраженность и контрастность сигналов, для более детальной и достоверной локализации границы оттаявшего/промерзшего слоя. Наиболее детально граница визуально прослеживается при использовании ZZ- и YY-компонент магнитного поля. С использованием XX-компоненты граница слабо выражена, а для компоненты XZ (ZX) обнаружить границу затруднительно.

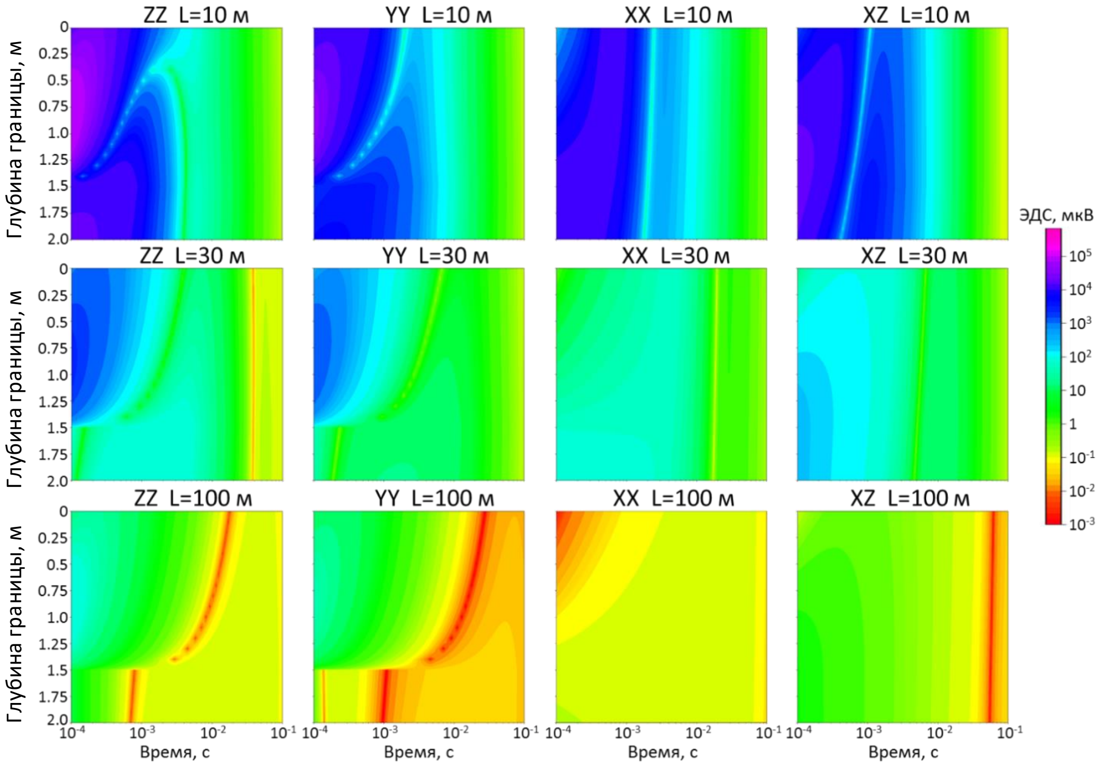


Рис. 5. Амплитуды ЭДС для ZZ, YY, XX, XZ-компонент поля в зависимости от изменения глубины замерзания границы первого слоя. Глубина расположения источника и приемника – 1.5 м.

Выполнены натурные эксперименты с использованием разрабатываемого макетного образца установки импульсного электромагнитного зондирования на песчано-глинистом карьере и геофизическом полигоне [Бухтияров, Глинских, 2022; Глинских и др., 2023]. Отработана методика проведения эксперимента, проведена проверка реализуемых технических решений и работоспособности разрабатываемой аппаратуры в полевых условиях в холодное время года. Выявлена пространственная зависимость излучаемого антенной электромагнитного поля. Установлено, что при расстоянии от 10 до 50 м между антеннами сигнал наиболее устойчив и приемлем для обработки, при этом указанный диапазон может быть расширен при дальнейшей инженерно-технической оптимизации аппаратуры.

Кроме того, для наиболее реалистичного описания геоэлектрических моделей и численного моделирования, отобраны образцы отложений песчано-глинистого карьера и грунта на геофизическом полигоне. Выполнено лабораторное изучение гранулометрического и литологического состава, а также электрофизических свойств в широком диапазоне частот.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, научно обоснована технология импульсного электромагнитного мониторинга многолетнемерзлых пород для предотвращения техногенных аварий и экологических катастроф.

Развита теория моделирования сигналов импульсного электромагнитного зондирования, на основе которой создан алгоритм быстрого и точного численного моделирования электромагнитного поля в базовых слоисто-однородных моделях сред.

Разработана и реализована вычислительная схема трехмерного численного моделирования импульсных электромагнитных зондирований с использованием векторного метода конечных элементов и преобразования Сумуду для реалистичной геоэлектрической модели криолитозоны. Разработан вычислительный алгоритм решения прямой задачи с использованием обратного преобразования Сумуду при помощи нейросетевых технологий.

Разработан способ трансформации данных импульсных электромагнитных зондирований в кажущиеся УЭС. Созданы быстрые алгоритмы численной трехмерной инверсии данных импульсного мониторинга, в том числе с использованием нейросетевых технологий.

Проведено численное трехмерное моделирование и анализ сигналов импульсного электромагнитного зондирования в геоэлектрических моделях электропроводящих диспергирующих сред, включая реалистичные модели многолетнемерзлых пород с учетом элементов конструкций зданий и сооружений с электрофизическими параметрами, установленными по результатам полевых наблюдений и лабораторных исследований образцов грунта.

Выполнены натурные эксперименты с использованием разрабатываемого макетного образца установки импульсного электромагнитного зондирования на песчано-глинистом карьере и геофизическом полигоне. Отработана методика проведения эксперимента, выполнена проверка реализуемых технических решений и работоспособности разрабатываемой аппаратуры в полевых условиях. В дальнейшем будут проведены натурные эксперименты на выбранном эталонном объекте геофизического полигона с известными электрофизическими характеристиками, с оптимизацией длительности высоковольтного импульса для повышения глубинности измерений.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Бухтияров Д.А., Глинских В.Н. Предварительные результаты мониторинга состояния глинистых грунтов при помощи установки импульсного электромагнитного зондирования // Геофизические технологии. 2022. № 2. С. 44–64. doi:10.18303/2619-1563-2022-2-44.

Глинских В.Н., Федосеев А.А., Никитенко М.Н., Михайлов И.В., Бухтияров Д.А. Проектирование полевых экспериментов для обоснования технологии мониторинга мерзлых пород // Криосфера Земли. 2023. Т. XXVII, № 4. С. 45–53. doi: 10.15372/KZ20230405.

Мельников В.П., Осипов В.И., Брушков А.В., Алексеев А.Г., Бадина С.В., Бердников Н.М., Великин С.А., Дроздов Д.С., Дубровин В.А., Железняк М.Н., Жданеев О.В., Захаров А.А., Леопольд Я.К., Кузнецов М.Е., Малкова Г.В., Осокин А.Б., Остарков Н.А., Ривкин Ф.М., Садуртдинов М.Р., Сергеев Д.О., Федоров Р.Ю., Фролов К.Н., Устинова Е.В., Шеин А.Н. Развитие геокриологического мониторинга природных и технических объектов в криолитозоне Российской Федерации на основе систем геотехнического мониторинга топливно-энергетического комплекса // Криосфера Земли. 2022. Т. XXVI, № 4. С. 3–18. doi:10.15372/KZ20220401.

Михайлов И.В., Нечаев О.В., Глинских В.Н., Никитенко М.Н., Федосеев А.А. Численное моделирование сигналов импульсного электромагнитного межскважинного мониторинга многолетнемерзлых пород под основаниями промышленных объектов // Геофизические исследования. 2023. Т. 24, № 3. С. 87–102. doi:10.21455/gr2023.3-5.

Мохов И.И., Парфенова М.Р. Изменения протяженности снежного покрова в Евразии по спутниковым данным в связи с полушарными и региональными температурными изменениями // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2021. Т. 501, № 1. С. 78–85. doi:10.31857/S2686739721110104.

Нерадовский Л.Г. Опыт изучения влияния температуры на удельное электрическое сопротивление мерзлых грунтов // Геофизика. 2013. № 1. С. 67–70.

Нечаев О.В., Даниловский К.Н., Михайлов И.В. Моделирование и инверсия сигналов импульсных электромагнитных зондирований в задаче мониторинга многолетнемерзлых пород с применением методов глубокого обучения // Геология и геофизика. 2024. Т. 65, № 7. С. 1012–1022. doi:10.15372/GiG2023211.

Никитенко М.Н., Глинских В.Н., Горносталев Д.И. Математическое обоснование импульсных электромагнитных зондирований для новых задач нефтепромысловой геофизики // Сибирский журнал вычислительной математики. 2021. Т. 24, № 2. С. 179–192. doi:10.15372/SJNM20210205.

Никитенко М.Н., Глинских В.Н., Михайлов И.В., Федосеев А.А. Математическое моделирование сигналов импульсного электромагнитного зондирования для мониторинга состояния многолетнемерзлых пород // Геология и геофизика. 2023. Т. 64, № 4. С. 591–600. doi:10.15372/GiG2022132.

Никитенко М.Н., Бредихин И.А., Михайлов И.В., Федосеев А.А. Трансформация данных импульсных зондирований в кажущиеся электросопротивления для задачи мониторинга криолитозоны // Геофизические исследования. 2024. Т. 25, № 2. С. 65–78. doi:10.21455/gr2024.2-4.

Эпов М.И., Глинских В.Н., Никитенко М.Н., Сухорукова К.В., Горносталев Д.И., Михайлов И.В. Новый метод импульсного электромагнитного каротажного зондирования: картирование баженовской свиты из юрских коллекторов, вскрытых наклонно-горизонтальными скважинами // Геология и минерально-сырьевые ресурсы Сибири. 2021. № 3. С. 31–39. doi:10.20403/2078-0575-2021-3-31-39.

Эпов М.И., Нечаев О.В., Глинских В.Н. Численная инверсия интегрального преобразования Сумуду при моделировании электромагнитного зондирования земных недр // Геология и геофизика. 2023. Т. 64, № 7. С. 1033–1045. doi:10.15372/GiG2023104.

Эпов М.И., Даниловский К.Н., Нечаев О.В., Михайлов И.В. Вычислительный алгоритм обратного преобразования Сумуду на основе искусственной нейронной сети в задаче наземного электромагнитного зондирования методом переходных процессов // Геология и геофизика. 2024. Т. 65, № 5. С. 757–765. doi:10.15372/GiG2023190.

Яковлев Д.В., Каплан С.А., Клокова В.П., Соколова Е.Ю., Шпекторов А.Л., Слинчук Г.Е. Построение скоростной модели верхней части разреза в условиях распространения многолетнемерзлых пород с учетом данных наземной электроразведки // Геофизика. 2019. № 4. С. 2–8.

Glinskikh V., Nechaev O., Mikhaylov I., Danilovskiy K., Olenchenko V. Pulsed electromagnetic cross-well exploration for monitoring permafrost and examining the processes of its geocryological changes // Geosciences. 2021. Vol. 11 (2). Article 60. doi:10.3390/geosciences11020060.

Marsala A.F., Lyngra S., Safdar M., Zhang P., Wilt M. Crosswell electromagnetic induction between two widely spaced horizontal wells: coiled-tubing conveyed data collection and 3D inversion from a carbonate reservoir in Saudi Arabia // SEG Technical Program Expanded Abstract. New Orleans, Louisiana, USA, 2015. P. 2848–2852. doi:10.1190/segam2015-5891203.1.

REFERENCES

Bukhtiyarov D.A., Glinskikh V.N. Preliminary results of clay soils state monitoring using transient electromagnetic sounding apparatus // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2022. No. 2. P. 44–64. doi:10.18303/2619-1563-2022-2-44.

Epov M.I., Glinskikh V.N., Nikitenko M.N., Sukhorukova K.V., Gornostalev D.I., Mikhaylov I.V. New method of pulsed electromagnetic logging sounding: mapping the Bazhenov Formation from Jurassic reservoirs penetrated by inclined-horizontal wells // Geology and Mineral Resources of Siberia. 2021. No. 3. P. 31–39. doi:10.20403/2078-0575-2021-3-31-39.

Epov M.I., Nechaev O.V., Glinskikh V.N. Numerical inversion of the Sumudu integral transform in the simulation of electromagnetic sounding of the Earth's interior // Russian Geology and Geophysics. 2023. Vol. 64 (7). P. 860–869. doi:10.2113/RGG20234537.

Epov M.I., Danilovskiy K.N., Nechaev O.V., Mikhaylov I.V. Artificial neural network-based computational algorithm of inverse Sumudu transform applied to surface transient electromagnetic sounding method // Russian Geology and Geophysics. 2024. Vol. 65 (5). P. 663–669. doi:10.2113/RGG20234607.

Glinskikh V., Nechaev O., Mikhaylov I., Danilovskiy K., Olenchenko V. Pulsed electromagnetic cross-well exploration for monitoring permafrost and examining the processes of its geocryological changes // Geosciences. 2021. Vol. 11 (2). Article 60. doi:10.3390/geosciences11020060.

Glinskikh V.N., Fedoseev A.A., Nikitenko M.N., Mikhaylov I.V., Bukhtiyarov D.A. Design of field experiments for substantiation of permafrost monitoring technology // Earth’s Cryosphere. 2023. Vol. 27 (4). P. 45–53. doi:10.15372/KZ20230405.

Marsala A.F., Lyngra S., Safdar M., Zhang P., Wilt M. Crosswell electromagnetic induction between two widely spaced horizontal wells: coiled-tubing conveyed data collection and 3D inversion from a carbonate reservoir in Saudi Arabia // SEG Technical Program Expanded Abstract. New Orleans, Louisiana, USA, 2015. P. 2848–2852. doi:10.1190/segam2015-5891203.1.

Melnikov V.P., Osipov V.I., Brouchkov A.V., Alekseev A.G., Badina S.V., Berdnikov N.M., Velikin S.A., Drozdov D.S., Dubrovin V.A., Zheleznyak M.N., Zhdaneev O.V., Zakharov A.A., Leopold Ya.K., Kuznetsov M.E., Malkova G.V., Osokin A.B., Ostarkov N.A., Rivkin F.M., Sadurtdinov M.R., Sergeev D.O., Fedorov R.Yu., Frolov K.N., Ustinova E.V., Shein A.N. Development of geocryological monitoring of natural and technical facilities in the regions of the Russian Federation based on geotechnical monitoring systems of fuel and energy sector // Earth’s Cryosphere. 2022. Vol. 26 (4). P. 3–18. doi:10.15372/KZ20220401.

Mikhaylov I.V., Nechaev O.V., Glinskikh V.N., Nikitenko M.N., Fedoseev A.A. Numerical simulation of cross-borehole impulsed electromagnetic signals for permafrost monitoring under bases of industrial facilities // Geophysical Research. 2023. Vol. 24 (3). P. 87–102. doi:10.21455/gr2023.3-5.

Mokhov I.I., Parfenova M.R. Changes in the snow cover extent in Eurasia by satellite data in relationship to hemispheric and regional temperature changes // Doklady Earth Sciences. 2021. Vol. 501 (1). P. 963–968. doi:10.1134/S1028334X21110106.

Nechaev O.V., Danilovskiy K.N.,Mikhaylov I.V. Deep-learning-based simulation and inversion of transient electromagnetic sounding signals in permafrost monitoring problem // Russian Geology and Geophysics. 2024. Vol. 65 (7). P. 871–879. doi:10.2113/RGG20234697.

Neradovsky L.G. Effect of temperature on specific electrical resistivity of frozen soils: a case study // Journal of Geophysics. 2013. No. 1. P. 67–70.

Nikitenko M.N., Glinskikh V.N., Gornostalev D.I. Mathematical Substantiation of Pulsed Electromagnetic Soundings for New Problems of Petroleum Geophysics // Numerical Analysis and Applications. 2021. Vol. 14 (2). P. 155–166. doi:10.1134/S1995423921020051.

Nikitenko M.N., Glinskikh V.N., Mikhaylov I.V., Fedoseev A.A. Mathematical modeling of transient electromagnetic sounding signals for monitoring the state of permafrost // Russian Geology and Geophysics. 2023. Vol. 64 (4). P. 488–494. doi:10.2113/RGG20224514.

Nikitenko M.N., Bredikhin I.A., Mikhaylov I.V., Fedoseev A.A. TEM sounding data transform into apparent electrical resistivity for permafrost monitoring problem // Geophysical Research. 2024. Vol. 25 (2). P. 65–78. doi:10.21455/gr2024.2-4.

Yakovlev D.V., Kaplan S.A., Klokova V.P., Sokolova E.Yu., Shpektorov A.L., Slinchuk G.E. Construction of seismic velocity model using electromagnetic data on permafrost layer // Journal of Geophysics. 2019. No. 4. P. 2–8.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ЭПОВ Михаил Иванович – академик РАН, доктор технических наук, главный научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: теория и моделирование электромагнитных полей в многомасштабных гетерогенных геологических средах, мониторинг верхних частей земной коры в целях экологии, инженерной геологии и археологии, https://orcid.org/0000-0002-5934-7063.

ГЛИНСКИХ Вячеслав Николаевич – член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, директор, главный научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы решения прямых и обратных задач электродинамики.

МИХАЙЛОВ Игорь Владиславович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: численное моделирование и инверсия данных электрокаротажа, нефтепромысловая геофизика, межскважинное электромагнитное просвечивание, https://orcid.org/0000-0002-0957-8656.

НИКИТЕНКО Марина Николаевна – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: прямые и обратные задачи электромагнитных зондирований, обоснование новых методов исследования скважин, новые способы интерпретации, разработка программного обеспечения для моделирования и инверсии данных, https://orcid.org/0000-0002-7276-9199.

НЕЧАЕВ Олег Валентинович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: Основные научные интересы: моделирование электромагнитных полей, решение обратных задач (методы глобальной оптимизации).

ДАНИЛОВСКИЙ Кирилл Николаевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник лаборатории многомасштабной геофизики Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: геофизические методы исследований в скважинах, каротаж в процессе бурения, обработка и интерпретация данных ГИС, моделирование и инверсия данных электрокаротажа, машинное обучение, искусственные нейронные сети, https://orcid.org/0000-0002-9197-2061.

Статья поступила в редакцию 14 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 29 января 2024 г.,
принята к публикации 31 января 2024 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 83–91 **www.rjgt.ru**
Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 83–91
Научная статья / Original article
УДК 550.822.3
doi:10.18303/2619-1563-2024-1-83

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ МИКРОСТРУКТУРЫ БАЖЕНОВСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ И ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ЦИФРОВОГО ДВОЙНИКА ПОРОДЫ

Елена Игоревна Ускова[1,✉], Александр Александрович Бурухин[2], Алексей Николаевич Черемисин[3]

[1,2,3]*Сколковский институт науки и технологии*
121205, Москва, тер. инновационного центра Сколково, Большой б-р, д. 30, стр. 1, Россия
[1,✉]*elena.uskova@skoltech.ru, https://orcid.org/0009-0003-7169-1347*
[2]*A.Burukhin@skoltech.ru, https://orcid.org/0009-0002-3423-8570*
[3]*A.Cheremisin@skoltech.ru, https://orcid.org/0000-0002-3580-9120*

Аннотация. Проведено исследование пространственной микроструктуры образцов баженовской свиты по данным FIB-SEM для подготовки цифровой модели и расчета фильтрационно-емкостных свойств. Цифровое моделирование керна направлено на дополнение традиционных лабораторных исследований образцов горных пород возможностями вычислительного эксперимента и позволяет не только прогнозировать количество углеводородов, которые могут быть извлечены из месторождения, но и планировать оптимальные методы его разработки. Возможности технологии цифрового керна апробированы на высокопроницаемых породах, в то время как для нетрадиционных остаются вопросы к выбору и описанию пористой среды, связанные, в первую очередь, с необходимостью перехода на субмикронный и наномасштаб. В рамках настоящего исследования показаны сложности, связанные с подготовкой цифровой модели на основе FIB-SEM материала баженовской свиты, а также моделированием и валидацией свойств.

Ключевые слова: цифровой керн, баженовская свита, нетрадиционные коллектора, кероген, FIB-SEM

Для цитирования: Ускова Е.И., Бурухин А.А., Черемисин А.Н. Исследование особенностей микроструктуры баженовских отложений и выбор оптимальной модели для создания цифрового двойника породы **//** Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 83–91. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-83.

RESEARCH OF THE MICROSTRUCTURE FEATURES OF BAZHENOV DEPOSITS AND SELECTION OF THE OPTIMAL MODEL FOR CREATING A DIGITAL TWIN OF THE ROCK

Elena I. Uskova[1,✉], Aleksandr A. Burukhin[2], Aleksey N. Cheremisin[3]

[1,2,3]*Skolkovo Institute of Science and Technology*
121205, Moscow, territory of the Skolkovo Innovation Center, Bolshoy b-r, 30, bld. 1, Russia
[1,✉]*elena.uskova@skoltech.ru, https://orcid.org/0009-0003-7169-1347*
[2]*A.Burukhin@skoltech.ru, https://orcid.org/0009-0002-3423-8570*
[3]*A.Cheremisin@skoltech.ru, https://orcid.org/0000-0002-3580-9120*

Abstract. The spatial microstructure of the Bazhenov Formation samples was studied according to FIB-SEM data to prepare a digital model and calculate filtration-capacitance properties. Digital core modeling is aimed at complementing traditional laboratory studies of rock samples with computational experiment capabilities and allows not only to predict the amount of hydrocarbons that can be extracted from a field, but also to plan optimal methods for its development. The possibilities of digital core technology have been tested on highly permeable rocks, while for non-traditional ones there are still questions about the choice and description of a porous medium, primarily related to the need to switch to the submicron and nano scale. The present study shows the difficulties associated with the preparation of a digital model based on FIB-SEM material of the Bazhenov Formation, as well as modeling and validation of properties.

Keywords: digital core, Bazhenov Formation, unconventional reservoirs, kerogen, FIB-SEM

For citation: Uskova E.I., Burukhin A.A., Cheremisin A.N. Research of the microstructure features of Bazhenov deposits and selection of the optimal model for creating a digital twin of the rock // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 83–91. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-83.

ВВЕДЕНИЕ

Математическое моделирование широко используется для анализа процессов разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений. Задачи, которые возникают в этой области, включают, в частности, разработку и обоснование плана разработки месторождения, определение оптимального метода воздействия на пласт с целью увеличения нефтеотдачи, прогноз и оценку технических и экономических рисков [Балашов, Савенков, 2019]. Успех решения этих и других задач во многом зависит от качества входных данных и оценки степени их неопределенности.

Стандартными методами оценки параметров коллектора являются, например, различные каротажные исследования скважин, а также комплекс лабораторных экспериментов с керном. Они являются одними из наиболее значимых исследовательских подходов и позволяют определять наиболее важные свойства образцов породы, включая пористость, абсолютную и относительную фазовую проницаемости.

Несмотря на отлаженный годами подход к изучению свойств кернового материала текущие изменения в нефтегазовой отрасли, связанные с переходом на разработку нетрадиционных коллекторов, выявили недостаточную применимость разработанных методик к новым объектам, а зачастую и невозможность их прямого использования. Среди причин, в первую очередь, следует отметить переход на значительно низкие проницаемости, коллекторы с иными физико-химическими и фильтрационными свойствами, сложность, а иногда и невозможность получения и обработки высококачественного материала керна в достаточных количествах. В результате все эти факторы приводят к высокой стоимости и к практической невозможности массового применения ряда лабораторных методов исследования, проведения множественных экспериментов на одном образце, воссоздания всего спектра пластовых условий и проведения полноценных параметрических исследований.

В настоящее время все более популярным становится подход к моделированию свойств породы – технология цифровой керн, которая направлена на дополнение традиционных лабораторных исследований образцов горных пород возможностями вычислительного эксперимента. Данная технология должна повысить качество и надежность определения свойств пород-коллекторов и снизить степень неопределенности лабораторных результатов. Цифровое моделирование керна позволяет не только прогнозировать количество углеводородов, которое может быть извлечено из месторождения, но и планировать оптимальные методы его разработки. Существует целый ряд проблемных типов коллекторов, наиболее оптимальное изучение которых представляется методами цифрового моделирования керна, поскольку экспериментальная работа с этим материалом сложна и часто ненадежна. К этому типу горных пород относятся и отложения баженовской свиты.

ОСНОВНЫЕ КРИТЕРИИ ПОСТРОЕНИЯ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ

Соответствие цифрового двойника реальной горной породе зависит от качества и точности моделирования исследуемых процессов и модели порового пространства/минерального скелета. Для построения корректной модели цифрового двойника породы необходимо построить модель, которая включает в себя основные характеристики моделируемой среды. В первую очередь следует отметить правильное описание порового пространства с включением элементов структуры на характерных масштабах и выбор области моделирования равной или большей, чем репрезентативный элементарный объем (Representative Elementary Volume, REV). В плотных породах визуализация трехмерного порового пространства становится сложной задачей, поскольку во многих случаях значительная часть пор может находиться на уровне воксельного разрешения или ниже него. Авторы статьи [Mehmani et al., 2020] рассматривают лучшие практики применения методов цифрового моделирования, однако вопросу определения REV уделено недостаточно внимания.

В случае работы с низкопроницаемыми и нетрадиционными породами, например, сланцами, возникает вопрос ограниченности разрешающей способности стандартной микротомографии. Например, для расчета проницаемости авторы статьи [Tahmasebi et al., 2020] рассматривают различные методы изучения проницаемости сланца с использованием технологии цифрового керна. Рассмотрены два стохастических метода: объектно-ориентированное моделирование и моделирование на основе FIB-SEM изображений, проанализированы их преимущества и недостатки, а также оценены возможности их дальнейшего применения, описаны условия использования того или иного метода с учетом разрешающей способности.

В процессе моделирования, в том числе разномасштабных структур, стоит учитывать, что не существует единого способа получить данные о многомасштабной структуре сразу. Необходим комплексный подход, включающий как многомасштабную съемку структур, так и комбинацию нескольких методов. Так, в работе [Ebadi et al., 2022] авторы описывают подход к построению моделей плотных пород, основанный на комбинации микротомографии, дающей информацию о пористости микронного и более размера, FIB-SEM, характеризующей участки с субмикронной и нанопористостью и микротомографии с контрастом, позволяющей локализовать эти области на глобальной модели. Такой подход позволяет строить модели и проводить расчеты, где на обычной микротомографии высокого разрешения не удается показать связанность порового пространства, а расчет только по FIB-SEM не позволяет адекватно смоделировать свойства макрообъекта. Разработанный подход позволяет создать модель из трех (и более) классов, которая включает поры, минеральный скелет и субмикропористые области, в том числе с разным значением пористости и проницаемости. Результаты показали, что расчетная проницаемость для высокоплотных песчаников близка к экспериментально определяемым значениям.

ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Объектом исследования в настоящей работе по исследованию структуры порового пространства и моделированию фильтрационно-емкостных свойств были выбраны баженовские отложения как одни из наиболее перспективных в настоящее время среди трудноизвлекаемых нетрадиционных углеводородов, для которых проблема построения цифровых моделей является актуальной.

Важной задачей технологии цифрового керна является выбор репрезентативного объема, представляющего свойства материала и построение по нему корректной 3D-модели, включающей в себя характерные особенности поровой микроструктуры. Таким образом, задача исследования и анализа структуры является первостепенной для построения адекватной цифровой модели, описывающей основные свойства пород баженовской свиты.

Поскольку разрешения обычной микротомографии (с геометрическим разрешением в единицы микрометров) часто недостаточно для корректного учета поровой структуры пород баженовской свиты, в данной работе проводилось исследование пространственной микроструктуры с помощью двулучевого сканирующего электронно-ионного микроскопа Helios (Thermo Fisher, США) методом послойного травления сфокусированным ионным пучком (FIB-SEM). На основе полученной трехмерной структуры проводилось сегментирование порового пространства с последующим созданием цифровой модели и проведением моделирования ее фильтрационно-емкостных свойств.

Для подготовки модели и расчета свойств цифровой модели использовалась программа GeoDict (Math2Market GmbH, Германия). Данная программа применяется как для обработки 3D-изображений из набора 2D-снимков FIB-SEM, определения характеристик и анализа материалов, сегментации, визуализации и анализа свойств, так и моделирования фильтрационно-емкостных свойств.

Основные этапы работы приведены на рис. 1.

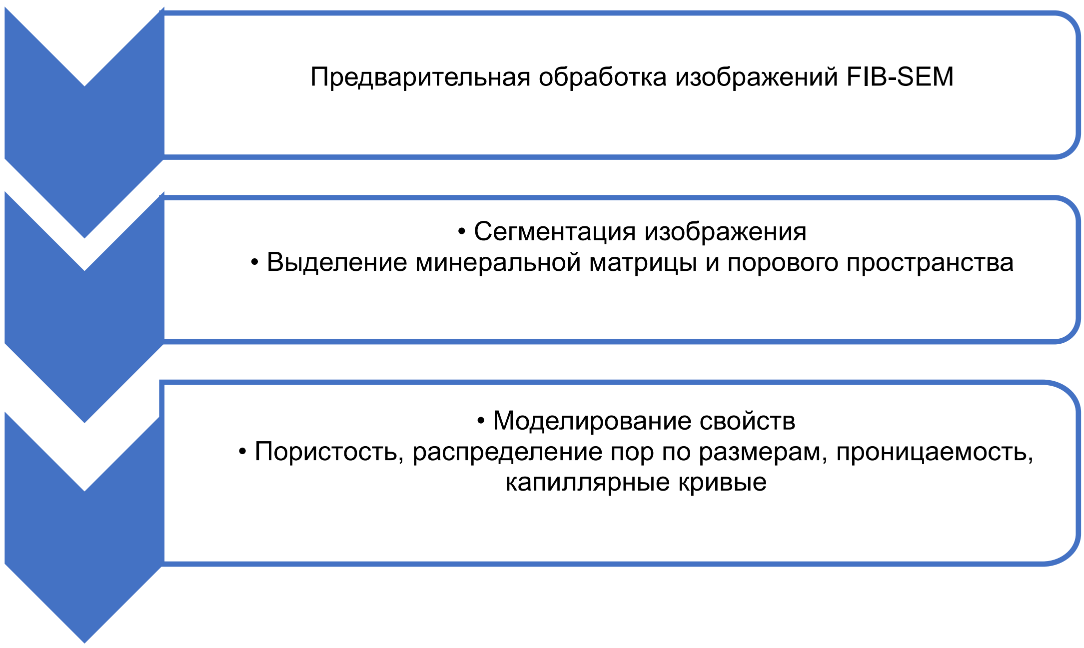


Рис. 1. Этапы работы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Изображения FIB-SEM образца баженовской свиты были предварительно обработаны в программе GeoDict, которая позволяет выровнять изображения FIB-SEM, удалить артефакты и восстановить изотропный размер вокселя 11.2 нм. Примеры отдельного изображения из набора FIB-SEM и реконструированного 3D-изображения представлены на рис. 2а и б соответственно.

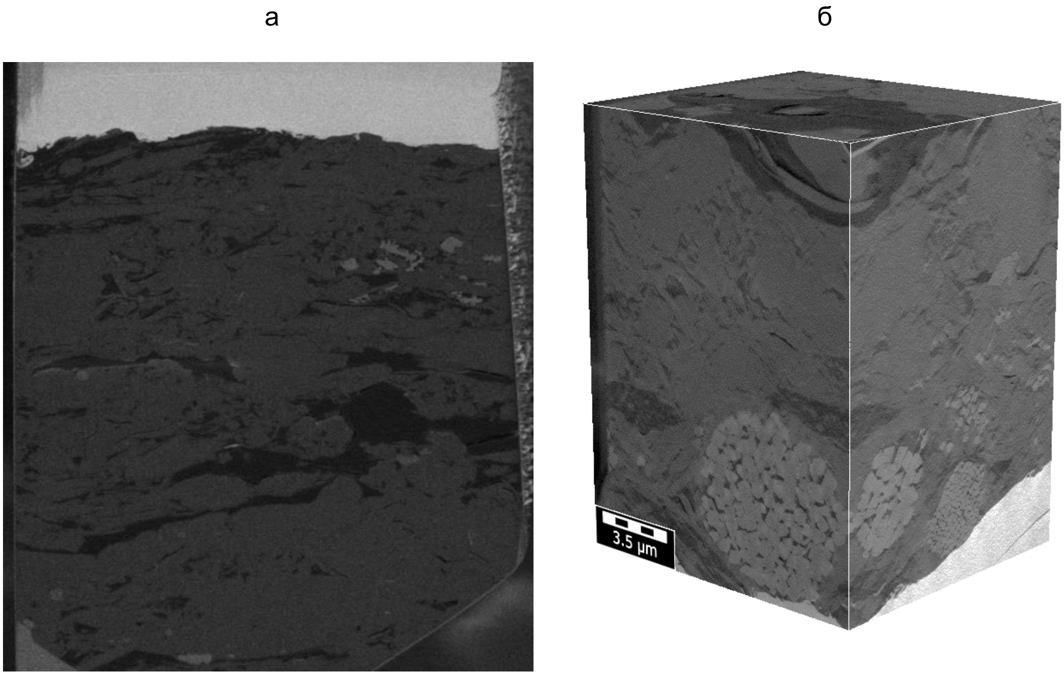


Рис. 2. а – Единичное изображение в электронном микроскопе, получаемое при послойном травлении образца; б – реконструированное FIB-SEM 3D-изображение образца баженовской свиты.

Второй этап связан с сегментацией изображения на поры и непроницаемый каркас. Сегментация была выполнена методом глобальной сегментации вручную по выбранному пороговому значению. Следует отметить, что на исследуемом участке объем пор составил менее 1 % при отсутствии связанности пор. Для возможности проведения последующих этапов моделирования при сегментации в поровое пространство были включены области с плотным органическим компонентом – керогеном. Такое модельное поровое пространство может в определенной степени сформироваться при преобразовании керогена, например, после термической обработки. Отсутствие связанного порового пространства на исследуемом участке может быть связано с различными причинами, например, локальной неоднородностью, отсутствием на данном участке пористости, пористостью ниже предела разрешения (~15–75 нм в плоскости сканирования и по глубине соответственно) и другими. Данный опыт говорит о необходимости правильного подбора образца баженовской свиты и необходимости исследования нескольких участков/образцов. Структура была проанализирована на наличие открытой, связанной пористости и закрытой пористости вдоль оси Z, которая расположена вдоль напластования. Результаты определения общей, связанной (открытой) и закрытой пористости, а также информация о размере проанализированного объема представлены в табл. 1.

Таблица 1

Размер образца и пористость

Размер выборки в вокселях	1026 × 1030 × 1054
Размер образца в µm	11.53 × 11.58 × 11.80
Общая пористость (включая кероген)	7.70 %
Открытая пористость	6.00 %
Закрытая пористость	1.70 %

Структура порового пространства с разделением открытой и закрытой пористости вдоль оси Z представлена на рис. 3.

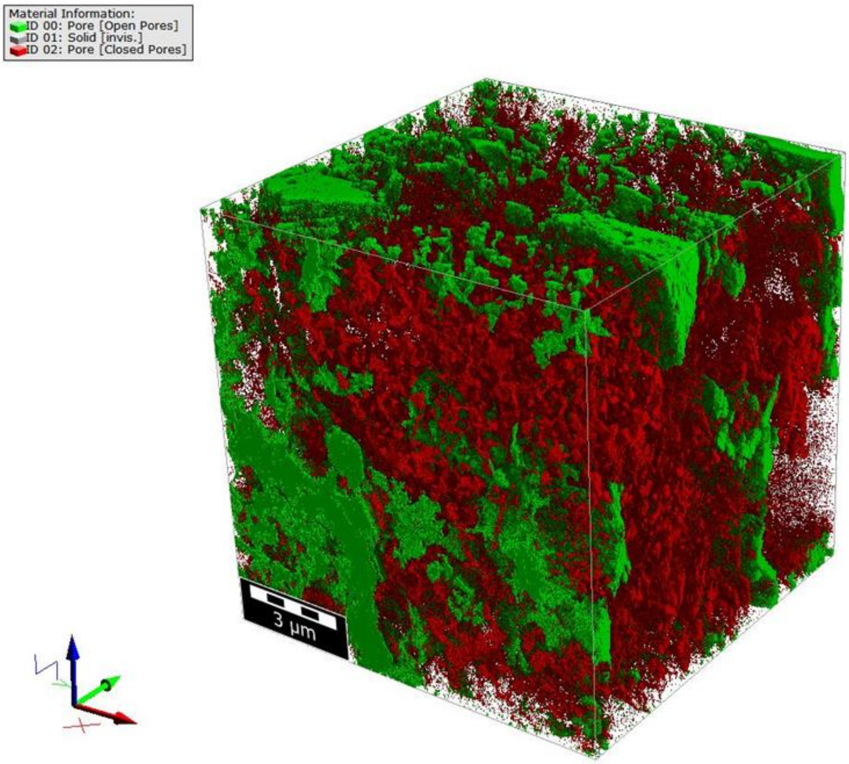


Рис. 3. Открытая (зеленым цветом) и закрытая (красным цветом) пористость исследованной области.

Одной из важных характеристик порового пространства является распределение пор и горловин пор по размерам. Эти параметры были рассчитаны для полученной модели и представлены на рис. 4 и 5. Как видно, основной размер пор располагается на первом значении гистограммы, что говорит о необходимости повышения разрешающей способности, поскольку не все поры могут быть сегментированы.

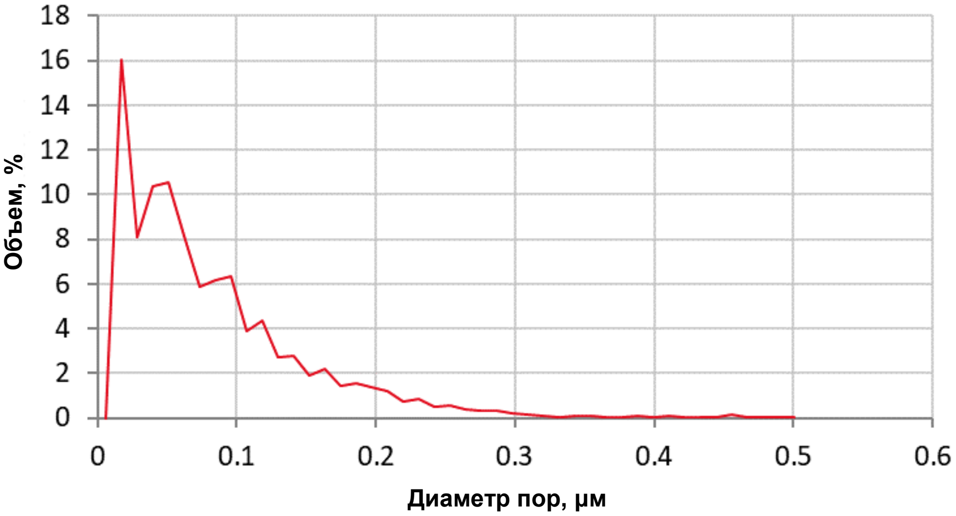


Рис. 4. Распределение пор по размерам.

Рис. 5. Распределение пор по размерам горловин.

Следующим этапом моделирования был расчет абсолютной проницаемости образца с помощью стационарного уравнения Стокса. Расчет проводился с использованием программного пакета GeoDict_2023, модуль FlowDict. Абсолютная проницаемость по оси Z была оценена в 50.8 нД.

Капиллярные кривые были рассчитаны для пары вода–воздух для дренирования воды воздухом. Поверхностное натяжение вода/воздух было установлено равным 70 мН/м, а краевой угол смачивания скелета флюидами – 40/140 градусов для смачиваемой (вода) и не смачиваемой фаз (воздух) соответственно. Результирующая капиллярная кривая, рассчитанная в GeoDict_2023 (модуль SatuDict), представлена на рис. 6.

Величина остаточной воды составила 70 %, что объясняется структурой данного участка и размерностью поровых каналов.

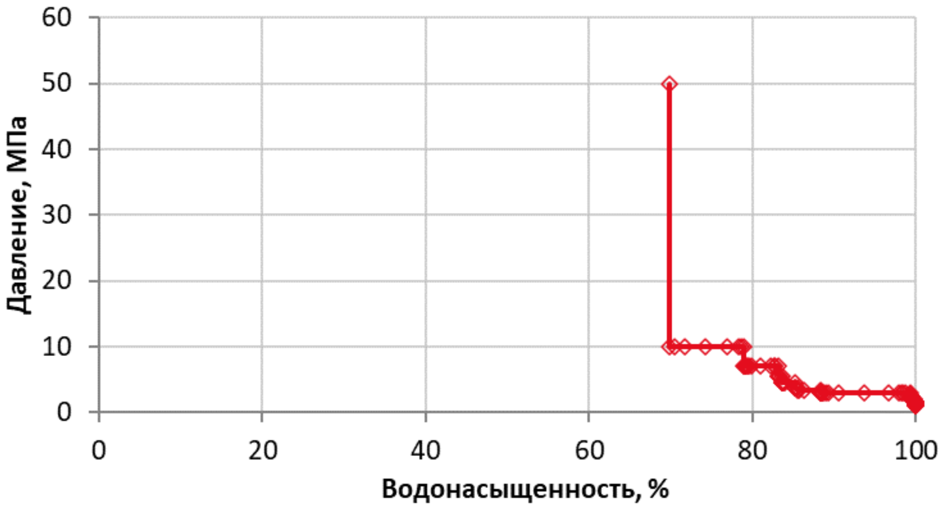


Рис. 6. Кривая капиллярного давления для дренирования воды воздухом.

Следует отметить, что такие стандартные характеристики, которые оцениваются с помощью моделирования, в случае отложений баженовской свиты являются очень сложными для измерения в лаборатории. Помимо трудоемкости и неоднозначности получаемых на таком материале данных, образец часто разрушается во время лабораторных испытаний, что делает невозможным анализ на том же образце других свойств.

ВЫВОДЫ

Данные FIB-SEM образца баженовской нефтеносной свиты были использованы для анализа структуры и подготовки цифровой модели материала.

Исследованный образец имеет очень низкую истинную сегментируемую пористость – менее 1 %, поэтому модель порового пространства для построения цифрового двойника была выбрана как включающая органический материал – кероген. Таким образом, показана важность выбора репрезентативного образца и участка исследования FIB-SEM.

Общая пористость модели была оценена в 7.70 % при открытой 6.00 %. Кривые распределения пор и устьев пор по размерам имеют пик на первой корзине гистограммы, что говорит о недостаточности использованного разрешения для учета полного объема пор.

Абсолютная проницаемость исследованной области образца составила всего 50 нД.

Для построенной модели были получены капиллярные кривые дренирования воды воздухом со значением остаточной воды 70 %.

Основной вывод по исследованию микроструктуры порового пространства образца баженовской свиты и анализа подходов к построению цифрового двойника связан с проблемой выбора и подготовки репрезентативного образца и исследуемых участков, выбора подходящего размера модели и потенциальной подготовки многоуровневой модели для учета не только структур на наноуровне, но и микро- и мезомасштабах. Все это указывает на необходимость глубокого фундаментального исследования баженовской свиты, прежде чем приступать к подготовке ее корректной модели.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Балашов А.В., Савенков Е.Б. Цифровой керн. Моделирование кернотечений в поровом пространстве пород коллекторов // Деловой журнал Neftegaz.RU. 2019. № 7. С. 80–85.

Ebadi M., Orlov D., Alekseev V., Burukhin A., Krutko V., Koroteev D. Lift the veil of secrecy in sub-resolved pores by Xe-enhanced computed tomography. Fuel. 2022. Vol. 328. Article 125274. doi:10.1016/j.fuel.2022.125274.

Mehmani A., Kelly S., Torres-Verdín C. Leveraging digital rock physics workflows in unconventional petrophysics: A review of opportunities, challenges, and benchmarking // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2020. Vol. 190. Article 107083. doi:10.1016/j.petrol.2020.107083.

Tahmasebi P., Javadpour F., Enayati S.F. Digital rock techniques to study shale permeability: A mini-review // Energy and Fuels. 2020. Vol. 34 (12). P. 15672–15685. doi:10.1021/acs.energyfuels.0c03397.

REFERENCES

Balashov A.V., Savenkov E.B. Digital core. The modeling of micro-flows in the pore space of reservoir rocks // Neftegaz.RU. 2019. Vol. 7. P. 80–85.

Ebadi M., Orlov D., Alekseev V., Burukhin A., Krutko V., Koroteev D. Lift the veil of secrecy in sub-resolved pores by Xe-enhanced computed tomography. Fuel. 2022. Vol. 328. Article 125274. doi:10.1016/j.fuel.2022.125274.

Mehmani A., Kelly S., Torres-Verdín C. Leveraging digital rock physics workflows in unconventional petrophysics: A review of opportunities, challenges, and benchmarking // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2020. Vol. 190. Article 107083. doi:10.1016/j.petrol.2020.107083.
Tahmasebi P., Javadpour F., Enayati S.F. Digital rock techniques to study shale permeability: A mini-review // Energy and Fuels. 2020. Vol. 34 (12). P. 15672–15685. doi:10.1021/acs.energyfuels.0c03397.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

УСКОВА Елена Игоревна – магистр Сколковского института науки и технологии. Основные научные интересы: цифровой керн, многофазная фильтрация, моделирование горных пород, физика, рентгеновская компьютерная томография, электронная микроскопия.

БУРУХИН Александр Александрович – старший научный сотрудник Сколковского института науки и технологии. Основные научные интересы: рентгеновская компьютерная томография, многофазная фильтрация, цифровой керн, моделирование течений флюидов в пористой среде.

ЧЕРЕМИСИН Алексей Николаевич – профессор Сколковского института науки и технологии. Основные научные интересы: многофазная фильтрация в пористых средах, цифровой керн, повышение нефтеотдачи пластов, микрофлюидика, физика пласта.

Статья поступила в редакцию 15 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 29 января 2024 г.,
принята к публикации 2 февраля 2024 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 92–104. **www.rjgt.ru**
Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 92–104.
Научная статья / Original article
УДК 539.3
doi:10.18303/2619-1563-2024-1-92

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ГРАНУЛИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Вероника Дмитриевна Чепеленкова[1], Вадим Викторович Лисица[2,✉]

[1]Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,
ChepelenkovaVD@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0009-0007-3442-9891
[2]Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 4, Россия,
LisitsaVV@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0003-3544-4878

Аннотация. Приведено описание и программная реализация алгоритма численного моделирования одноосного нагружения пористых сред. Алгоритм основан на методе дискретных элементов со связями, в котором среда представляется в виде набора взаимодействующих частиц. Целью работы является систематическое исследование влияния входных параметров на прочностные характеристики получаемого материала. Приводится серия численных экспериментов для различных комбинаций касательной жесткости, длины связей и коэффициента трения частиц на микроуровне. На основании полученных диаграмм напряжения–деформации вычислены значения модуля Юнга и прочности тела на сжатие. Показано, что предельные нагрузки, выдерживаемые материалом, показывают линейный рост при увеличении длины связей и касательной жесткости и квадратичную зависимость при увеличении коэффициента трения. Для модуля Юнга показано наличие роста при увеличении всех варьируемых параметров, однако характер роста представляется невозможным установить при использованном в работе количестве статистических реализаций.

Ключевые слова: метод дискретных элементов, одноосное нагружение, гранулированные материалы

Финансирование: работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0022 и при поддержке Российского научного фонда, грант № 21-71-20003.

Для цитирования: Чепеленкова В.Д., Лисица В.В. Численное моделирование разрушения гранулированных материалов методом дискретных элементов // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 92–104. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-92.

DISCRETE ELEMENT BASED NUMERICAL SIMULATION OF GRANULAR MATERIAL FRACTURING

V.D. Chepelenkova[1], V.V. Lisitsa[2,✉]

[1]Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,
ChepelenkovaVD@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0009-0007-3442-9891
[2]Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Koptyug Ave., 4, Novosibirsk, 630090, Russia,
LisitsaVV@ipgg.sbras.ru, https://orcid.org/0000-0003-3544-4878

Abstract. This paper provides a description and software implementation of an algorithm for numerical simulation of uniaxial loading of porous media. The algorithm is based on the method of bonded discrete elements, in which the environment is represented as a set of interacting particles. The purpose of this study is to systematically study the influence of input parameters on the strength characteristics of the resulting material. A series of numerical experiments is presented for various combinations of tangential stiffness, bond length, and particle friction coefficient at the microlevel. Based on the obtained stress-strain curves, the values of Young's modulus and compressive strength of the body were calculated. It is shown that compressive strength of the material shows a linear increase with increasing bond length and tangential stiffness, and a quadratic dependence with increasing friction coefficient. Young's modulus tends to increase for all varied parameters. However, it seems impossible to establish any specific dependencies using the number of statistical realizations used in the work.

Keywords: discrete element method, uniaxial loading, granular materials

Funding: The study was carried out as part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0022, and supported by the Russian Science Foundation, Project No. 21-71-20003.

For citation: Chepelenkova V.D., Lisitsa V.V. Discrete element based numerical simulation of granular material fracturing // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 92–104. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-92.

ВВЕДЕНИЕ

Гранулированные пористые материалы широко используются в химической технологии как сорбенты CO_2 [Derevschikov et al., 2021] или катализаторы химических реакций [Fedorov, Gulyaeva, 2019]. Эффективность хемосорбционной или каталитической способности таких материалов в основном определяется геометрией порового пространства. Однако чем выше пористость материала, тем ниже его прочностные механические свойства. При этом прочность материала может быть важным свойством катализатора или сорбента, позволяющим использовать его, например, в условиях высокого давления, быстрого изменения давления и температуры и пр. Проектирование гранулированных пористых материалов должно включать не только оптимизацию геометрии порового пространства, но и оценку модуля Юнга и критического напряжения, которое выдерживает материал до разрушения.

В настоящее время проектирование материалов, в основном, выполняется с помощью численного моделирования. В частности, моделируется технологический процесс спекания [Bordia et al., 2017] с последующей оценкой пористости, удельной поверхности порового пространства, проницаемости и т. д. Тем не менее, наблюдается недостаток исследований, посвященных непосредственному изучению механических свойств получаемого материала, несмотря на то что численные методы для подобных исследований широко известны.

Одним из наиболее часто используемых подходов к моделированию механического нагружения сложных конструкций является метод конечных элементов [Guiton et al., 2003], позволяющий работать в области больших деформаций и нарушений сплошности. Однако его реализация подразумевает этап точного построения сетки, требующий много времени и ресурсов, особенно при рассмотрении случайно упакованных зернистых пористых материалов.

В отличие от метода конечных элементов, метод дискретных элементов (DEM) не требует построения сетки, и является более эффективным подходом применительно к гранулированным пористым материалам, поскольку гранулы могут быть естественным образом представлены элементами. Механические свойства гранул, в том числе объемный модуль, модуль сдвига и т. д., необходимые для работы метода, заранее известны. С использованием этих свойств необходимо разработать подходящую модель попарных взаимодействий частиц для соответствия макроскопическим свойствам моделируемого материала.

В данной работе представлена модель, полученная на основе метода дискретных элементов со связями. На программном уровне спекание частиц задается в виде наличия нормальных и тангенциальных связей, инициализирующихся после упаковки и обеспечивающих сопротивление деформациям. Разрыв связи между парой частиц на макроуровне рассматривается как формирование трещины.

Для калибровки модели была проведена серия численных экспериментов при варьируемых входных параметрах, построены диаграммы напряжения–деформаций образцов, на основании которых приведены оценки влияния микропараметров на модуль Юнга и прочность образца на сжатие.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА

В основе метода дискретных элементов лежит представление моделируемого объекта в виде набора частиц с заранее заданными свойствами. Поведение всей системы определяется взаимодействиями между частицами в точках контакта, обеспечивающимися набором сил, включающим в себя силу упругого взаимодействия, силы статического и динамического трения, внешние силы и пр.

Моделирование с использованием DEM подразумевает наличие следующих предположений:

- каждая частица является твердым телом сферической формы, имеющим конечные размеры и массу, и обладающим заданным набором упругих характеристик;
- размеры частиц являются случайными величинами с равномерным распределением в заданном диапазоне;
- взаимодействия между частицами происходят в рамках классической механики;
- частицы могут пересекаться, при этом характерный размер области пересечения много меньше радиусов частиц;
- распространение упругих волн за один шаг по времени возможно не дальше, чем на расстояние, равное минимальному из диаметров частиц.

В данной работе для моделирования поведения упругих сред применяется подход, позволяющий представить материал в виде частиц, связанных пружинами заданной жесткости. Разрыв связей происходит в результате превышения установленных значений напряжений и интерпретируется как нарушение сплошности среды в точке контакта пары рассматриваемых частиц.

Движение в поле тяжести $\vec{g}$ частицы радиуса R_i и массы m_i, находящейся в точке пространства $\vec{r}_i$ и имеющей скорость $\vec{v}_i$, происходит по закону

$$\begin{aligned} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} &= m_i\vec{g} + \vec{f}_i - \gamma\vec{v}_i \\ \frac{d\vec{r}_i}{dt} &= \vec{v}_i \end{aligned} \tag{1}$$

где $\vec{f}_{ij}$ – сила, действующая на i-ую частицу со стороны j-ой, γ – коэффициент вязкости, добавленный в систему искусственно для диссипации энергии.

Для частиц i и j определим вектор нормали к плоскости контакта как $\vec{n}_{ij} = (\vec{r}_i - \vec{r}_j) / \| \vec{r}_i - \vec{r}_j \|$. В таком случае силу $\vec{f}_{ij}$, действующую на i-ую частицу со стороны j-ой можно разложить на нормальную и тангенциальную составляющие относительно плоскости контакта (рис. 1) согласно формуле $\vec{f}_{ij} = f_{ij}^{n}\vec{n}_{ij} + f_{ij}^{t}\vec{t}_{ij}$, где $\vec{t}_{ij}$ – касательный вектор, выбор направления которого будет определен при задании величины $\vec{f}_{ij}$.

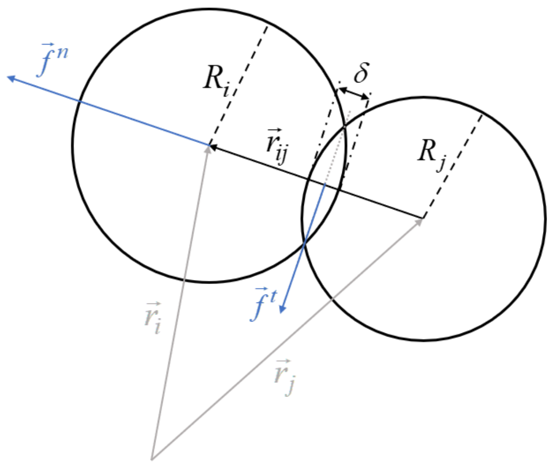


Рис. 1. Разложение силы взаимодействия частиц на нормальную и касательную компоненты.

Кроме того, для каждой пары частиц можно ввести величину δ, определяемую соотношением

$$\delta = R_i + R_j - \| \vec{r}_i - \vec{r}_j \|.$$

В случае, если $\delta \geq 0$, эта величина характеризует размер области пересечения между частицами. Для $\delta < 0$ величина $|\delta|$ определяет расстояние между частицами.

Рассмотрим далее набор сил, используемый в данной работе. Для упрощения записи индекс ij будет опущен, где это возможно.

Для двух частиц, имеющих ещё не разорванную связь, компонента f^n силы действует по правилу [Hardy et al., 2009]

$$f^n = \begin{cases} k_r^n \delta, & \delta > 0, \\ k_a^n \delta, & -d_{crit} \leq \delta \leq 0, \\ 0, & \delta < d_{crit} \end{cases}$$

где k_r^n – жесткость пружины, отвечающая за отталкивание частиц, k_a^n – жесткость пружины, препятствующей отталкиванию, d_{crit} – расстояние между частицами, называемое длиной связи, при превышении которого связь разрывается. Для частиц, не имеющих связи, полагается $d_{crit} = 0$.

Касательная составляющая f^t отвечает за возникающую между частицами силу трения и вычисляется итеративно. Согласно закону Кулона, связь между касательной и нормальной компонентами силы имеет вид $f^t \le \mu f^n$, где μ – коэффициент трения. Следовательно, сила f^t возникает между частицами только в случае $\delta \ge 0$ [Luding, 2008].

Определим $\vec{\xi}^{(n)}$ как вектор смещения частиц друг относительно друга в плоскости контакта, вычисляемый итеративно. В момент установления контакта между частицами его величина устанавливается равной нулю.

Затем, после вычисления силы на каждом шаге, смещение частиц обновляется согласно формуле

$$\vec{\xi}^{(n+1)} = \vec{\xi}^{(n)} + \tau \vec{v}^t,$$

где $\vec{v}^t$ – тангенциальная компонента относительной скорости частиц, τ – шаг по времени.

Стоит отметить, что плоскость контакта на n-ом шаге по времени могла быть повернута относительно предыдущего шага, поэтому вектор $\vec{\xi}^{(n)}$ должен быть повернут соответствующим образом. Это может быть сделано, например, с помощью преобразования

$$\vec{\xi}'^{(n)} \leftarrow \vec{\xi}^{(n)} - \vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{\xi}^{(n)}),$$

$$\vec{\xi}^{(n)} \leftarrow \frac{\| \vec{\xi}^{(n)} \|}{\| \vec{\xi}'^{(n)} \|} \vec{\xi}'^{(n)}.$$

После поворота вектора относительного смещения вычисляется тестовая сила $\vec{f}_0^t = -k^t \vec{\xi}^{(n)}$ с коэффициентом касательной жесткости k^t, соответствующая случаю статического трения. В таком случае для частиц со связью имеем

$$\vec{f}^t = \begin{cases} \vec{f}_0^t, & \| \vec{\xi} \| < d_{crit}, \\ \mu f^n \dfrac{\vec{f}_0^t}{\| \vec{f}_0^t \|}, & \| \vec{\xi} \| \ge d_{crit}, \end{cases}$$

причем при переходе трения в динамический режим связь разрушается, и далее частицы взаимодействуют с классическим кулоновским трением

$$\vec{f}^t = \begin{cases} \vec{f}_0^t, & f^t \le \mu f^n, \\ \mu f^n \dfrac{\vec{f}_0^t}{\| \vec{f}_0^t \|}, & f^t > \mu f^n. \end{cases}$$

ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Интегрирование уравнений (1) в работе производится с помощью схемы Верле в предположении, что итоговая сила не зависит в явном виде от времени

$$\vec{r}_i^{\,n+1} = \vec{r}_i^{\,n} + \tau \vec{v}_i^{\,n} + \frac{\tau^2}{2} \frac{\vec{f}_i(\vec{r}^{\,n}, \vec{v}^{\,n})}{m_i},$$

$$\vec{v}_i^{\,n+\frac{1}{2}} = \vec{v}_i^{\,n} + \frac{\tau}{2} \frac{\vec{f}_i(\vec{r}^{\,n}, \vec{v}^{\,n})}{m_i}, \tag{2}$$

$$\vec{v}_i^{\,n+1} = \vec{v}_i^{\,n+\frac{1}{2}} + \frac{\tau}{2} \frac{\vec{f}_i(\vec{r}^{\,n+1}, \vec{v}^{\,n+\frac{1}{2}})}{m_i}.$$

Согласно [Hardy et al., 2009] устойчивость схемы Верле определяется соотношением

$$\tau \le 0.2 \frac{D_{min}}{v_p}, \tag{3}$$

где v_p – скорость распространения p-волн в твердом теле, D_{min} – минимальный из диаметров частиц.

Неравенство (3) имеет смысл одного из основных предположений метода: возмущение, переданное частице, распространяется за один шаг по времени не далее, чем на 1/5 диаметра частиц.

С учетом условия $\delta \ll \min\{a_i, a_j\}$ взаимодействие пары частиц может быть рассмотрено как одномерный случай, тогда скорость распространения p-волн для тела с плотностью ρ и модулем Юнга E дается формулой $v_p = \sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

В течение всего времени моделирования частицы расположены в ограниченной прямоугольной области, что предотвращает возможность их бесконечного падения. Границы, образующие эту область, предполагаются жесткими и неподвижными. Это позволяет задавать их как набор частиц, последовательно расположенных вдоль прямых $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$. Эти частицы рассматриваются как взаимодействующие с частицами материала, но, в силу их неподвижности, для них нет необходимости обновлять положения и скорости согласно (2).

Тем не менее, на этапе одноосного сжатия верхняя граница движется с постоянной скоростью $\dot{\varepsilon} = \text{const}$, поэтому в этом случае движение необходимо учитывать, обновляя положение частиц, формирующих границу, следующим образом: $\vec{r}^{\,n+1,top} = \vec{r}^{\,n,top} + \tau\dot{\varepsilon} \cdot \vec{n}^{\,y}$, $\vec{n}^{\,y} = [0, -1]^\top$ соответствует направлению движения.

ПОИСК СОСЕДЕЙ

Реализация алгоритма, использующего метод дискретных элементов, подразумевает расчет всех попарных взаимодействий частиц, что требует $O(N^2)$ операций.

В целях оптимизации принято предполагать наличие у каждой частицы i некоторой области влияния J_i, определяющей количество $N_i = \mathrm{card}(J_i) \ll N$ частиц, которые могут с ней взаимодействовать. В таком случае вычислительная сложность алгоритма может быть оценена как $O(N\langle N_i \rangle)$, где $\langle N_i \rangle$ – среднее количество соседей для частицы.

Для определения области влияния J_i используется метод, описанный в [Lisitsa et al., 2019].

Согласно ранее введенным соотношениям для сил взаимодействия, частицы могут повлиять друг на друга только будучи в непосредственном контакте, или при наличии между ними связи, что дает ограничение

$$\| \vec{r}_i - \vec{r}_j \| \leq R_i + R_j + d_{crit}.$$

То есть область влияния каждой частицы не превосходит расстояния $2R_{max} + d_{crit}$. Кроме того, смещение частиц за один шаг по времени предполагается величиной, много меньшей радиусов частиц.

Предположения выше позволяют построить прямоугольную сетку с шагом $h_1 = h_2 = h = 2R_{max} + d_{crit}$ и определить ячейки этой сетки как $C_{kl} = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid kh \leq x_1 \leq (k+1)h, lh \leq x_2 \leq (l+1)h\}$. Будем говорить, что частица i принадлежит ячейке C_{kl}, если центр этой частицы содержится в C_{kl}.

В силу выбора размеров сетки, соседи частицы, принадлежащей C_{kl}, могут принадлежать только C_{kl} или соседним с ней ячейкам $C_{k'l'}$, где $k' \in \{k+1, k, k-1\}$, $l' \in \{l+1, l, l-1\}$, что и определяет требуемую область влияния.

Таким образом, на подготовительном этапе работы алгоритма для каждой частицы определяется ячейка, которой она принадлежит, и для каждой ячейки задается список входящих в нее частиц.

В ходе работы алгоритма частица может переходить в другую ячейку, и, кроме того, может меняться список ее соседей, что влечет за собой необходимость обновления этих данных на каждом шаге по времени.

Стоит отметить, что первичное распределение частиц по ячейкам не может быть выполнено с использованием параллельных вычислений, т. к. в противном случае это привело бы к конфликтам типа data race, тогда как обновление этих данных в работе выполняется параллельно.

ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Во время работы алгоритма на основании вычисляемых средних напряжений в образце выполняется построение диаграммы напряжения–деформации. Модуль Юнга E может быть получен как угол наклона ее линейной части, а прочность тела σ_{max} на сжатие – как максимальное напряжение на графике. Далее приводится метод вычисления средних напряжений в образце, описанный в [Potyondy, Cundall, 2004].

Для любого тензора s_{ij} справедливо соотношение

$$s_{ij} = \delta_{ik} s_{kj} = \frac{\partial x_i}{\partial x_k} s_{kj} = \frac{\partial (x_i s_{kj})}{\partial x_k} - x_i \frac{\partial s_{kj}}{\partial x_k}.$$

С учетом этого среднее напряжение в объеме V^p может быть получено с помощью

$$\langle \sigma_{ij}^p \rangle = \frac{1}{V^p} \iiint_{V^p} \sigma_{ij}^p dV = \frac{1}{V^p} \iiint_{V^p} \left(\frac{\partial (x_i \sigma_{kj}^p)}{\partial x_k} - x_i \frac{\partial \sigma_{kj}^p}{\partial x_k} \right) dV.$$

С использованием теоремы Гаусса–Остроградского и в предположении, что частицы находятся в состоянии равновесия, т. е. $\frac{\partial \sigma_{kj}^p}{\partial x_k} = 0$, может быть получено следующее равенство:

$$\langle \sigma_{ij}^p \rangle = \frac{1}{V^p} \iint_{\partial V^p} x_i \sigma_{kj}^p n_k dS = \frac{1}{V^p} \iint_{\partial V^p} x_i \sigma_j^p dS = \frac{1}{V^p} \iint_{\partial V^p} x_i dF_j^p,$$

где $\sigma_j^p = \sigma_{kj}^p n_k$ соответствует напряжению, действующему в направлении вектора n_k, являющегося внешней единичной нормалью к поверхности частицы.

В методе дискретных элементов силы попарного взаимодействия частиц возникают в точках их контактов, что дает возможность заменить интеграл выше на сумму по всем частицам, находящимся в непосредственном контакте с данной, т. е.

$$\langle \sigma_{ij}^p \rangle = \frac{1}{V^p} \sum_{q \in J_p} x_i^{c,pq} F_j^{pq},$$

где $x_i^{c,pq} = x_i^p - n_i^{pq} \left(R^p + \frac{\delta^{pq}}{2} \right)$ – точка контакта для частиц p и q.

Для обеспечения симметричности тензора напряжений выполняется замена

$$x_i^{c,pq} F_j^{pq} \to \frac{1}{2} (x_i^{c,pq} F_j^{pq} + x_j^{c,pq} F_i^{pq}).$$

Окончательно имеем суммарное среднее напряжение в объеме V, содержащем N частиц, вычисляемое как

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = -\frac{1}{2 \sum_N V^p} \sum_N \sum_{J_p} (x_i^{c,pq} F_j^{pq} + x_j^{c,pq} F_i^{pq}).$$

Для выделения линейной части диаграммы напряжения–деформации использовался следующий подход. Промежуток значений $[0, \sigma_{max}]$ сужался на четверть с каждой стороны, после чего для множества

$S = \{(\varepsilon, \sigma) \mid \frac{\sigma_{max}}{4} < \sigma(\varepsilon) < \frac{3\sigma_{max}}{4}\}$ методом наименьших квадратов осуществлялся поиск прямой, аппроксимирующей полученный набор данных.

Угол наклона этой прямой принимался равным модулю Юнга E, т. к. согласно определению

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}.$$

ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В работе представлены результаты численного моделирования процесса одноосного сжатия на образцах, содержащих N частиц каждый. Частицы представляют собой сферические тела, радиусы которых являются случайными величинами с равномерным распределением $U[R_{min}, R_{max}]$. Набор из N частиц располагается в прямоугольной области пространства с линейными размерами $w \times h$.

Среди входных параметров, влияющих на итоговые характеристики материала, можно выделить минимальный R_{min} и максимальный R_{max} радиусы частиц, жесткости пружин на растяжение k_r^n и на сжатие k_a^n, жесткость k^t пружины, расположенной в касательном направлении, длину связи d_{crit} и коэффициент трения μ. Согласно [Potyondy, Cundall, 2004] размеры частиц полагаются не оказывающими влияние на характеристики, исследуемые в данной работе.

Значения входных параметров, используемых при моделировании, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Входные параметры

Характеристика	Значение	Характеристика	Значение
N	4000	$k^t, 10^9$ Н/м	0.1 – 1 k_r^n
R_{min}, м	10	d_{crit}, м	0.01 – 0.07 R_{max}
R_{max}, м	15	μ	0.0 – 0.5
ρ, кг/м^3	2630	$w \times h$, м	1260×2520
$k_r^n, 10^9$ Н/м	128	γ	0.7
$k_a^n, 10^9$ Н/м	128		

Для исследования влияния на модуль Юнга и предельные нагрузки материала величины d_{crit}, k^t, и μ были рассмотрены в диапазонах

$$d_{crit} \in \{0.01R_{max}, 0.03R_{max}, 0.05R_{max}, 0.07R_{max}\},$$

$$k^t \in \{0.1k^n, 0.3k^n, 0.5k^n, 0.7k^n, k^n\},$$

$$\mu \in \{0, 0.1, 0.3, 0.5\}.$$

Для всех возможных комбинаций параметров было сгенерировано по пять образцов с различными статистическими реализациями радиусов частиц, для каждого из которых в результате работы алгоритма была получена диаграмма напряжения–деформации. Всего в работе было проведено 400 численных экспериментов. Вид образца на различных этапах нагружения приведен на рис. 2.

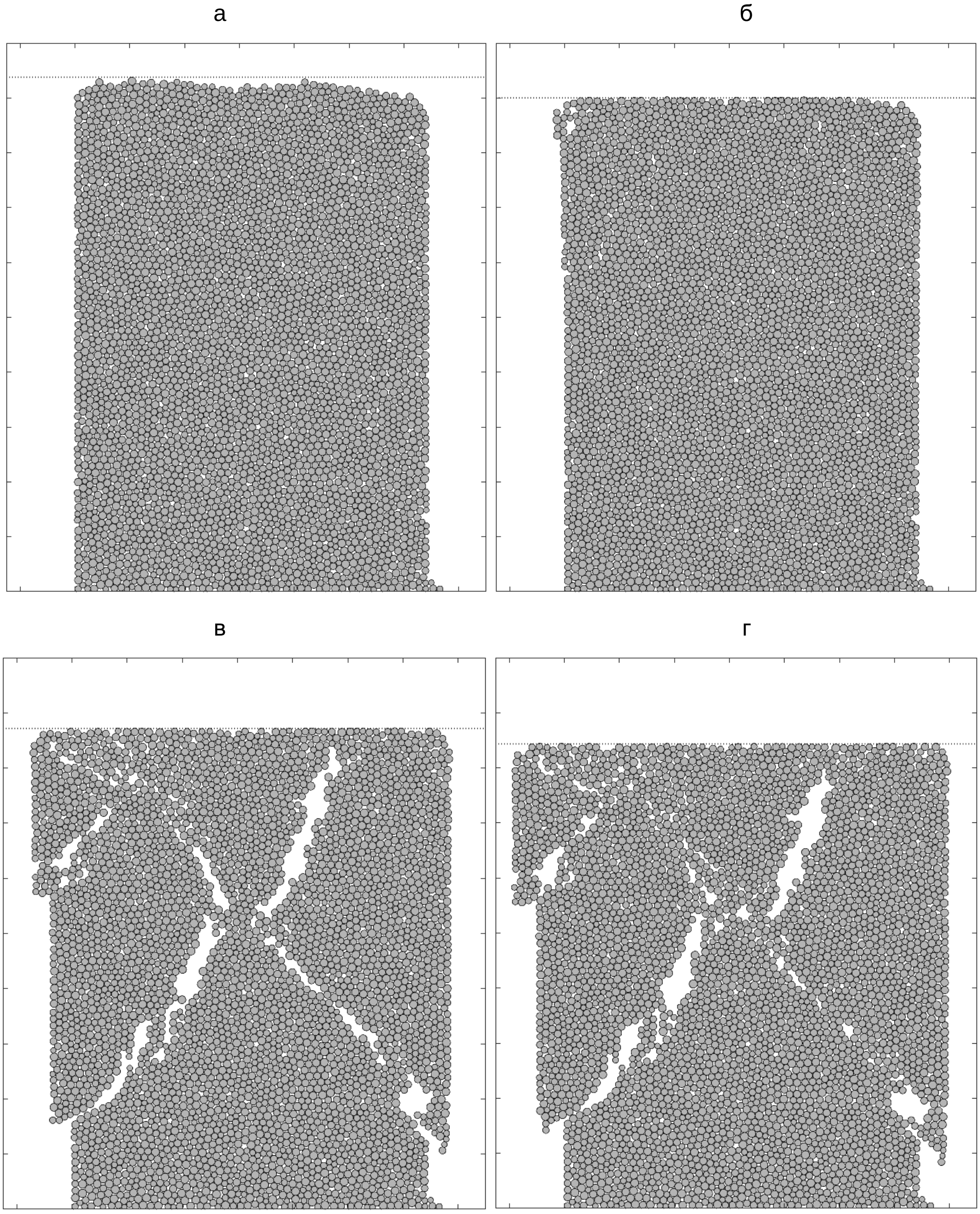


Рис. 2. Образец с параметрами $k^t = k^n$, $d_{crit} = 0.05R_{max}$, $\mu = 0.1$ и (а) $\varepsilon = 0$, (б) $\varepsilon = 0.04$, (в) $\varepsilon = 0.07$, (г) $\varepsilon = 0.1$.

Диаграммы, полученные для двух фиксированных параметров при варьируемом третьем, приведены на рис. 3. Тонкими линиями на графиках обозначены диаграммы, полученные для каждой конкретной статистической реализации, жирными – усредненные значения напряжений. Точки соответствуют средним предельным нагрузкам.

а б

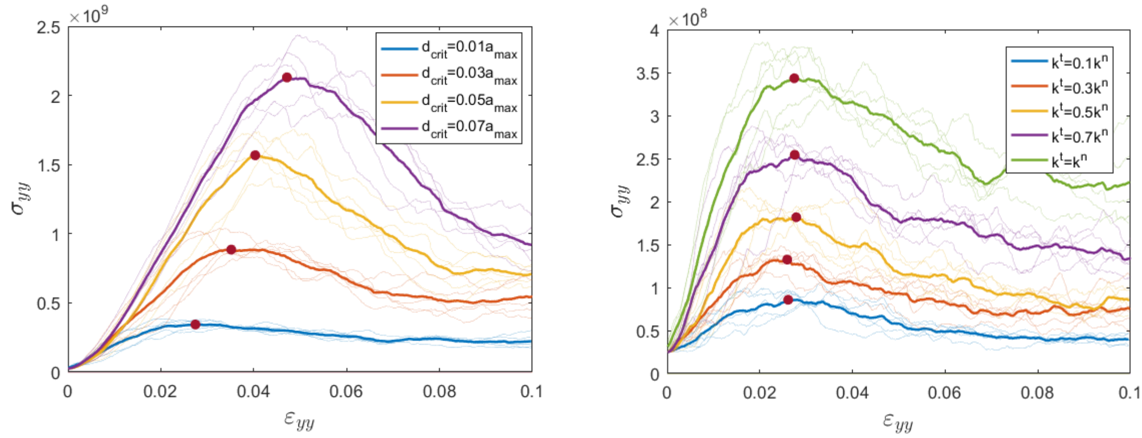


Рис. 3. Диаграммы напряжения–деформации для различных наборов параметров. Для (а) зафиксированы $\mu = 0.1,\ k^t = k^n$; для (б) – $d_{crit} = 0.01R_{max},\ \mu = 0.1$. Точками обозначены предельные нагрузки материала.

В каждом случае наблюдается рост как угла наклона линейной части, так и максимального значения напряжения, что соответствует росту модуля Юнга и прочности тела на сжатие с ростом варьируемого параметра.

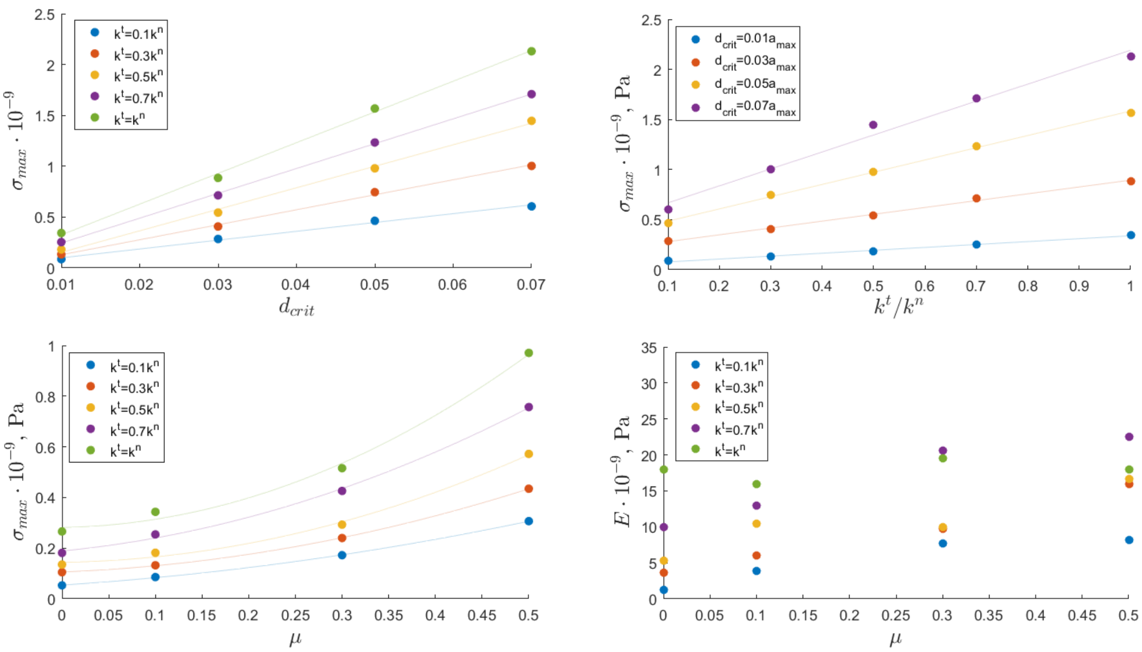


Рис. 4. Влияние различных параметров на прочность материала и модуль Юнга.

Построение количественной оценки отношения между входными и выходными параметрами проводилось с использованием полиномиальной регрессии. Показано, что прочность тела линейно зависит от длины связей и касательной жесткости, тогда как зависимость от касательной жесткости соответствует квадратичной функции (рис. 4). Несмотря на малое число реализаций для каждой комбинации параметров, можно отметить, что предельное напряжение показывает устойчивую зависимость от входных параметров с ошибкой в 4.83 %. Однако оценки для модуля Юнга менее стабильны и, вероятно, требуют большего количества численных экспериментов для построения подходящей регрессии, описывающей его зависимость от входных данных. Тем не менее, качественно можно также отметить рост значений модуля Юнга с ростом варьируемых параметров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена реализация метода дискретных элементов для моделирования поведения упругих сред в тесте на одноосное сжатие. Используемый алгоритм был реализован с учетом работы на графических ускорителях с применением CUDA SDK. Численные эксперименты проводились с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютера «Политехник – РСК Торнадо».

Особенности реализации метода предполагают наличие связей между парами частиц, разрыв которых влечет за собой формирование трещин и последующее разрушение материала.

Для исследования зависимости модуля Юнга и прочности моделируемого материала на сжатие была проведена серия численных экспериментов для 80 различных комбинаций величин d_{crit}, k^t, μ и пяти статистических реализаций частиц в каждой из комбинаций.

Было показано, что прочность тела линейно зависит от длины связей и касательной жесткости, а зависимость от коэффициента трения задается полиномом второй степени. Для модуля Юнга качественно наблюдается рост при увеличении варьируемых параметров, однако, использованная в работе выборка наборов частиц не позволяет определить характер роста и сделать статистически достоверные количественные оценки.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ / REFERENCES

Bordia R.K., Kang S.J.L., Olevsky E.A. Current understanding and future research directions at the onset of the next century of sintering science and technology //Journal of the American Ceramic Society. 2017. Vol. 100 (6). P. 2314–2352. doi:10.1111/jace.14919.

Derevschikov V.S., Kazakova E.D., Yatsenko D.A., Veselovskaya J.V. Multiscale study of carbon dioxide chemisorption in the plug flow adsorber of the anesthesia machine // Separation Science and Technology. 2021. Vol. 56 (3). P. 485–497. doi:10.1080/01496395.2020.1723029.

Fedorov A.V., Gulyaeva Y.K. Strength statistics for porous alumina // Powder Technology. 2019. Vol. 343. P. 783–791. doi:10.1016/j.powtec.2018.11.098.

Hardy S., McClay K., Muñoz J.A. Deformation and fault activity in space and time in high-resolution numerical models of doubly vergent thrust wedges // Marine and Petroleum Geology. 2009. Vol. 26 (2). P. 232–248. doi:10.1016/j.marpetgeo.2007.12.003.

Guiton M.L.E., Sassi W., Leroy Y.M., Gauthier B.D.M. Mechanical constraints on the chronology of fracture activation in folded Devonian sandstone of the western Moroccan Anti-Atlas // Journal of Structural Geology. 2003. Vol. 25 (8). P. 1317–1330. doi:10.1016/S0191-8141(02)00155-4

Lisitsa V., Kolyukhin D., Tcheverda V., Volianskaia V., Priimenko V. GPU-based discrete element modeling of geological faults // Supercomputing. 5th Russian Supercomputing Days. Revised Selected papers. Springer, Cham, 2019. P. 225–236.

Luding S. Introduction to discrete element methods: basic of contact force models and how to perform the micro-macro transition to continuum theory // European Journal of Environmental and Civil Engineering. 2008. Vol. 12. (7–8). P. 785–826. doi:10.1080/19648189.2008.9693050.

Potyondy D.O., Cundall P.A. A bonded-particle model for rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2004. Vol. 41 (8). P. 1329–1364. doi:10.1016/j.ijrmms.2004.09.011.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ЧЕПЕЛЕНКОВА Вероника Дмитриевна – инженер лаборатории вычислительной физики горных пород Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: вычислительная механика, численное моделирование физических процессов в пористых и гранулированных средах.

ЛИСИЦА Вадим Викторович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института математики СО РАН. Основные научные интересы: численные методы для моделирования физических процессов в пористых средах.

Статья поступила в редакцию 21 декабря 2023 г.,
одобрена после рецензирования 25 декабря 2023 г.,
принята к публикации 26 декабря 2023 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 105–117 **www.rjgt.ru**

Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 105–117.

Научная статья / Original article

УДК 539.4, 519.6

doi:10.18303/2619-1563-2024-1-105

МНОГОМАСШТАБНОЕ ГЕОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С УЧЕТОМ ЭВОЛЮЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ГЕОСРЕДЫ

А.В. Вершинин[1,4,✉], К.М. Зингерман[1,2], В.А. Левин[1], Ю.П. Стефанов[3], М.Я. Яковлев[1]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119992, Москва, Ленинские горы, 1, Россия,

[2]Тверской государственный университет, 170100, Тверь, ул. Желябова, 33, Россия

[3]Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,

630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

[4]Институт физики Земли РАН им. О.Ю. Шмидта, 123242, Москва, ул. Б. Грузинская, 10, стр. 1, Россия,

✉Анатолий Викторович Вершинин, versh1984@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-3928-3864

Аннотация. Представлена общая концепция подхода многомасштабного моделирования для решения задач геомеханики. В его основе лежит решение системы уравнений пороупругопластичности с учетом изменений макропараметров в процессе развития деформации в результате эволюции внутренней структуры геосреды под действием нагрузки. Уточнение макропараметров осуществляется с помощью моделирования деформации выделенных областей меньшего масштаба. Особенностью представленного подхода является отсутствие фиксированного мезообъема для уточнения параметров. Этот мезообъем определяется в зависимости от напряженно-деформированного состояния макроскопической области.

Ключевые слова: геомеханика, пороупругопластичность, численное моделирование, многомасштабный подход, эффективные свойства, микроструктура, вычислительный алгоритм

Финансирование: работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, гранты № 19-71-10008 и № 19-77-10062, а также в рамках проекта ФНИ FWZZ-2022-0021.

Для цитирования: Вершинин А.В., Зингерман К.М., Левин В.А., Стефанов Ю.П., Яковлев М.Я. Многомасштабное геомеханическое моделирование с учетом эволюции микроструктуры геосреды // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 105–117. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-105.

MULTISCALE GEOMECHANICAL MODELING TAKING INTO ACCOUNT THE EVOLUTION OF THE MICROSTRUCTURE OF THE GEOLOGICAL MEDIA

A.V. Vershinin[1,4,✉], K.M. Zingerman[1,2], V.A. Levin[1], Yu.P. Stefanov[3], M.Ya. Yakovlev[1]

[1]Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, 119992, Moscow, Russia,

[2]Tver State University, Zhelyabov Str., 33, 170100, Tver, Russia,

[3]Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, Koptyug Ave., 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

[4]Schmidt Institute of Physics of the Earth RAS, B. Gruzinskaya Str., 10, bld. 1, Moscow, 123242, Russia,

✉Anatoly V. Vershinin, versh1984@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-3928-3864

Abstract. The general concept of a multiscale modeling approach for solving geomechanics problems is presented. It is based on the solution of a system of poroelastoplasticity equations taking into account changes in macroparameters during the development of deformation as a result of the evolution of the internal structure of the geomedium under the influence of load. Macroparameters are refined by modeling the deformation of selected smaller-scale areas. A feature of the presented approach is the absence of a fixed mesovolume to clarify the parameters. This mesovolume is determined depending on the stress-strain state of the macroscopic region.

Keywords: rock physics, geomechanics, poroelastoplasticity, numerical modeling, multiscale approach, effective properties, micro/meso structure, computation algorithm

Funding: The study was supported by the Russian Science Foundation, Project Nos. 19-71-10008 and 19-77-10062, and was carried out as a part of government assignment to the Russian Academy of Sciences in basic research, Project FWZZ-2022-0021.

For citation: Vershinin A.V., Zingerman K.M., Levin V.A., Stefanov Yu.P., Yakovlev M.Ya. Multiscale geomechanical modeling taking into account the evolution of the microstructure of the geological media // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 105–117. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-105.

ВВЕДЕНИЕ

Решение задач пороупругопластичности, возникающих в геомеханике, на любом доступном для вычислений масштабе осуществляется с использованием эффективных характеристик [Levin et al., 2015; Vershinin et al., 2015; Yakovlev, Konovalov, 2022]. Основной проблемой является нелинейность модели поведения среды, параметры которой могут сильно зависеть от текущего напряженно-деформированного состояния. Предварительное построение всех нелинейных соотношений такой модели зависит от многих факторов, включая состав и внутреннее строение на микро- и мезоуровнях, поэтому является почти неразрешимой задачей. Формализовать все закономерности изменения свойств через аналитические решения или феноменологическим путем крайне затруднительно. Поэтому предлагается использовать двухмасштабный подход, моделируя поведение среды с учетом внутреннего строения. Такой подход позволяет оценить изменения эффективных свойств среды с учетом эволюции внутренней структуры в ходе деформирования.

Проблема оценки и усреднения геомеханических свойств породы возникает из-за изменения внутреннего строения породы в ходе деформирования под действием внешней нагрузки и изменения порового давления. При упругой деформации такие изменения связаны с изменением просветности и формы пустотного пространства, что влечет изменение проницаемости, а возникновение или исчезновение контактов между частицами приводит к изменению модулей упругости. При упругой деформации такие изменения имеют существенное значение в первую очередь при низких эффективных напряжениях, что хорошо видно на начальных участках диаграмм нагружения образцов пород в ходе лабораторных испытаний. На этих участках наклон кривых, соответственно и упругие модули, могут заметно меняться за счет закрытия части микротрещин, изменения плотности и числа контактов между частицами [Мифтахов и др., 2015]. Интервал напряжений, при котором происходят такие изменения, зависит от конкретной породы, степени ее консолидации и трещиноватости. В ходе дальнейшей деформации в состоянии упругости изменения внутренней структуры менее выражены.

При необратимой, псевдопластической деформации могут происходить существенные изменения микро- и мезоструктуры, и, соответственно, свойств породы. В ходе такой деформации возможно развитие разных механизмов микро- и мезоразрушений. При дилатансии происходит раскрытие имеющихся мезотрещин, а также образование новых. Очевидно, что это увеличивает пористость, что должно увеличивать проницаемость. Однако экспериментальные данные свидетельствуют, что дилатансия не всегда приводит к росту проницаемости, что связано с возможным нарушением связности микро- и мезотрещин, часть из них может остаться изолированными. Кроме того, измельчение зерен значительно увеличивает активную поверхность, что приводит к росту эффективной вязкости флюида. При уплотнении, которое развивается при высоких эффективных напряжениях, происходит дробление зерен и сокращение пустотности. При этом проницаемость снижается.

ДВУХМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ГЕОМЕХАНИКИ

В данной работе проблему нелинейности модели поведения материала горной породы предполагается решить с помощью двухмасштабного моделирования, что позволит не только осуществлять уточнение эффективных параметров среды в ходе процесса деформирования, но и обеспечить решение, более экономичное с точки зрения вычислений. Такая экономичность обеспечивается выбором размеров и количества областей, в которых рассматривается процесс деформирования на микро- и мезоуровнях с явным выделением внутренней структуры породы.

Этот выбор определяется способом построения расчетной сетки макроскопической задачи. С учетом распределения напряженно-деформированного состояния можно сформулировать условия необходимости проведения расчетов на более мелком масштабе и определить этот масштаб. Основным параметром такого условия является неоднородность напряженно-деформированного состояния. Очевидно, что наибольшие изменения эффективных характеристик будут в зонах наиболее активно протекающих процессов деформации и фильтрации, соответственно, в них и требуется проведение наиболее детальных расчетов. В то же время применение такого двухмасштабного моделирования является чрезвычайно затратной с точки зрения вычисления процедурой. Поэтому целесообразно построение алгоритмов расчета с учетом макроскопических критериев необходимости проведения уточнения параметров эффективных свойств для каждого конкретного элемента структуры. В качестве таких критериев следует выбрать величины сдвиговой и/или объемной деформации, в зависимости от типа, минерального состава и строения породы. Именно эти параметры фактически определяют изменение внутреннего строения и позволят определить связь с изменением пористости и проницаемости породы.

Принципиально важным моментом определения эффективных свойств каждого из элементов моделируемой среды является расчет параметров в узком диапазоне нагружения, соответствующем текущему напряженно-деформируемому состоянию. Построение определяющих соотношений и определение параметров в широком диапазоне нагружения всегда сопряжено с возникновением неточностей, пренебрежением определенными нелинейными особенностями. Расчет усредненных свойств естественным образом обеспечит оценку линеаризованных параметров для текущего состояния, которые определят характер нелинейностей на всем пути нагружения. Таким образом, основной целью численного исследования на микро/мезоуровне является уточнение эффективных характеристик нелинейной модели поведения геосреды. Причем важным моментом является то, что в результате двухмасштабного моделирования появляется возможность учета изменения характеристик среды не через эмпирические зависимости, которые могут недостаточно хорошо работать для данной породы, а путем расчетов с явным учетом строения и свойств составляющих элементов.

Исследование поведения мезообъема среды с явным учетом геометрии и физических (механических) характеристик двухфазной среды направлено на получение оценок изменения эффективных усредненных свойств такого элемента в ходе деформирования. Результатом будут являться оценки значений сжимаемости скелета (а значит, и коэффициентов упругости) и, соответственно, коэффициента Био, изменение геометрических характеристик внутренней структуры, соответственно, пористости. Также возможно рассмотрение изменения прочностных параметров и построение варианта модели поврежденности среды в ходе деформирования на основе комбинации параметров макро- и мезодеформации. Еще одним нетривиальным моментом является оценка изменения упругих свойств вследствие изменения порового давления и взаимодействия твердых частиц мезообъема. Оценки проницаемости также могут являться результатом моделирования деформации каркаса и течения флюида при рассмотрении двухкомпонентной среды с явным разделением фаз.

Для этого наряду с параметрами макромодели с эффективными свойствами среды необходимо учитывать упругие и прочностные свойства твердых частиц и каркаса, вязкость и сжимаемость флюида. Очевидно, что оценки изменения проницаемости будут иметь модельный характер, однако это может быть полезным для развития модели ее изменения в зависимости от строения и свойств конкретной среды.

При анализе процесса деформирования мезообъема среды могут быть использованы два подхода и их частичная комбинация. Первый мало отличается от общего подхода расчета с использованием эффективных характеристик. Отличие состоит лишь в их уточнении при рассмотрении структурных особенностей. Для определения каждого из эффективных параметров необходима формулировка и решения соответствующих задач, которые, по сути, не отличаются от экспериментальных методов. Упругие и прочностные характеристики могут быть получены в результате интерпретации и обобщения полученных диаграмм нагружения, а фильтрационно-емкостные параметры в результате рассмотрения процесса течения поровой жидкости.

Второй подход имеет принципиальное отличие, т. к. подразумевает получение эффективных характеристик путем их усреднения в результате расчетов. В этом случае предполагается явное рассмотрение деформации структурных элементов, для чего необходимы параметры всех этих элементов и их взаимодействия. Полностью отказаться от рассмотрения эффективных характеристик и в этом случае не удается, т. к. при этом характеристики всех элементов также являются усредненными, эффективными. Теоретически возможно рассмотрение множества вложенных уровней с поэтапным уточнением всех характеристик, что потребует многомасштабного моделирования. Однако это не целесообразно ввиду того, что возникнут проблемы экспериментального определения всех характеристик на каждом из масштабов.

Программа численных экспериментов для определения эффективных характеристик может включать:

1) трехосное нагружение мезообъема образца в диапазоне изменения состояний элемента макроскопической области для вычисления модулей упругости с учетом их изменения в результате изменения количества контактов;

2) оценки изменения сжимаемости (модуля сжатия) скелета вследствие закрытия трещин и пор и пересчет коэффициента Био;

3) оценки изменения геометрии порового и трещинного пространства. Дополнительно в качестве развития моделей возможны: а) анализ и соотнесение изменения пористости по результатам макро- и мезорасчетов, дилатансия и упругое сжатие – деформация на мезоуровне; б) оценки изменения проницаемости по результатам расчета течения флюида в деформированной среде;

4) оценки и коррекция прочностных параметров.

При анализе результатов расчетов на мезоуровне и уточнении эффективных характеристик породы для возврата на макроуровень целесообразно использовать в первую очередь способы, аналогичные экспериментальным, поскольку исходные данные решения любых практических задач опираются в первую очередь на данные лабораторных исследований по деформированию образцов керна. В случае необходимости возможно использование также методов, принятых в механике микронеоднородных сред, основанных на законе сохранения энергии деформации для расчета эффективных модулей.

При устойчивом упругопластическом деформировании (на масштабе месторождения) без существенных немонотонных изменений проницаемости нет необходимости дополнительных уточнений механических свойств горной породы. Можно работать с выявленными характеристиками, которые были определены на масштабе керна в ходе численных экспериментов. То же относится к поро-упругопластической задаче на масштабе месторождения.

Дополнительные уточнения необходимы для стадий, когда обнаруживаются формирование зон локализованного сдвига и/или изменения фильтрационных свойств. Тогда необходимо выделить зоны нарушений, определить нагрузку в этих зонах, после чего осуществить численные исследования изменения структуры и свойств на мезо/микроуровне.

Для зон, где наблюдаются значительные деформации, в которых возможны существенные изменения упругопластических и фильтрационно-емкостных свойств, необходимо определение характера и величины нагружения. Если условия деформирования приближенно соответствуют полученным ранее данным, которые уже учтены в модели, возможно продолжение расчета без дополнительных уточнений. В случае, если условия в данных зонах плохо соответствуют условиям деформирования керна и не были ранее учтены при построении модели, возникает необходимость уточнения эффективных свойств породы на основе рассмотрения процесса на мезо/микроуровне.

Основными критериями выбора зон для уточнения параметров при моделировании масштаба месторождения является величина необратимой деформации, где возможны существенные изменения фильтрационно-емкостных параметров.

Для оценки изменения упругопластических и транспортных свойств среды будут использованы данные о напряженно-деформированном состоянии и поровом давлении среды в выбранной зоне (рис. 1). В результате расчетов процесса деформирования такого мезо/микрообъема будут определены такие эффективные параметры, как пористость и упругие модули, на основе которых будут вычислены новые параметры проницаемости и коэффициент Био [Yakovlev et al., 2022].

Таким образом, оценка изменения эффективных модулей будет осуществляться в следующей последовательности:

1) определение напряженно-деформированного состояния и выделение зон с большими градиентами напряжений и деформаций;

2) расчет деформации и изменения внутренней геометрии мезо/микрообъема, определение эффективных характеристик в выбранных зонах для заданных значений напряженно-деформированного состояния;

3) интерполяция на окрестности выбранных зон;

4) продолжение расчета НДС на масштабе месторождения.

	Выходные параметры с макроуровня для передачи в модуль расчета деформации представительного объема Мезо/Микро	Вычислительный блок расчета деформации представительного объема Мезо/Микро. Система уравнений.	Выходные эффективные параметры для передачи в модуль расчета на макроуровне месторождения
1	Декартовы и Лагранжевы координаты: $(X,Y,Z),\ (i,j,k)$. Размеры фрагмента расчетной области для уточнения свойств $(\Delta X,\Delta Y,\Delta Z)$.	$div(\sigma(x,t))+\rho g=0,$ $div\left(\frac{k}{\eta}(\nabla p(x,t)-\rho_f g)\right)+q=\frac{1}{M}\frac{\partial p}{\partial t},$ $d\varepsilon_p=d\lambda\frac{\partial Q(\sigma,p)}{\partial\sigma},$ $F(\sigma,p)=0$ – критерий пластичности; $Q(\sigma,p)=0$ – пластический потенциал; $\varepsilon_e=\varepsilon-\varepsilon_p$ – аддитивное разложение тензора деформации при малых деформациях; $\varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(\nabla_j u_i+\nabla_i u_j\right)$ – тензор деформации при малых деформациях	Уточненные эффективные свойства среды: α – коэффициент Био, *C* – анизотропный упругий тензор Гука, *M* – модуль Био, k – проницаемость, ϕ – пористость, *c* – сцепление.
2	Путь нагружения от начального: $\sigma^0_{i,j}$, p^0 к текущему напряженно-деформированному состоянию: $\sigma_{i,j},\dot{\sigma}_{i,j},.\varepsilon_{i,j},\dot{\varepsilon}_{i,j},.p$.		
3	Механические свойства элемента: α – коэффициент Био, ρ_s,ρ_f – плотность материала скелета и насыщающей жидкости, *C* – анизотропный упругий тензор Гука, *M* – модуль Био, *Η* – вязкость жидкости, k – проницаемость, ϕ – пористость, φ – угол внутреннего трения, ψ – угол дилатансии, *c* – сцепление.	Дополнительные параметры: геометрия внутреннего пространства породы; параметры каждого из компонент в случае, если твердая фаза не однокомпонентная.	

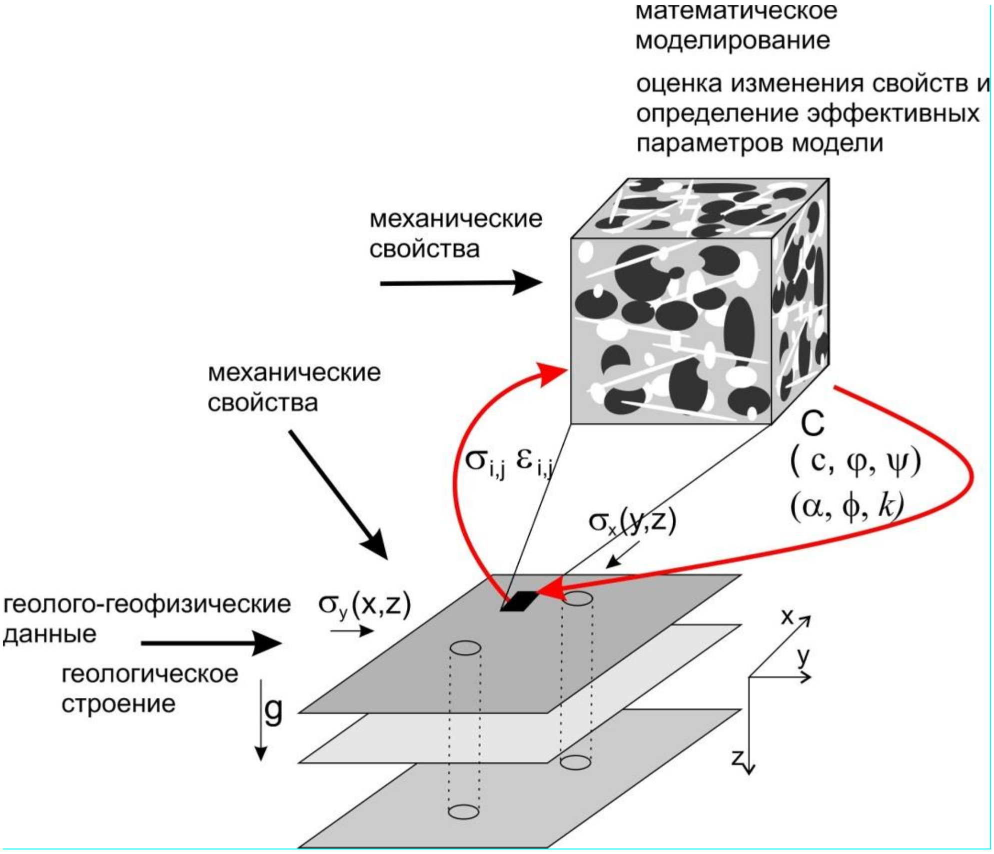


Рис. 1. Схема расчета с уточнением параметров на основе двухмасштабного моделирования.

РАЗЛИЧНЫЕ МЕТОДИКИ

Возможны различные подходы к пространственной аппроксимации эффективных свойств, чтобы уменьшить количество вычислений на микроуровне. Подходы основаны на том, что на макроуровне будут отобраны некоторые точки, для которых будут вычисляться эффективные свойства на микроуровне изложенным выше способом (точки для микроструктурного анализа), а для остальных точек эффективные свойства будут вычислены с использованием пространственной интерполяции. В работе рассматриваются три варианта методики пространственной аппроксимации эффективных свойств.

Первый вариант методики – равномерное распределение точек для микроструктурного анализа. В этом случае в области, для которой будет решаться краевая задача на макроуровне (на масштабе месторождения), строится равномерная сетка с шагом, заданным пользователем, и эффективные свойства на микроуровне вычисляются для точек, расположенных в узлах этой сетки [Durlofsky, 1991, 2005; Bøe, 1994; Pickup et al., 1994; Renard, de Marsily, 1997; Farmer, 2002; Pergament et al., 2006; Yakovlev et al., 2022].

Пусть L_x, L_y, L_z – размеры параллелепипеда, в котором решается краевая задача. Поместим начало координат в одну из вершин этого параллелепипеда, тогда он будет занимать область $0 < x < L_x$, $0 < y < L_y$, $0 < z < L_z$. N_x, N_y, N_z – число отрезков, на которые разбивается этот параллелепипед при определении точек для микроструктурного анализа. $H_x = L_x / N_x$, $H_y = L_y / N_y$, $H_z = L_z / N_z$ – шаги сетки, образованной этими точками.

Посредством этой сетки область, для которой будет решаться краевая задача на макроуровне, разбивается на $N_x N_y N_z$ прямоугольных параллелепипедов. Каждый такой параллелепипед определяется неравенствами

$$x_i < x < x_{i+1},\ y_j < y < y_{j+1},\ z_k < z < z_{k+1},$$
$$i = 0,\dots,N_x - 1,\ j = 0,\dots,N_y - 1,\ k = 0,\dots,N_z - 1.$$

Эти параллелепипеды будем называть *областями локальной аппроксимации*. В каждой такой области эффективные свойства будем аппроксимировать зависимостями вида

$$\begin{aligned}&U(x,y,z) = A + B(x-x_i) + C(y-y_j) + D(z-z_k) +\\&+E(x-x_i)(y-y_j) + F(x-x_i)(z-z_k) + G(y-y_j)(z-z_k) +\\&+F(x-x_i)(y-y_j)(z-z_k).\end{aligned}$$

Для каждой области локальной аппроксимации коэффициенты *A, B, C, D, E, F, G, H* вычисляются по заданным значениям функции *U* в восьми вершинах этой области, например: $A = U(x_i, y_j, z_k)$, $B = \dfrac{U(x_{i+1}, y_j, z_k) - U(x_i, y_j, z_k)}{H_x}$ и т. д.

Второй вариант методики – распределение точек для микроструктурного анализа, адаптирующееся к напряженно-деформированному состоянию в резервуаре после первой итерации. В этом случае сначала выполняются те же действия, что и в первом варианте методики. Затем выполняется начальная итерация расчета напряженно-деформированного состояния в резервуаре. Если по результатам этого расчета норма разности напряжений или деформаций в соседних узлах построенной сетки превысит заданное пользователем максимальное значение, то посередине между этими узлами добавляется новая точка для микроструктурного анализа. Такая процедура выполняется рекурсивно до тех пор, пока норма разности напряжений или деформаций в соседних узлах не станет меньше заданного пользователем максимального значения или расстояние между соседними точками для микроструктурного анализа не станет меньше шага конечно-элементной сетки.

Приведем более подробное описание этой процедуры. Выбранную норму разности напряжений или деформаций будем далее называть *критериальной величиной* и обозначать буквой Ф. В этом случае для описания областей локальной аппроксимации будет построен трехмерный массив двоичных деревьев [Ji et al., 2010; Hasbestan et al., 2018; Zhang et al., 2020]. Каждая вершина такого дерева соответствует некоторой области локальной аппроксимации и будет содержать следующую информацию:

1. Тип вершины (терминальный или нетерминальный).

2. Для нетерминальных вершин – наименование координаты (x, y или z) и ссылки на две вершины более низкого уровня.

3. Для терминальных вершин – границы области локальной аппроксимации, которая соответствует этой вершине ($x_{\min}$, $x_{\max}$, $y_{\min}$, $y_{\max}$, $z_{\min}$, $z_{\max}$).

Первоначально каждое дерево содержит только одну вершину, которая соответствует одной из областей локальной аппроксимации, построенной для исходной сетки. Далее для каждой вершины каждого такого дерева выполняются следующие действия:

1) выбирается направление, соответствующее одной из координат (x, y или z);

2) если приращение критериальной величины в выбранном направлении превышает заданное значение Δ, то область локальной аппроксимации делится на две равные части плоскостью, нормаль к которой соответствует выбранному направлению. Эти части образуют две новые области локальной аппроксимации более низкого уровня. К списку точек для микроструктурного анализа добавляются четыре новые точки. В дерево добавляются вершины, соответствующие образованным областям локальной аппроксимации. Для каждой из этих вершин выполняется та же процедура. Направления при переходе к следующему уровню меняются циклически ($x, y, z, x, y, z, \ldots$).

Приращение критериальной величины в направлении оси x вычисляется как максимум из четырех чисел:

$$\left|\Phi(x_{\max}, y_{\min}, z_{\min}) - \Phi(x_{\min}, y_{\min}, z_{\min})\right|, \quad \left|\Phi(x_{\max}, y_{\max}, z_{\min}) - \Phi(x_{\min}, y_{\max}, z_{\min})\right|,$$
$$\left|\Phi(x_{\max}, y_{\min}, z_{\max}) - \Phi(x_{\min}, y_{\min}, z_{\max})\right|, \quad \left|\Phi(x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}) - \Phi(x_{\min}, y_{\max}, z_{\max})\right|.$$

Приращения критериальной величины в направлениях осей y и z вычисляются аналогично.

После того как все двоичные деревья построены, осуществляется обход каждого из них и для терминальных вершин аппроксимируются эффективные свойства для всех конечных элементов, принадлежащих соответствующей области локальной аппроксимации. При этом используются зависимости вида

$$\begin{aligned} U(x,y,z) &= A + B(x - x_{\min}) + C(y - y_{\min}) + D(z - z_{\min}) + \\ &+ E(x - x_{\min})(y - y_{\min}) + F(x - x_{\min})(z - z_{\min}) + G(y - y_{\min})(z - z_{\min}) + \\ &+ F(x - x_{\min})(y - y_{\min})(z - z_{\min}). \end{aligned}$$

Третий вариант методики – распределение точек для микроструктурного анализа, адаптирующееся к напряженно-деформированному состоянию в резервуаре после каждой итерации [Burgarelli et al., 2006; Grandin, 2015; Freret et al., 2019]. В этом случае действия, предусмотренные во втором варианте методики, выполняются после каждой итерации на макроуровне.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время разработка математических моделей, подходов и алгоритмов многомасштабного моделирования является активно развивающимся и перспективным направлением науки. Пока отсутствуют единые общепринятые модели, однако очертания принципов и подходов к решению данной задачи становятся понятными. В основе представленного подхода лежит решение классической системы уравнений пороупругопластичности с учетом изменений макропараметров в процессе развития деформации в результате эволюции внутренней структуры геосреды в ходе деформирования. Важной его особенностью является отсутствие фиксированного мезообъема, на котором осуществляется расчет и уточнение макропараметров. Этот мезообъем определяется в зависимости от напряженно-деформированного состояния. Это позволяет также применять общий подход для многомасштабного моделирования с рассмотрением вложенных масштабных уровней, а также обеспечивает снижение вычислительных затрат до приемлемого. Полученные предварительные результаты применения изложенного подхода показали его адекватность и перспективность.

Разработка алгоритма двухмасштабного геомеханического моделирования выполнена в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-71-10008). Разработка трех методик пространственной аппроксимации эффективных свойств выполнена в Институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-77-10062). Работа выполнена также при частичной поддержке проекта ФНИ FWZZ-2022-0021 ИНГГ СО РАН.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Мифтахов Р.Ф., Мясников А.В., Вершинин А.В., Чугунов С.С., Зингерман К.М. О построении гидрогеомеханических моделей сланцевых формаций. Технологии сейсморазведки. 2015. № 4. С. 97–108.

Bøe Ø. Analysis of an upscaling method based on conservation of dissipation // Transport in Porous Media. 1994. Vol. 17. P. 77–86. doi:10.1007/BF00624051.

Burgarelli D., Kischinhevsky M., Biezuner R.J. A new adaptive mesh refinement strategy for numerically solving evolutionary PDE’s // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2006. Vol. 196. P. 115–131. doi:10.1016/j.cam.2005.08.013.

Durlofsky L.J. Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media // Water Resources Research. 1991. Vol. 27. P. 699–708. doi:10.1029/91WR00107.

Durlofsky L.J. Upscaling and gridding of fine scale geological models for flow simulation // 8th International Forum on Reservoir Simulation. Stresa, Italy, 2005. P. 1–59.

Farmer C.L. Upscaling: a review // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2002. Vol. 40 (1–2). P. 63–78. doi:10.1002/fld.267.

Freret L., Ivan L., De Sterck H., Groth C.P.T. High-order finite-volume method with block-based AMR for magnetohydrodynamics flows // Journal of Scientific Computing. 2019. Vol. 79. P. 176–208. doi:10.1007/s10915-018-0844-1.

Grandin M. Data structures and algorithms for high-dimensional structured adaptive mesh refinement // Advances in Engineering Software. 2015. Vol. 82. P. 75–86. doi:10.1016/j.advengsoft.2014.12.001.

Hasbestan J.J., Senocak I. Binarized-octree generation for Cartesian adaptive mesh refinement around immersed geometries // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 368. P. 179–195. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.039.

Ji H., Lien F.-S., Yee E. A new adaptive mesh refinement data structure with an application to detonation // Journal of Computational Physics. 2010. Vol. 229. P. 8981–8993. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.023.

Levin V.A., Zingerman K.M., Vershinin A.V., Yakovlev M.Ya. Numerical analysis of effective mechanical properties of rubber-cord composites under finite strains // Composite Structures. 2015. Vol. 131. P. 25–36. doi:10.1016/j.compstruct.2015.04.037.

Pergament A.K., Semiletov V.A., Zaslavsky M.Y. Multiscale averaging algorithms for flow modeling in heterogeneous reservoir // Proceedings of 10th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. 2006. P014. doi:10.3997/2214-4609.201402549.

Pickup G.E., Ringrose P.S., Jensen J.L., Sorbie K.S. Permeability tensors for sedimentary structures // Mathematical Geology. 1994. Vol. 26 (2). P. 227–250. doi:10.1007/BF02082765.

Renard Ph., de Marsily G. Calculating equivalent permeability: a review // Advances in Water Resources. 1997. Vol. 20 (5–6). P. 253–278. doi:10.1016/S0309-1708(96)00050-4.

Vershinin A.V., Levin V.A., Zingerman K.M., Sboychakov A.M., Yakovlev M.Ya. Software for estimation of second order effective material properties of porous samples with geometrical and physical nonlinearity accounted for // Advances in Engineering Software. 2015. Vol. 86. P. 80–84. doi:10.1016/j.advengsoft.2015.04.007.

Yakovlev M., Konovalov D. Multiscale geomechanical modeling under finite strains using finite element method // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2022. Vol. 35 (4). P. 1223–1234. doi:10.1007/s00161-022-01107-6.

Yakovlev M.Ya., Semykin A.A., Levin V.A. Method and some results of numerical estimation of effective Biot's coefficient of rocks // Chebyshevskii Sbornik. 2022. Vol. 23 (4). P. 382–393. doi:10.22405/2226-8383-2022-23-4-382-393.

Zhang J., Chi B., Singh K.M., Zhong Y., Ju C. A binary-tree element subdivision method for evaluation of singular domain integrals with continuous or discontinuous kernel // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2020. Vol. 116. P. 14–30. doi:10.1016/j.enganabound.2020.03.023.

REFERENCES

Bøe Ø. Analysis of an upscaling method based on conservation of dissipation // Transport in Porous Media. 1994. Vol. 17. P. 77–86. doi:10.1007/BF00624051.

Burgarelli D., Kischinhevsky M., Biezuner R.J. A new adaptive mesh refinement strategy for numerically solving evolutionary PDE's // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2006. Vol. 196. P. 115–131. doi:10.1016/j.cam.2005.08.013.

Durlofsky L.J. Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media // Water Resources Research. 1991. Vol. 27. P. 699–708. doi:10.1029/91WR00107.

Durlofsky L.J. Upscaling and gridding of fine scale geological models for flow simulation // 8th International Forum on Reservoir Simulation. Stresa, Italy, 2005. P. 1–59.

Farmer C.L. Upscaling: a review // International Journal for Numerical Methods in Fluids. 2002. Vol. 40 (1–2). P. 63–78. doi:10.1002/fld.267.

Freret L., Ivan L., De Sterck H., Groth C.P.T. High-order finite-volume method with block-based AMR for magnetohydrodynamics flows // Journal of Scientific Computing. 2019. Vol. 79. P. 176–208. doi:10.1007/s10915-018-0844-1.

Grandin M. Data structures and algorithms for high-dimensional structured adaptive mesh refinement // Advances in Engineering Software. 2015. Vol. 82. P. 75–86. doi:10.1016/j.advengsoft.2014.12.001.

Hasbestan J.J., Senocak I. Binarized-octree generation for Cartesian adaptive mesh refinement around immersed geometries // Journal of Computational Physics. 2018. Vol. 368. P. 179–195. doi:10.1016/j.jcp.2018.04.039.

Ji H., Lien F.-S., Yee E. A new adaptive mesh refinement data structure with an application to detonation // Journal of Computational Physics. 2010. Vol. 229. P. 8981–8993. doi:10.1016/j.jcp.2010.08.023.

Levin V.A., Zingerman K.M., Vershinin A.V., Yakovlev M.Ya. Numerical analysis of effective mechanical properties of rubber-cord composites under finite strains // Composite Structures. 2015. Vol. 131. P. 25–36. doi:10.1016/j.compstruct.2015.04.037.

Miftakhov R.F., Myasnikov A.V., Vershinin A.V., Chugunov S.S., Zingerman K.M. On a hydro-geomechanical modelling of shale formations // Seismic Technologies. 2015. Vol. 4. P. 97–108.

Pergament A.K., Semiletov V.A., Zaslavsky M.Y. Multiscale averaging algorithms for flow modeling in heterogeneous reservoir // Proceedings of 10th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery. 2006. P014. doi:10.3997/2214-4609.201402549.

Pickup G.E., Ringrose P.S., Jensen J.L., Sorbie K.S. Permeability tensors for sedimentary structures // Mathematical Geology. 1994. Vol. 26 (2). P. 227–250. doi:10.1007/BF02082765.

Renard Ph., de Marsily G. Calculating equivalent permeability: a review // Advances in Water Resources. 1997. Vol. 20 (5–6). P. 253–278. doi:10.1016/S0309-1708(96)00050-4.

Vershinin A.V., Levin V.A., Zingerman K.M., Sboychakov A.M., Yakovlev M.Ya. Software for estimation of second order effective material properties of porous samples with geometrical and physical nonlinearity accounted for // Advances in Engineering Software. 2015. Vol. 86. P. 80–84. doi:10.1016/j.advengsoft.2015.04.007.

Yakovlev M., Konovalov D. Multiscale geomechanical modeling under finite strains using finite element method // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2022. Vol. 35 (4). P. 1223–1234. doi:10.1007/s00161-022-01107-6.

Yakovlev M.Ya., Semykin A.A., Levin V.A. Method and some results of numerical estimation of effective Biot's coefficient of rocks // Chebyshevskii Sbornik. 2022. Vol. 23 (4). P. 382–393. doi:10.22405/2226-8383-2022-23-4-382-393.

Zhang J., Chi B., Singh K.M., Zhong Y., Ju C. A binary-tree element subdivision method for evaluation of singular domain integrals with continuous or discontinuous kernel // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2020. Vol. 116. P. 14–30. doi:10.1016/j.enganabound.2020.03.023.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

ВЕРШИНИН Анатолий Викторович – доктор физико-математических наук профессор кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ. Основные научные интересы: механика деформируемого твердого тела, метод конечных элементов и его модификации, полуаналитические методы решения, высокопроизводительные вычисления.

ЗИНГЕРМАН Константин Моисеевич – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математического моделирования и вычислительной математики факультета прикладной математики и кибернетики Тверского государственного университета. Основные научные интересы: механика деформируемого твердого тела, нелинейная упругость, конечные деформации, аналитические решения, https://orcid.org/0000-0001-5168-8771.

ЛЕВИН Владимир Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ. Основные научные интересы: механика деформируемого твердого тела, нелинейная упругость, наложение и перераспределение конечных деформаций, https://orcid.org/0000-0002-7301-8725.

СТЕФАНОВ Юрий Павлович – доктор физико-математических наук, профессор РАН, ведущий научный сотрудник лаборатории геофизических исследований и региональной сейсмичности Института нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН. Основные научные интересы: исследования в области геомеханики; разработка моделей, описывающих поведение горных пород за пределом упругости, включая процессы необратимой деформации и формирования зон локализации, численного исследования деформационных процессов в земной коре, https://orcid.org/0000-0003-2004-955X.

ЯКОВЛЕВ Максим Яковлевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ. Основные научные интересы: механика композитов и гетерогенных сред, эффективные свойства, численное моделирование в геомеханике, https://orcid.org/0000-0001-7946-0760.

Статья поступила в редакцию 21 марта 2024 г.,
одобрена после рецензирования 1 апреля 2024 г.,
принята к публикации 4 апреля 2024 г.

Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 118–186. **www.rjgt.ru**
Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 118–186.
Научная статья / Original article
УДК 622.831
doi:10.18303/2619-1563-2024-1-118

ВЕЕРНЫЙ МЕХАНИЗМ СОЗДАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ РАЗЛОМОВ С ВЫСОКИМИ ФИЛЬТРАЦИОННО-ЕМКОСТНЫМИ СВОЙСТВАМИ НА СЕЙСМОГЕННЫХ ГЛУБИНАХ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Борис Григорьевич Тарасов

Научно-исследовательский институт горной геомеханики и маркшейдерского дела – межотраслевой научный центр «ВНИМИ», 199106, Санкт-Петербург, 22-я линия В.О., 3, корп. 1, Россия,
bgtaras@gmail.com, https://orcid.org/0000-0003-0453-4870

Аннотация. Обсуждаются основы недавно обнаруженного веерного механизма разрушения горных пород на сейсмогенных глубинах земной коры, создающего разломы с высокими фильтрационно-емкостными свойствами. Феноменальной особенностью веерного механизма является способность создавать новые разломы в прочных горных породах при аномально низких сдвиговых напряжениях и обеспечивать высокие скорости роста разломов вплоть до сверхзвуковых, что делает его самым опасным механизмом землетрясений. Показано, что данный механизм может быть активизирован искусственно для различных целей, например, при создании глубинных коллекторов для петротеплоэлектростанций и для увеличения нефтеотдачи трудноизвлекаемых запасов.

Ключевые слова: прочные горные породы, механизмы разрушения, высокие давления, сейсмогенные глубины, землетрясения, искусственные глубинные коллекторы

Для цитирования: Тарасов Б.Г. Веерный механизм создания динамических разломов с высокими фильтрационно-емкостными свойствами на сейсмогенных глубинах земной коры // Геофизические технологии. 2024. № 1. С. 118–186. doi:10.18303/2619-1563-2024-1-118.

FAN MECHANISM CREATING DYNAMIC RUPTURES WITH HIGH PERMEABILITY AT SEISMOGENIC DEPTHS OF THE EARTH'S CRUST

Boris G. Tarasov

Research Institute of Mining Geomechanics and Mine Surveying – the Intersectoral Scientific Center VNIMI, 22 Line VO, 1, bld. 3, St. Petersburg, 199106, Russia
bgtaras@gmail.com, https://orcid.org/0000-0003-0453-4870

Abstract. The article discusses the basis of the recently discovered fan mechanism of rock rupture at seismogenic depths of the Earth's crust, creating faults with high permeability. A phenomenal feature of the fan mechanism is the ability to create new faults in strong rocks at abnormally low shear stresses and provide high fault velocity up to supersonic, which makes it the most dangerous earthquake mechanism. It is shown that this mechanism can be activated artificially for various purposes, for example, when creating deep collectors for petro-thermal power plants and to increase oil recovery from hard-to-recover reserves.

Keywords: strong rocks, fracture mechanisms, high pressures, seismogenic depths, earthquakes, artificial deep collectors

For citation: Tarasov B.G. Fan mechanism creating dynamic ruptures with high permeability at seismogenic depths of the Earth's crust // Russian Journal of Geophysical Technologies. 2024. No. 1. P. 118–186. (In Russ.). doi:10.18303/2619-1563-2024-1-118.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья обсуждает природу формирования новых разломов на сейсмогенных глубинах земной коры. Подавляющее большинство землетрясений на континентах происходит в пределах сейсмогенного слоя, который варьируется по глубине от 10 до 40 км [Maggi et al., 2000; Scholz, 2002]. В течение последних почти шести десятилетий (начиная с работы [Brace, Byerlee, 1966]) общепризнано, что основным механизмом землетрясений является периодическое динамическое проскальзывание (stick-slip) по существующим разломам, представляющим слабейшие элементы в структуре земной коры [Heaton, 1990; Scholz, 2002; Соболев, Пономарев, 2003; Rice, 2006; Кочарян, 2016]. Такой подход не допускает активного участия цельных прочных горных пород в создании землетрясений путем их разрушения, а следовательно, и в формировании новых разломов в земной коре, важная роль которых как зон нефтегазонакопления и каналов миграции хорошо известна [Попков, 2012].

Данная ситуация связана с тем, что до недавнего времени не был известен тщательно скрываемый природой особый механизм разрушения, который может формировать новые разломы в прочных породах при сдвиговых напряжениях существенно ниже прочности разломов. Этот механизм назван «веерным механизмом» по конфигурации структуры головной части динамических трещин [Tarasov, 2008, 2010, 2014]. Веерный механизм создает преимущественные условия для разрушения цельных пород по сравнению с динамическим сдвигом по существующим разломам. Ввиду того, что веерный механизм оперирует вблизи существующих разломов, большие глубины скрывают этот факт, создавая иллюзию реактивации существующих разломов.

Веерный механизм в корне меняет традиционные представления о природе землетрясений. Он обладает целым рядом феноменальных свойств, совокупность которых делает его самым опасным механизмом разрушения в земной коре. В статье показано, что подавляющее большинство землетрясений на сейсмогенных глубинах земной коры происходит в результате создания новых динамических разломов в цельных породах. Эти разломы обладают высокими фильтрационно-емкостными свойствами, создавая новые пустотные пространства в земной коре. Показано, что данный механизм может быть активирован искусственно, что позволит использовать его для различных целей, например, при создании глубинных коллекторов для петротеплоэлектростанций и для увеличения нефтеотдачи трудноизвлекаемых запасов. Физические основы веерного механизма, его феноменальные свойства и их проявление в лабораторных и натурных условиях изложены детально в статье.

ПРОБЛЕМЫ В ПОНИМАНИИ МЕХАНИЗМОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ, ГЛУБИННЫХ ГОРНЫХ УДАРОВ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Поскольку данная статья противопоставляет новый (веерный) механизм землетрясений общепринятому (стик-слип) механизму, то уместно начать с примеров различных точек зрения на некоторые особенности землетрясений. Несмотря на единодушное международное признание стик-слип механизма в качестве основного механизма землетрясений в течение последних шести десятилетий, накопилось много неразрешенных вопросов. В данном разделе обсуждаются некоторые из них. Следует заметить, что веерный механизм работает только на сейсмогенных глубинах земной коры, поэтому наше внимание будет уделено землетрясениям, происходящим на этих глубинах.

Связь между существующими разломами и землетрясениями

Стик-слип подход к пониманию механизмов землетрясений основан на предположении, что существующие разломы являются слабейшим звеном в структуре земной коры, поэтому потеря устойчивости на разломах представляется приоритетной при создании землетрясений. На рисунке 1 показана карта глобальных разломов в земной коре, представляющих границы между тектоническими плитами, и распределения землетрясений по земному шару [Silva et al., 2017]. Каждая точка на карте соответствует очагу (гипоцентру) землетрясения. Точки разных цветов относятся к разным глубинам расположения очага. Красные точки соответствуют глубинам 0–30 км, оранжевые точки – глубинам 30–60 км, более глубокие очаги отмечены другими цветами (см. пояснение на карте). Обращает на себя внимание тот факт, что абсолютное большинство очагов, возникших на глубинах, не превышающих толщину земной коры, расположены вне глобальных разломов и могут быть рассеяны на больших площадях земной коры. Более глубокие землетрясения в основном приурочены к границам тектонических плит.

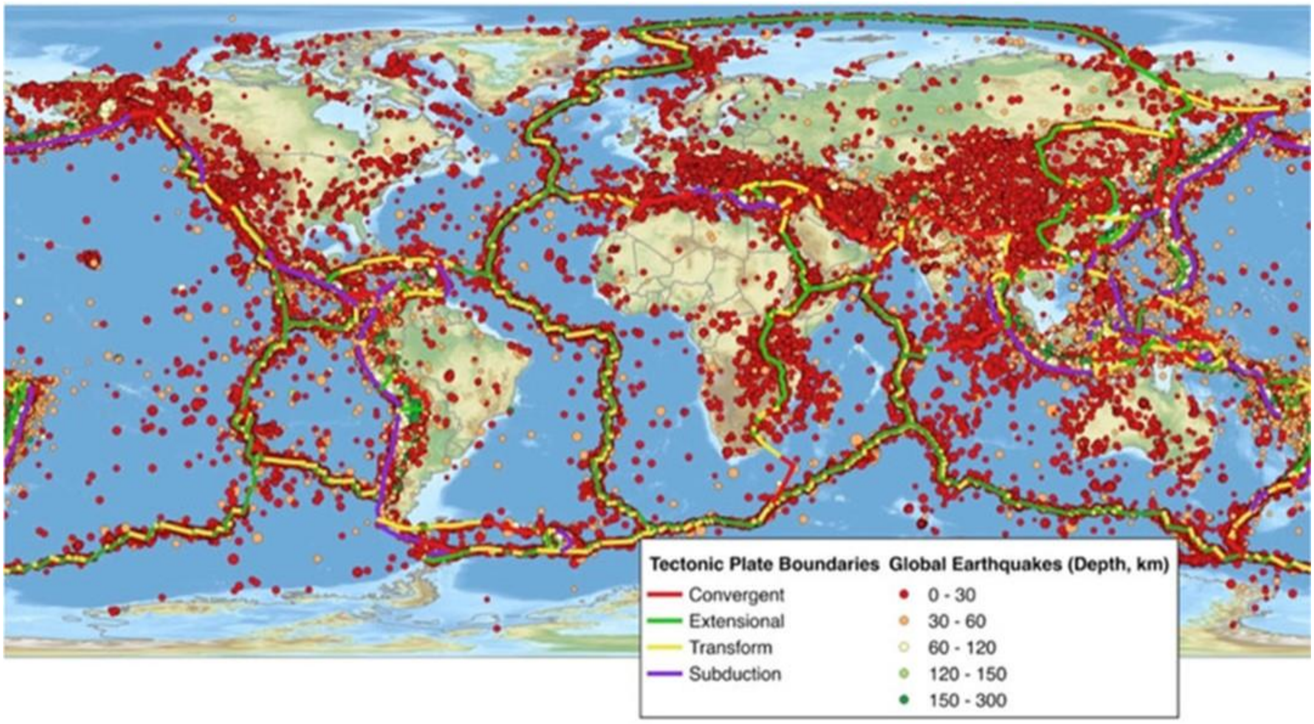


Рис. 1. Карта глобальных разломов в земной коре, представляющих границы между тектоническими плитами, и распределения землетрясений по земному шару [Silva et al., 2017].

Факт рассеянности землетрясений имеет фундаментально различные объяснения с позиций стик-слип и веерного механизмов. Согласно стик-слип подходу утверждается, что вся земная кора насыщена разломами, которые активизируются в случае удачного расположения по отношению к полю действующих напряжений, вызывая землетрясения. С точки зрения веерного механизма, образование новых разломов в цельных породах является приоритетным по сравнению со сдвигом по существующим разломам, т. к. оно может происходить при сдвиговых напряжениях ниже фрикционной прочности. Поэтому основная масса землетрясений организуется вне существующих разломов путем образования новых разломов, что расширяет зоны сейсмической активности и повышает плотность разломов в земной коре.

Данное утверждение выглядит противоестественным с точки зрения современных представлений о свойствах пород на сейсмогенных глубинах. Поскольку динамические события землетрясений происходят на больших глубинах, то непосредственное наблюдение за действующими механизмами исключено. Однако, когда разломы достигают земной поверхности, то можно наблюдать результаты подземных коллизий. На рисунке 2а показана карта разломов, создавших множество землетрясений в различное время в Новой Зеландии (https://temblor.net/). Красными линиями показаны старые разломы, а зеленым – новые разломы за последние 20 лет. Эта карта показывает, что динамическая активность в данном районе связана с последовательным созданием целой сети новых разломов, вместо периодического проскальзывания по изначально сформированному разлому.

а) б)

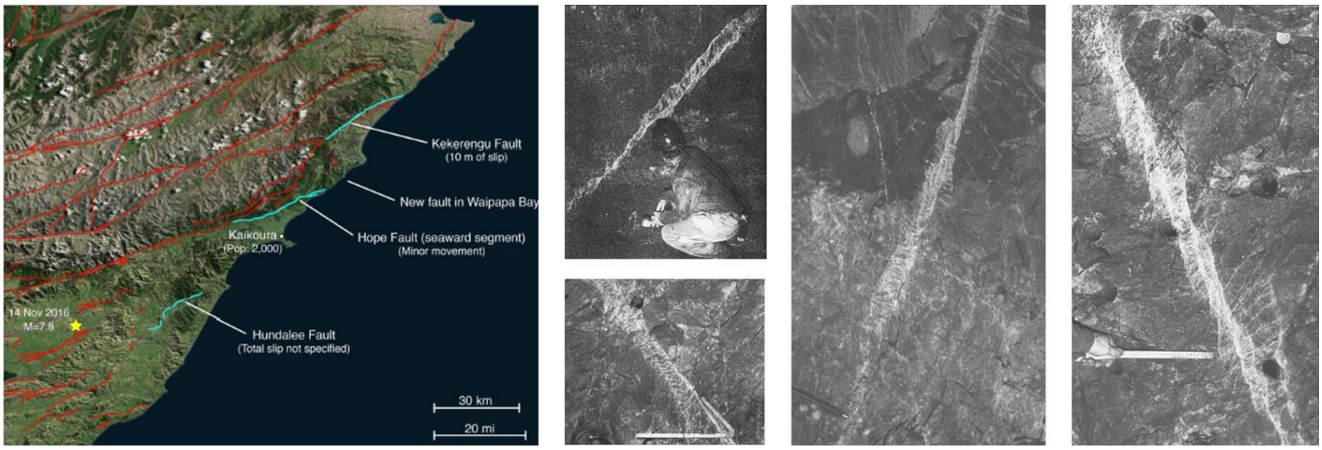


Рис. 2. а – Карта разломов, создавших множество землетрясений в различное время в Новой Зеландии (https://temblor.net/), б – фотографии новых разломов в цельных горных породах, окружающих ультраглубокие выработки Южной Африки [Ortlepp, 1997].

Благодаря созданию глубоких подземных выработок, сегодня появилась возможность наблюдать непосредственно за особенностями динамических процессов на больших глубинах. Когда выработки достигают больших глубин (как правило, свыше 2 км), то возникает особая форма горных ударов, связанная с формированием новых разломов в цельных породах. Такой вид горных ударов классифицируется как глубинные горные удары. Фотографии на рис. 2б показывают новые разломы, созданные динамическими трещинами сдвига в цельных горных породах, окружающих ультраглубокие выработки Южной Африки [Ortlepp, 1997]. Как отмечают исследователи [McGarr et al., 1979; Ortlepp, 1997; Ortlepp et al., 2005], такие горные удары характеризуются следующими особенностями:

– сейсмически неотличимы от землетрясений;

– связаны с формированием новых разломов (трещин сдвига) в цельных прочных горных породах;

– разрушение цельных прочных пород происходит при низких сдвиговых напряжениях, что является общим парадоксом для глубинных горных ударов и землетрясений;

– разломы зарождаются на большом расстоянии от выработки за зоной повышенных напряжений опорного давления;

– разрушение сопровождается аномально большим выделением энергии.

По итогам изучения глубинных горных ударов исследователи пришли к выводу, что наши знания о механизме разрушения, действующего на этих глубинах, являются абсолютно неадекватными (our knowledge of the mechanism of damage is completely inadequate) [McGarr et al., 1979; Ortlepp, 1997; Ortlepp et al., 2005].

Новый подход к пониманию механизмов глубинных динамических разломов

Изучение таких разломов показывает, что все они имеют одинаковую специфическую структуру, которая является также типичной для разломов землетрясений и динамических трещин в образцах, испытанных при высоких боковых давлениях, соответствующих сейсмогенным глубинам. На фотографиях рис. 3а видна структура разломов глубинного горного удара и землетрясения [Ortlepp, 1997; Scholz, 2002]. Структура этих разломов состоит из эшелона пластин горной породы, образованных трещинами отрыва, которые формируются на кончике растущего разлома. Как будет показано далее, этим процессом управляет веерный механизм, который так назван по веерной форме головы бегущего разлома (рис. 3б). При развороте пластин, вызванного относительным сдвигом берегов разлома, образуется веерная структура в голове трещины и формируется пустотное пространство, которое обладает высокими фильтрационно-емкостными свойствами (см. рис. 3б).

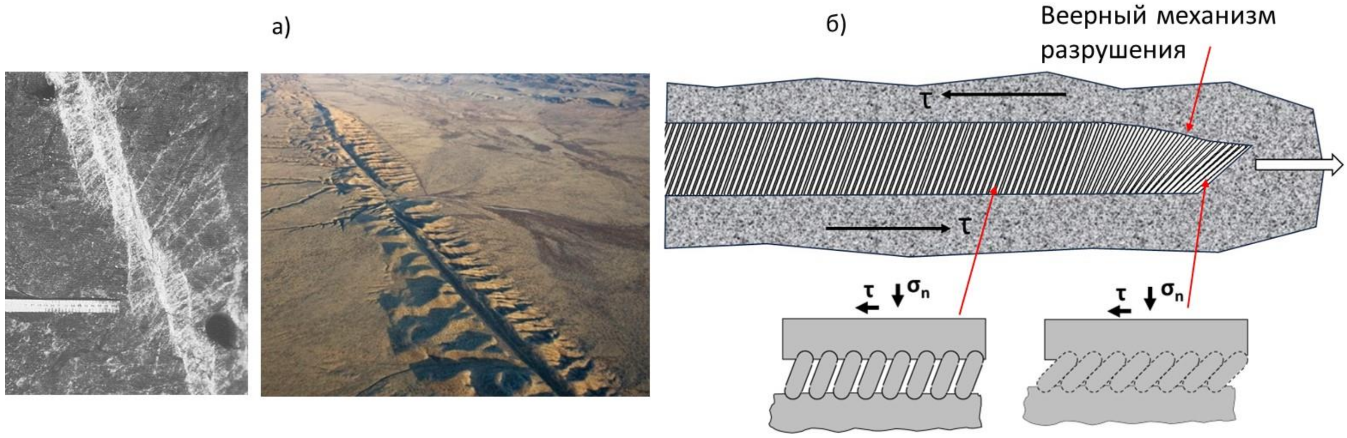


Рис. 3. а – Структура разломов глубинного горного удара и землетрясения [Ortlepp, 1997; Scholz, 2002], б – иллюстрация веерной головы растущей трещины сдвига и принципа образования пустотного пространства в результате разворота структурных пластин.

Для предварительного понимания роли веерной структуры в создании разломов, представим вкратце наиболее важные свойства веерной структуры. Исследователи отмечают, что большинство трещин землетрясений распространяются в виде волны (pulse-like), когда относительное смещение берегов трещины (сдвиг) происходит только в головной зоне трещины, а впереди и сзади этой зоны смещение заблокировано [Heaton, 1990; Perrin et al., 1995; Zheng, Rice, 1998; Noda et al., 2009]. Рисунок 4 иллюстрирует такой вид распространения трещины сдвига, управляемой веерным механизмом. Верхний график показывает, что смещение имеет место только в зоне веера, а впереди и сзади оно отсутствует.

Возможность продвижения веерной структуры через цельную породу при низких приложенных напряжениях сдвига обусловлено феноменальными свойствам этой структуры, которые проиллюстрированы графически под веерной моделью на рис. 4. Здесь красный график показывает, как

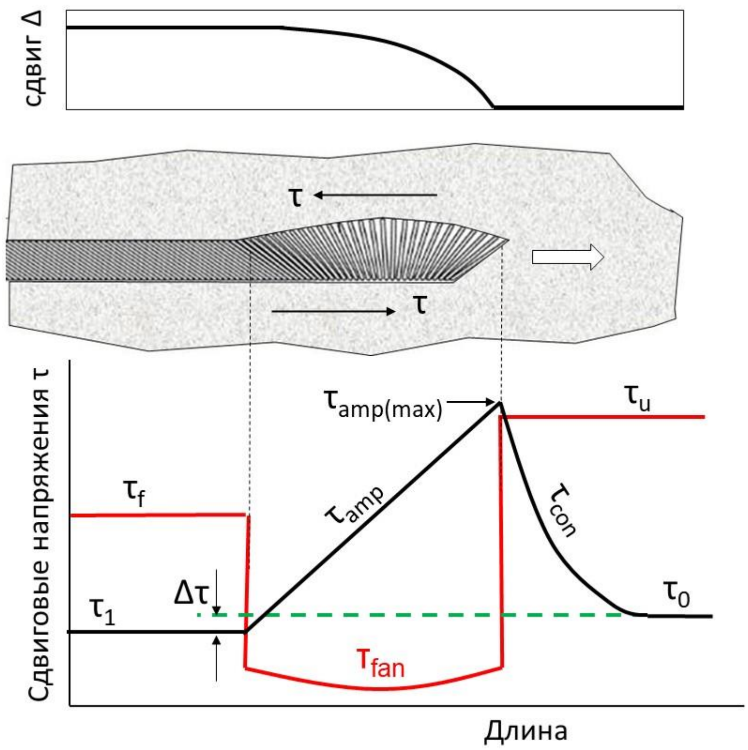


Рис. 4. Наиболее значимыми свойствами веерной структуры являются ее способности снижать сопротивление сдвигу почти до нуля τ_{fan} (красный график) и усиливать приложенные низкие напряжения τ_0 в десятки раз до значений предела прочности породы $\tau_{amp(max)} \geq \tau_u$ (черный график).

меняется сопротивление сдвигу вдоль бегущего веера. Перед веером сопротивление определяется прочностью породы τ_u, за веером силой трения τ_f между берегами образованной трещины, а внутри веерной зоны сопротивление τ_{fan} может быть очень низким (на порядок ниже фрикционной прочности τ_f). Черный график показывает вариацию действующих сдвиговых напряжений. Здесь τ_0 – исходный уровень приложенных напряжений; τ_1 – напряжения после разрушения породы; τ_{amp} и τ_{con} – напряжения, усиленные веерным механизмом на базе исходных приложенных напряжений τ_0. Будет показано, что веерная структура является природным механизмом, с мощной способностью усиливать действующие напряжения. Он может в десятки раз увеличить исходные напряжения, обеспечивая напряжения на кончике трещины $\tau_{amp(max)}$ выше прочности породы τ_u. Совокупность низкого сопротивления сдвигу и высокой концентрации усиленных напряжений позволяет веерному механизму создавать новые динамические трещины в цельных породах при низких исходных напряжениях. Разрушение в таких условиях сопровождается малым сбросом напряжений (stress drop) $\Delta\tau = \tau_0 - \tau_1$.

Типичное распределение числа землетрясений с глубиной

На рисунке 5 представлены типичные гистограммы распределения количества землетрясений с глубиной [Maggi et al., 2000; Scholz, 2002]. Они показывают, что в определенном (сейсмогенном) слое земной коры (разном для разных мест) порода приобретает склонность к динамическим процессам, которая усиливается с глубиной до максимума, а затем уменьшается до нуля. Важный вопрос состоит в том, чем вызвано такое распределение сейсмической активности. Ответ на этот вопрос может служить индикатором в оценке правильности понимания механизма землетрясений.

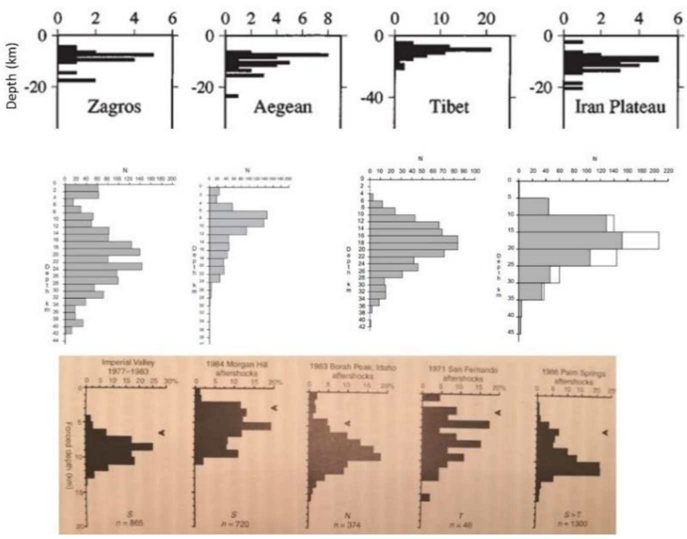


Рис. 5. Типичные гистограммы распределения количества (или частоты) землетрясений с глубиной [Maggi et al., 2000; Déverchère et al., 2001; Scholz, 2002].

На рисунке 6 проиллюстрированы три подхода к объяснению причин типичной вариации активности землетрясений с глубиной, схематично показанной на рис. 6а. Синие горизонтальные линии обозначают верхнюю и нижнюю границы сейсмогенного слоя. Все подходы базируются на сравнении вариации активности (количества) землетрясений с вариацией прочности земной коры. Модели на рис. 6б, в построены на базе стик-слип механизма, а на рис. 6г – на базе веерного механизма. Нижеприведенный анализ этих моделей показывает, что стик-слип модели дают некорректное объяснение в отличие от веерной модели.

Рисунок 6б демонстрирует модель зависимости статической фрикционной прочности литосферы от глубины [Brace, Kohlstedt, 1980; Kirby, 1980; Kohlstedt et al., 1995; Albaric et al., 2009]. Здесь верхняя часть с возрастающей прочностью соответствует универсальному закону трения [Byerlee, 1978], а нижняя часть с убывающей прочностью, представляет собой гипотетическую кривую, построенную с учетом влияния растущей температуры на больших глубинах [Kirby, Raleigh, 1973]. Результирующая модель представляет статическую прочность литосферы, которая соответствует критическому уровню напряжений, вызывающему потерю устойчивости по существующим разломам. Подобные модели прочности литосферы получают также при рассмотрении влияния давления флюида на фрикционные свойства разломов с глубиной [Sibson, 1973; Киссин, 2015]. Согласно этим моделям, сходство между профилями кривых, отражающих вариацию сейсмической активности и прочности литосферы с глубиной, подразумевает, что вероятность потери устойчивости возрастает с ростом прочности литосферы и достигает максимума на глубине максимальной прочности. Такой вывод, означающий, что чем прочнее литосфера, тем выше вероятность ее разрушения, выглядит не очень логично.

Модель на рис. 6в предлагает другую причину, вызывающую типичную вариацию активности землетрясений с глубиной [Scholz, 1998, 2002]. Согласно этой модели, прочность литосферы подчиняется универсальному закону трения [Byerlee, 1978] до глубин за пределами нижней границы сейсмогенного слоя, что не согласуется с первой моделью. Склонность существующих разломов к динамической нестабильности в данной модели определяется характером реакции фрикционной прочности на возрастание скорости деформации.

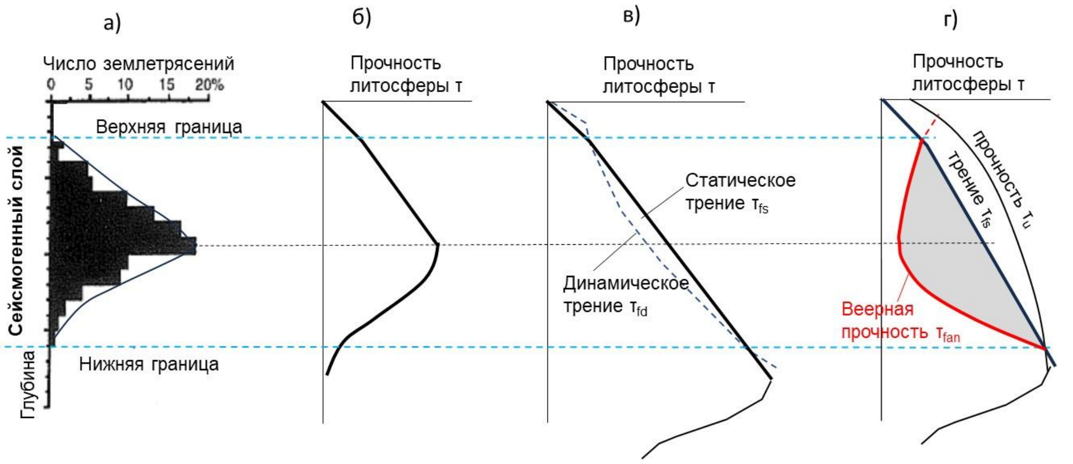


Рис. 6. Существующие модели для объяснения типичного распределения количества землетрясений с глубиной.

Согласно модели, в пределах сейсмогенного слоя рост скорости деформации вызывает снижение фрикционной прочности (velocity-weakening response), что создает условия для динамического спонтанного сдвига. За пределами сейсмогенного слоя увеличение скорости деформации сопровождается увеличением трения (velocity-strengthening response), что подавляет возможность динамического сдвига. Характер изменения величины динамического трения τ_{fd} на модели отражает пунктирная кривая в сравнении со сплошной кривой статического трения τ_{fs}. В модели предполагается, что между верхней и нижней границами сейсмогенного слоя разница между статическим и динамическим трением $\Delta\tau = \tau_{fs} - \tau_{fd}$ меняется с глубиной таким образом, что в верхней части она увеличивается до максимальной величины на некоторой глубине, а затем уменьшается до нуля на нижней границе. Далее предполагается, что величина разности $\Delta\tau$ определяет степень склонности разлома к потере устойчивости и вероятность землетрясения, что вызывает типичное распределение частоты землетрясений с глубиной.

Данная модель, так же, как и первая рассмотренная модель, содержит нарушение логики. Дело в том, что для возникновения начального смещения по разлому, за которым последует реакция динамического снижения трения (velocity-weakening response), необходимо достичь напряжений, соответствующих величине статического трения τ_{fs}. Таким образом, количество землетрясений, возникающих на определенной глубине, определяется тем, как часто напряжения здесь достигают критического уровня, равного статической прочности τ_s. В рассматриваемой модели, статическая прочность τ_s растет линейно с глубиной. На вопрос, почему в центральной части сейсмогенного слоя напряжения чаще достигают критический уровень τ_s по сравнению с периферийными частями, данная модель не дает ответа.

Таким образом, можно заключить, что существующие объяснения причин, вызывающих типичное распределение количества землетрясений с глубиной, на базе стик-слип подхода недостаточно физически обоснованы и предлагают противоречащие друг другу модели.

На рисунке 6г представлена модель прочности земной коры, построенная на базе веерного механизма [Tarasov, 2013; Tarasov, Randolph, 2016]. В дополнение к кривым, характеризующим изменение с глубиной прочности цельных пород τ_u и фрикционной статической прочности разломов τ_{fs}, здесь показана вариация прочности τ_{fan} цельных пород, когда они разрушаются веерным механизмом (красная кривая). Условия активизации веерного механизма и физика его феноменальных свойств будут рассмотрены детально в основной части статьи. На данной стадии мы демонстрируем результат действия веерного механизма в определении прочности цельных пород при разрушении сдвигом. В пределах сейсмогенного слоя веерный механизм снижает прочность цельных пород до значений τ_{fan}, которая ниже фрикционной прочности τ_{fs}. Ввиду переменной эффективности веерного механизма с глубиной, соответственно меняется прочность пород, отображаемая красной кривой на графике. Согласно данной модели, распределение количества землетрясений с глубиной определяется соответствующим уровнем веерной прочности горных пород τ_{fan} – чем ниже прочность, тем больше вероятность возникновения землетрясения. Такая причинно-следственная связь является логичной в сравнении с предлагаемой на базе стик-слип механизма. Следует подчеркнуть, что разрушение веерным механизмом может происходить при любом уровне напряжений в земной коре, соответствующем серой зоне на графике. Более доказательно данная модель будет рассмотрена после детального анализа свойств веерного механизма.

Степень изученности свойств горных пород при разрушении в условиях высоких σ_3

Рисунок 7 показывает пробелы в экспериментальном изучении свойств горных пород, которые не позволяют понять поведение пород в условиях сейсмогенных глубин. Данная статья обсуждает механизм создания новых динамических разломов в земной коре, для чего необходимо знать запредельные свойства пород, т. к. спонтанное разрушение может происходить только на запредельной стадии разрушения. На рисунке 7 представлены серии кривых «напряжение–деформация», полученные в условиях $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ при разных уровнях бокового давления σ_3, имитирующего уровень всестороннего литостатического давления на разных глубинах земной коры. Представленные результаты показывают, что слабые и средней прочности породы исследованы в полной мере в широком диапазоне боковых давлений до достижения квазипластической деформации при высоких давлениях. Однако прочные породы (с прочностью на одноосное сжатие UCS около 250 МПа и выше) исследованы за пределом прочности только при низких уровнях σ_3 и абсолютно не исследованы при высоких давлениях, соответствующих сейсмогенным глубинам. Причиной этого является тот факт, что прочные породы в таких условиях разрушаются с высочайшей динамикой и с выделением огромной энергии на любых существующих жестких и сервоконтролируемых машинах. Нужно отметить, что образцы в таких условиях всегда разрушаются за счет формирования трещины сдвига (показана пунктиром на схеме), аналогично разрушению на сейсмогенных глубинах. Ввиду отсутствия экспериментальных данных, сегодня считается, что запредельные свойства прочных пород должны быть аналогичными свойствам хорошо исследованных слабых пород, где остаточная прочность, определяемая трением по образовавшейся трещине, представляет собой нижний предел прочности пород в условиях объемного сжатия. Такое предположение является ошибочным, что будет показано дальше.

Проведенный в данном разделе анализ показал, что понимание динамического проскальзывания по имеющимся разломам (стик-слип), как основного механизма землетрясений на сейсмогенных глубинах земной коры, является недостаточно обоснованным. В то же время наблюдения, указывающие на динамическое образование новых разломов в земной коре и отсутствие экспериментальных исследований процессов разрушения при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам, дают основания для более глубокого изучения нового подхода, который делает свои первые шаги, по сравнению с полувековым активным изучением и практически единодушным принятием стик-слип механизма.

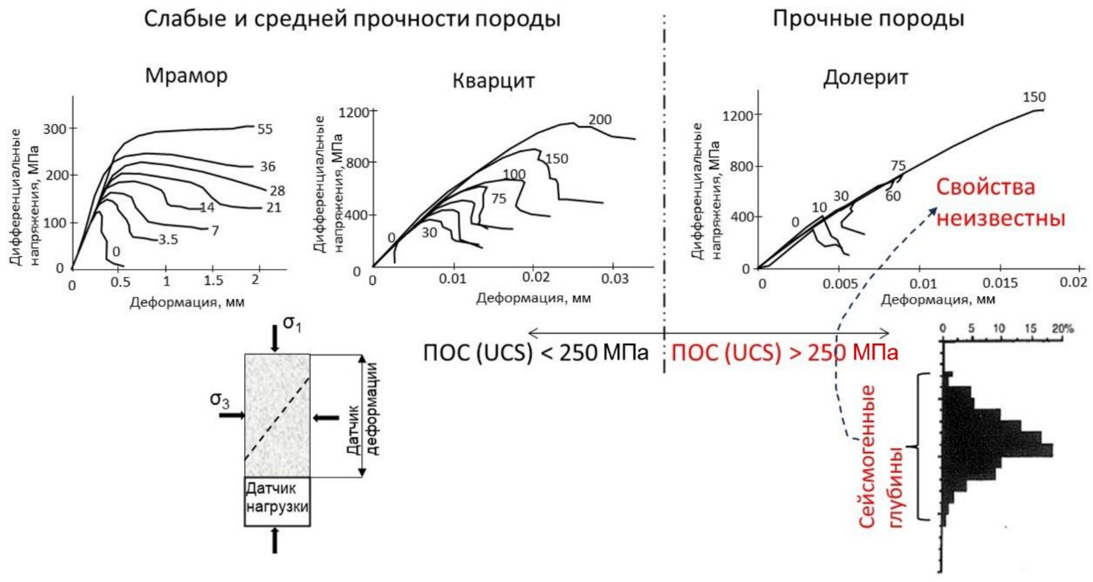


Рис. 7. Иллюстрация степени изученности запредельных свойств горных пород различной прочности в широком диапазоне боковых давлений σ_3.

АНОМАЛЬНЫЕ ЗАПРЕДЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ПРОЧНЫХ ПОРОД ПРИ БОКОВЫХ ДАВЛЕНИЯХ, СООТВЕТСТВУЮЩИХ СЕЙСМОГЕННЫМ ГЛУБИНАМ

Новая методика экспериментальных исследований

Причиной отсутствия экспериментальных данных по запредельным свойствам прочных горных пород при высоких боковых давлениях σ_3, соответствующих сейсмогенным глубинам, является невозможность предотвращения бурного спонтанного разрушения на всех существующих жестких сервоконтролируемых испытательных машинах. Все существующие машины обладают относительно низкой скоростью реакции на резкое изменение скорости деформации в момент начала спонтанного разрушения. Это обусловлено рядом факторов, основными из которых являются следующие:

1. Недостаточно высокая жесткость нагружающей системы.
2. Высокая инерционность нагружающих элементов из-за большой массы.
3. Большой объем рабочей жидкости в нагружающей и разгружающей камерах силовых агрегатов.

Автором данной статьи была разработана специальная машина, в которой все эти и другие важные параметры были существенно улучшены на базе предыдущих разработок [Ставрогин, Тарасов, 2001]. Внешний вид установки и образца в сборе с датчиками нагрузки, продольной и поперечной деформации показаны на рис. 8а, б. Конструктивные особенности установки показаны на рис. 8в. Для увеличения жесткости нагружающей системы использована монолитная рама пресса и минимизированы размеры всех элементов конструкции, которые передают нагрузку на образец. Нагружающий шток гидродомкрата (желтого цвета на схеме) был выполнен в виде полого цилиндра особой конструкции для снижения инерционной массы. Рабочий ход гидродомкрата был уменьшен до 5 мм (вместо 100 мм в обычных установках), что существенно снизило объемы нагрузочной и разгрузочной камер, а следовательно, и объемы рабочей жидкости, который необходимо перемещать во время спонтанных режимов разрушения. Данные изменения позволили достигать скорость вариации нагрузки (скорость реакции нагружающей системы) до значений 24 000 ГПа/сек. Проведенные эксперименты показали, что даже такой высокой скорости недостаточно, чтобы обеспечить полный контроль запредельного разрушения при боковых давлениях, соответствующих сейсмогенным глубинам. Однако полученные результаты позволили установить закономерности процесса разрушения в таких условиях нагружения.

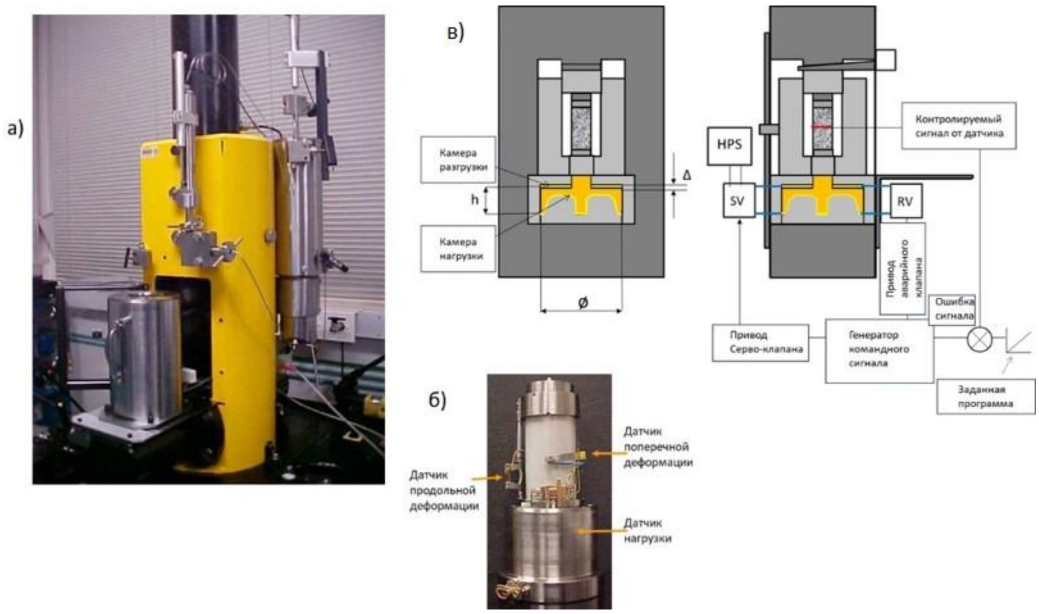


Рис. 8. Общий вид (а) и конструкционные особенности машины (б, в), созданной для изучения запредельных свойств прочных горных пород при высоких давлениях σ_3.

Полученные результаты показали, что свойства прочных пород при разрушении за пределом прочности при высоких σ_3 фундаментально отличаются от общепринятых представлений. Для широкомасштабного изучения этих свойств нужны специальные машины нового поколения, принцип создания которых стал понятен после обнаружения этих аномальных свойств.

Основные результаты экспериментов

Рисунки 9 и 10 демонстрируют типичные особенности поведения прочных горных пород при разных уровнях бокового давления σ_3 [Tarasov, Randolph, 2008, 2011; Tarasov, 2010; Tarasov, Stacey, 2017]. На рисунке 9а показана серия кривых «напряжение–деформация», полученных на образцах долерита с прочностью на одноосное сжатие 300 МПа. Разрушение при одноосном сжатии и при низких боковых давлениях σ_3 = 10 и 30 МПа было полностью контролируемым за пределом прочности. Важной особенностью запредельного поведения прочных пород является изменение запредельного модуля с класса I ($M = d\sigma/d\varepsilon < 0$) на класс II ($M = d\sigma/d\varepsilon > 0$) с увеличением σ_3. Красные пунктирные линии на графиках отражают запредельные модули (или модули спада). Изменение модулей связано с изменением механизмов разрушения, что будет подробно обсуждаться дальше. При более высоких боковых давлениях, начиная с уровня σ_3 = 60 МПа, контроль разрушения за пределом прочности был возможен только на начальной стадии (до точки А), после чего следовало спонтанное бурное разрушение, связанное с развитием трещины сдвига, показанной на образце на рис. 9в. Нужно подчеркнуть, что уровень σ_3 = 60 МПа соответствует условно глубине в 2.5 км в земной коре. Будет показано, что эта глубина для данной породы представляет верхний уровень сейсмогенного слоя. При более высоких $σ_3$ спонтанное разрушение становится еще более бурным.

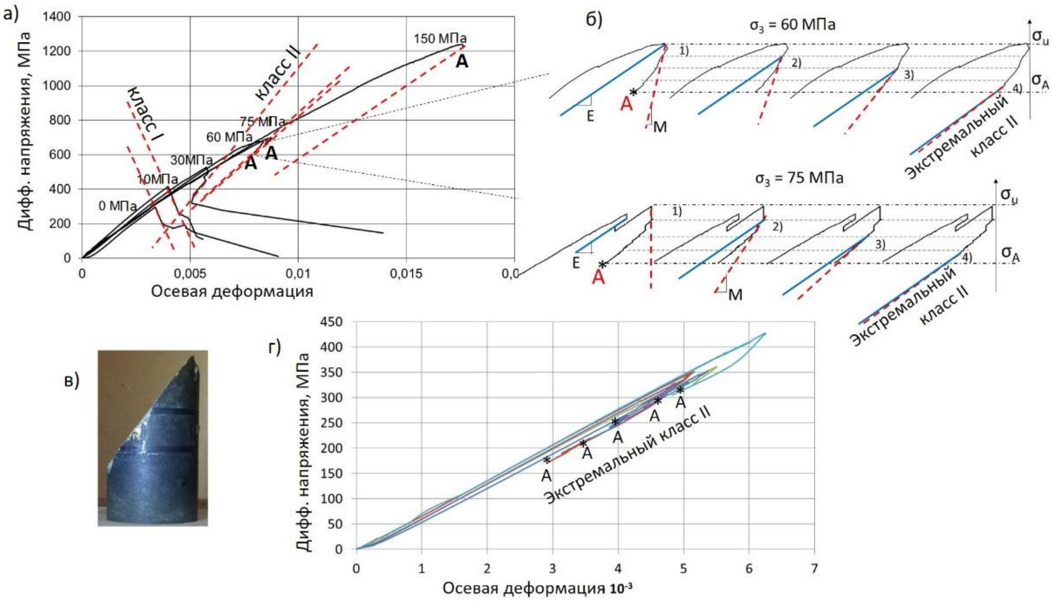


Рис. 9. Экспериментальные диаграммы «напряжение–деформация», демонстрирующие первое аномальное свойство прочных пород при разрушении в условиях высоких $σ_3$, соответствующих сейсмогенным глубинам. На определенной стадии запредельного разрушения модуль запредельной деформации совпадает с модулем упругой разгрузки, что означает отсутствие поглощения энергии при разрушении.

Причина потери контроля за процессом запредельного разрушением после точки А объясняется на рис. 9б. Здесь показаны увеличенные фрагменты диаграмм, включающие запредельные участки до точки А, для давлений $σ_3$ = 60 и 75 МПа. Эти фрагменты продублированы четыре раза, а запредельная часть разделена на четыре стадии. На каждой стадии синей линией показан модуль упругой разгрузки E = dσ/dε, а красной пунктирной линией показаны модули спада M = dσ/dε. Модуль упругой разгрузки, определенный экспериментально для $σ_3$ = 75 МПа на пределе прочности (см. график), остается постоянным на стадии разрушения до точки А. Запредельный же модуль меняется очень сильно и приближается к модулю упругой разгрузки. Площади, расположенные между модулями E и M, отражают энергоемкость разрушения на каждой стадии. В точке А эти модули почти сравниваются, что означает, что энергоемкость разрушения приблизилась к нулю. Запредельное разрушение, происходящее практически без поглощения энергии, классифицируется как экстремальное класс II.

В этом случае обеспечить контролируемое разрушение можно только на машинах с супервысокими скоростями работы сервосиловых систем. Таких машин сегодня не существует. Опыт показал, что специальная машина, на которой проводились данные эксперименты, может контролировать экстремальное класс II разрушение при более низких исходных нагрузках, чем для рассмотренного долерита, где напряжение на пределе прочности было около $Δσ = σ_1 – σ_3 ≈ 700$ МПа. Например, экстремальное класс II поведение было получено на пяти образцах кварцита (см. рис. 9г), у которых предел прочности был в диапазоне $Δσ ≈ 350 ÷ 400$ МПа. *Экстремальное класс II разрушение прочных пород при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам, является первым аномальным свойством этих пород.*

Нужно отметить, что при испытании кварцита, аналогично долериту, после запредельной стадии, соответствующей точке А, стартовало спонтанное разрушение, предотвратить которое было невозможно. Применяемая в экспериментах аппаратура была настроена так, что в момент начала спонтанного разрушения включалась скоростная запись, которая регистрировала сигналы от датчиков во времени с быстродействием до 10^6 событий в секунду. Полученные графики «напряжение–время», построенные по данным датчика нагрузки для образцов долерита, показаны на рис. 10. Эти графики демонстрируют, что при разрушении прочность образцов снижается до значений, приближающихся к нулю σ_{min}, а затем поднимается до уровня остаточной прочности, определяемой трением по образованной трещине сдвига σ_{fs}. *Снижение прочности породы во время разрушения при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам, до значений близких к нулю, является второй аномальной особенностью прочных пород.*

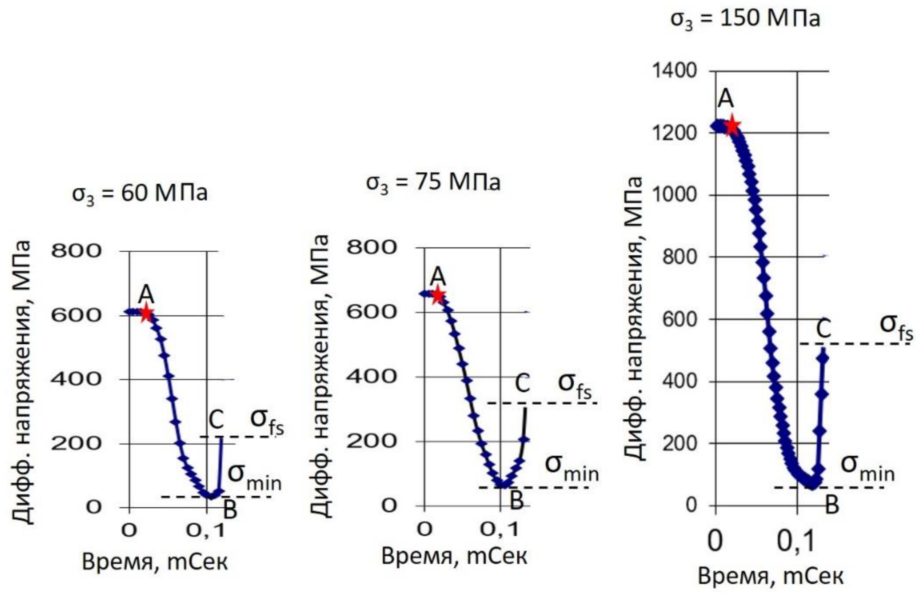


Рис. 10. Экспериментальные диаграммы «нагрузка–время», демонстрирующие второе аномальное свойство прочных пород при разрушении в условиях высоких σ_3, соответствующих сейсмогенным глубинам. В процессе разрушения прочность образцов снижается до значений близких к нулю σ_{min}, а в конце разрушения восстанавливается до уровня остаточной (фрикционной) прочности σ_{fs}.

СМЕНА МЕХАНИЗМОВ РАЗРУШЕНИЯ С РОСТОМ БОКОВОГО ДАВЛЕНИЯ

Обнаруженный характер изменения запредельных свойств горных пород с ростом бокового давления σ_3 вызван изменением механизмов разрушения, как показано на рис. 11. На горизонтальной оси уровень σ_3 возрастает слева направо от нуля до величин, условно соответствующих глубинам в земной коре за пределами сейсмогенного слоя. Вдоль оси показаны фрагменты горных пород с изображением механизмов разрушения при разных σ_3. Известно, что при любом σ_3 разрушение сопровождается возникновением трещин отрыва, которые растут вдоль действия максимального главного напряжения σ_1. Однако размер трещин отрыва (длина ℓ) зависит от уровня σ_3 и уменьшается с его увеличением, условно в соответствии с пунктирной кривой. Изменение размера трещин отрыва, в свою очередь, меняет макроскопический механизм разрушения. На схеме представлено чередование механизмов разрушения с ростом σ_3.

При низких боковых давлениях длинные трещины отрыва не допускают развитие трещин сдвига в своей плоскости, поэтому образуются следующие формы разрушения:

1. *Разрушение длинными трещинами отрыва* происходит при одноосном сжатии и при низких $\sigma_3 < \sigma_{3(1)}$.
2. *Разрушение за счет накопления микротрещин отрыва в объеме породы с последующим их объединением в макроскопическую плоскость разрушения* происходит в диапазоне боковых давлений $\sigma_{3(1)} \div \sigma_{3shear}$.

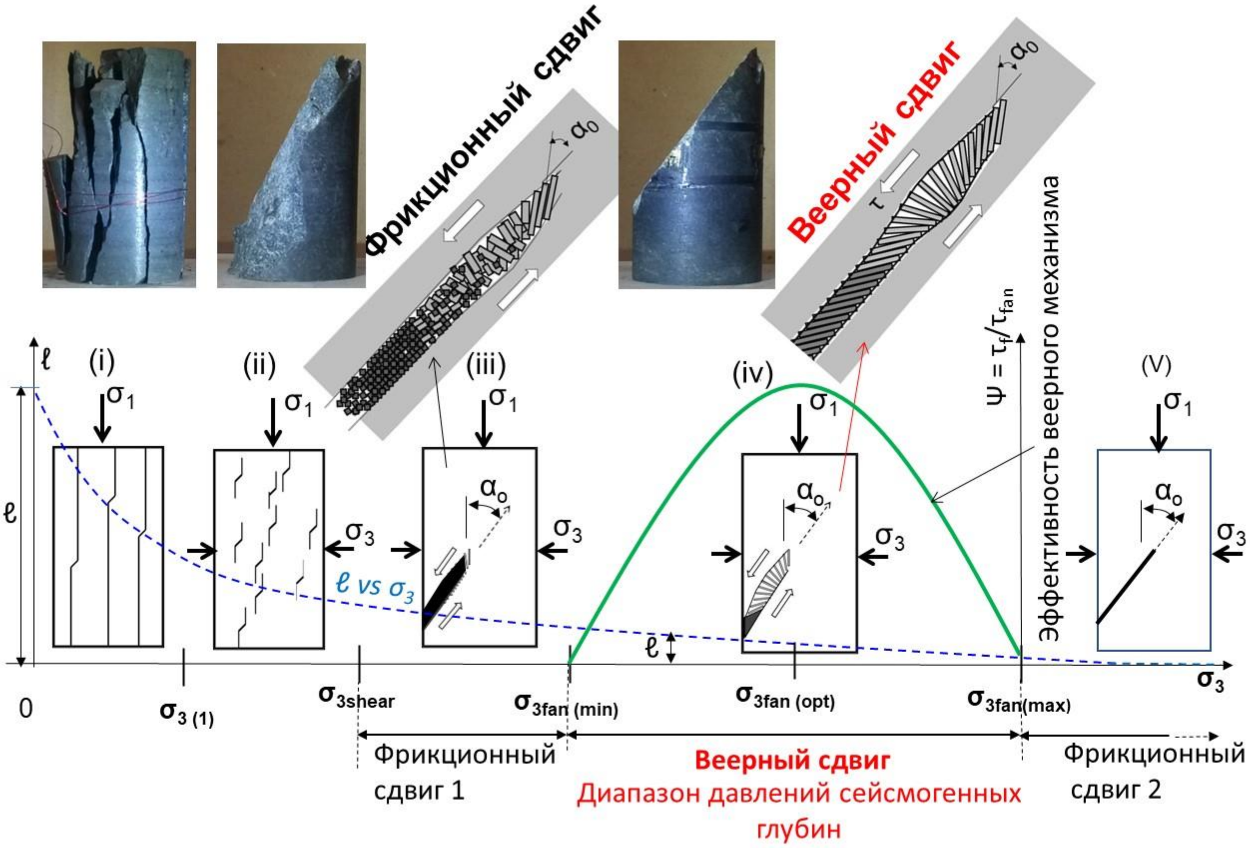


Рис. 11. Модель, объясняющая вариацию механизмов разрушения прочных горных пород с ростом уровня бокового давления σ_3. Давление растет вдоль горизонтальной оси слева направо от нуля до значений, соответствующих глубинам ниже сейсмогенного слоя.

При более высоких боковых давлениях $\sigma_3 > \sigma_{3shear}$, когда трещины отрыва становятся достаточно короткими, макроскопическое разрушение происходит в виде локализованных трещин сдвига. Здесь рассеянное накопление дефектов в объеме тела в виде микротрещин отрыва запрещено давлением σ_3. Это доказано экспериментально и теоретически при изучении акустической эмиссии [Reches, Lockner, 1994]. Было установлено, что макроскопическая трещина сдвига в этих условиях растет за счет последовательного образования эшелона трещин отрыва, совокупность которых формирует типичную пластинчатую структуру сдвиговых трещин, показанную на рис. 3. Угол α_0 наклона макроскопической трещины сдвига по отношению к трещинам отрыва составляет 30º ÷ 40º (см. рис. 11) [Horii, Nemat-Nasser, 1985; Reches, Lockner, 1994]. При сдвиге берегов трещины структурные пластинки подвергаются развороту [Peng, Johnson, 1972; King, Sammis, 1992; Reches, Lockner, 1994]. Различное поведение структурных пластин при развороте создает трещины сдвига с фундаментально различными свойствами.

3. *Фрикционный сдвиг 1* происходит в диапазоне боковых давлений $\sigma_{3shear} \div \sigma_{3fan(min)}$. Здесь относительно длинные пластинки при вращении подвергаются разрушению, создавая трение по всей длине трещины, включая головную часть. Этот механизм разрушения соответствует классическим теориям.
4. *Веерный сдвиг* происходит в диапазоне боковых давлений $\sigma_{3fan(min)} \div \sigma_{3fan(max)}$, соответствующих сейсмогенным глубинам [Tarasov, 2008, 2010, 2011, 2013, 2014]. При этих условиях структурные пластины приобретают такую геометрию, что они могут поворачиваться без разрушения и играть роль шарниров между сдвигающимися берегами магистральной трещины. Вследствие того, что относительный сдвиг между берегами трещины увеличивается с ростом расстояния от кончика трещины (см. верхний график на рис. 4), то пластинки по мере удаления от кончика буду разворачиваться на больший угол, таким образом формируя веерную структуру. Веерная структура при таких условиях разрушения представляет голову развивающейся трещины, которая перемещается в виде волны. Нужно подчеркнуть, что в реальных трещинах количество пластин, образующих веер, может достигать нескольких тысяч. Такая многочисленная «команда» пластин, сделанных из пород высокой прочности, может выдерживать, не разрушаясь при вращении, высокие нормальные напряжения, соответствующие сейсмогенным глубинам. Как уже упоминалось, веерный механизм обладает рядом феноменальных свойств, главные из которых – это низкое сопротивление сдвигу и высокая концентрация напряжений.

Важно подчеркнуть, что в диапазоне давлений $\sigma_{3fan(min)} \div \sigma_{3fan(max)}$ веерный механизм работает с переменной эффективностью, которая отображается зеленой кривой на рис. 11. Эффективность определяется тем, насколько хорошо структурные пластины выполняют роль шарниров между сдвигающимися берегами трещины. От этого зависит, в частности, соотношение между величиной фрикционного трения τ_f и веерной прочности τ_{fan}, выражаемое коэффициентом эффективности $\psi = \tau_f / \tau_{fan}$. При нижнем уровне σ_3 веерного диапазона давлений длина пластинок относительно велика, и они частично разрушаются, обеспечивая низкую эффективность. С ростом σ_3 пластины укорачиваются и эффективность растет. При некотором оптимальном давлении $\sigma_{3fan(opt)}$ эффективность достигает максимального уровня. При более высоких давлениях эффективность снижается, что вызвано продолжающимся уменьшением длины трещин отрыва, а следовательно, и длины пластинок. При давлениях свыше $\sigma_{3fan(max)}$ короткие пластинки полностью теряют способность работать как шарниры.

5. *Фрикционный сдвиг 2* происходит при давлениях $\sigma_3 > \sigma_{3fan(max)}$, которые действуют на глубинах ниже нижней границы сейсмогенного слоя.

Фундаментальная разница запредельных свойств при фрикционном и веерном сдвиге

В данном разделе обсуждается фундаментальная разница между запредельными характеристиками образцов прочных пород, при разрушении фрикционными и веерными сдвиговыми трещинами. На рисунке 12а показана принципиальная схема развития фрикционной трещины сдвига в образце при боковых давлениях, соответствующих диапазонам давлений $\sigma_{3shear} \div \sigma_{3fan(min)}$ и $\sigma_3 > \sigma_{3fan(max)}$, обозначенным на рис. 11. Процесс показан в пяти стадиях. Стадия 1 соответствует пределу прочности. Снижение прочности образца в запредельной области связано с удлинением трещины сдвига, в которой сопротивление сдвигу определяется трением. На рисунке 12б–г показаны диаграммы «напряжение–деформация». Рисунок 12б соответствует ситуации на пределе прочности, где площадь красного треугольника условно отображает упругую энергию, запасенную на данной стадии нагружения. Диаграммы на рис. 12в, г отображают возможные классы запредельного разрушения (класс I и класс II), которые могут реализоваться в обоих диапазонах боковых давлений. Класс I характеризуется отрицательным значением запредельного модуля (или модуля спада) $M = d\tau/d\varepsilon < 0$, а класс II характеризуется положительным модулем $M = d\tau/d\varepsilon > 0$.

На запредельных диаграммах обоих классов каждая точка обозначает аналогичную стадию разрушения образца. На стадии 5 образец полностью разрушен и его прочность соответствует остаточной прочности, определяемой трением по образованной трещине. Для создания трещины сдвига класса I (рис. 12в) за пределом прочности потребляется большое количество энергии, которая обозначается светло-серой зоной. Эта работа совершается за счет упругой энергии, запасенной в образце, а также за счет дополнительной энергии, поставляемой из нагружающей системы. Уменьшенный красный треугольник соответствует упругой энергии, оставшейся в образце после разрушения до остаточной прочности.

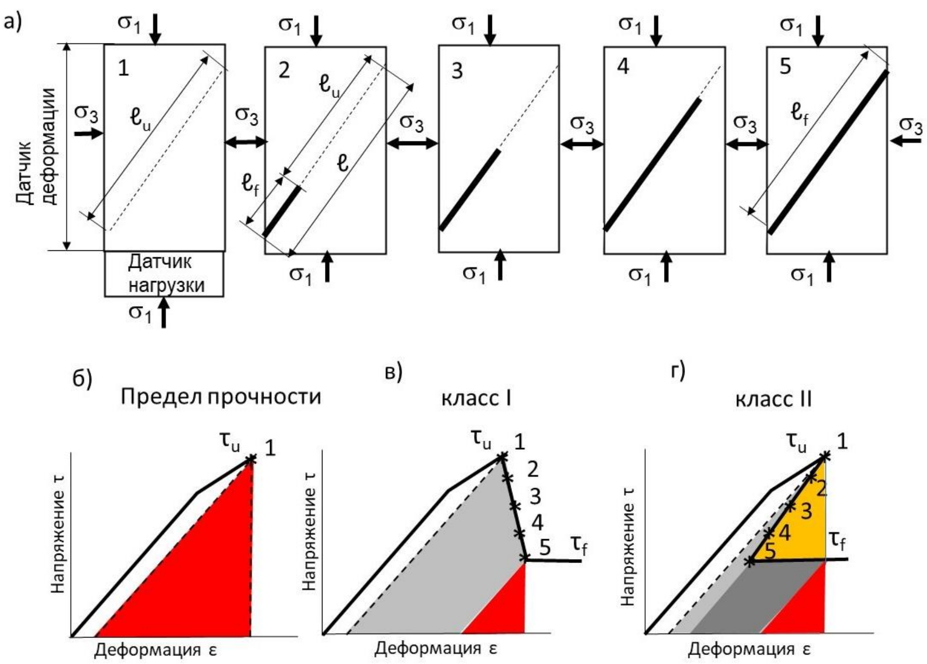


Рис. 12. Характер запредельных кривых при разрушении горных пород классическими механизмами разрушения, где за кончиком трещины сопротивление сдвигу определяется трением.

При классе II (рис. 12г) количество энергии, необходимое для развития трещины сдвига до полного разрушения образца, меньше, чем запасено в образце на пределе прочности. Поэтому процесс разрушения будет носить спонтанный характер даже при абсолютной жесткости нагружающей системы. Получение запредельной диаграммы «напряжение–деформация» для пород класса II возможно только на жестких машинах с сервоконтролем. Сервосистема дозированно разгружает образец в момент начала спонтанного процесса на всех стадиях разрушения, таким образом извлекая из образца избыточную энергию и обеспечивая стабильный и управляемый процесс разрушения. Энергия разрушения на рис. 12г показана светло-серой зоной. Темно-серая зона соответствует энергии трения при скольжении вдоль сдвиговой плоскости после разрушения. При спонтанном разрушении эта работа также выполняется упругой энергией, накопленной в образце на пределе прочности. Желтая зона соответствует избыточной энергии, которая извлекается из образца во время сервоконтролируемого процесса разрушения. Без сервоконтроля эта энергия является источником динамического спонтанного разрушения.

Общей чертой для класса I и класса II является тот факт, что остаточная фрикционная прочность τ_f представляет минимальную прочность пород в условиях разрушения под боковым давлением. Этот факт для фрикционного сдвига является логичным. Логика состоит в том, что при наличии трещины сдвига прочность образца определяется совокупным сопротивлением сдвигу цельной части образца и растущей трещины. Уравнение (1) описывает условно запредельную прочность образца на разных стадиях разрушения, где: τ_u – прочность цельной породы, τ_f – фрикционная прочность по разлому, ℓ – общая длина будущей трещины сдвига, ℓ_u – длина цельной части образца, ℓ_f – длина трещины (см. рис. 12а). Согласно уравнению (1), с ростом трещины вклад цельной породы в определение прочности образца уменьшается, а вклад трещины увеличивается. При полном разрушении прочность образца всецело определяется фрикционной прочностью τ_f. Данный взгляд используется при определении минимальной прочности литосферы, которая соответствует фрикционной прочности τ_f.

$$\tau = \tau_u \frac{l_u}{l} + \tau_f \frac{l_f}{l} \tag{1}$$

Однако прочные породы при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам, разрушение которых управляется веерным механизмом, ведут себя принципиально иначе по сравнению с рассмотренным на рис. 12 классическим поведением. На рисунке 13 показаны запредельные свойства прочных пород, создаваемые веерным механизмом. На рисунке 13а показаны пять стадий запредельного разрушения. Далее будет показано, что начальное формирование веерной структуры происходит до предела прочности путем накопления локализованных трещин отрыва и структурных пластин. На пределе прочности образуется первая половина веера, что соответствует стадии 1 на рис. 13. Способность веерной структуры радикально снижать сопротивление сдвигу и усиливать приложенные напряжения проявляется при создании второй половины веера. Это происходит на стадии 1–2 и определяет экстремальный класс II поведения пород за пределом прочности (см. рис. 13б). Феноменальные способности веера достигают максимума при завершении формирования веерной структуры на стадии 2.

Феноменальные способности полной веерной структуры показаны на рис. 13в, которые состоят в уменьшении сопротивления сдвигу до значений близких к нулю ($\tau_{fan} << \tau_f$) и в усилении низких приложенных сдвиговых напряжений $\tau_0 \approx \tau_{fan}$ до значений, превосходящих предел прочности породы $\tau_{amp(max)} > \tau_u$. Это означает, что веер может обеспечивать развитие трещины сдвига в цельной породе даже при напряжениях $\tau_0 \approx \tau_{fan}$. Таким образом, прочность образца на стадиях разрушения 2–4 (см. рис. 13б) соответствует $\tau_{fan} << \tau_f$.

Разрушение прочной породы за пределом прочности при напряжениях $\tau_0 < \tau_f$ классифицируется как класс III. Образец обретает фрикционную прочность τ_f только в конце разрушения, когда веерная структура покидает образец. Энергоемкость разрушения образца веерным механизмом очень мала и соответствует серой зоне на графике. Желтая зона представляет избыточную энергию, которая в случае контролируемого разрушения извлекается из образца сервосистемой, а в случае спонтанного разрушения создает бурную динамику.

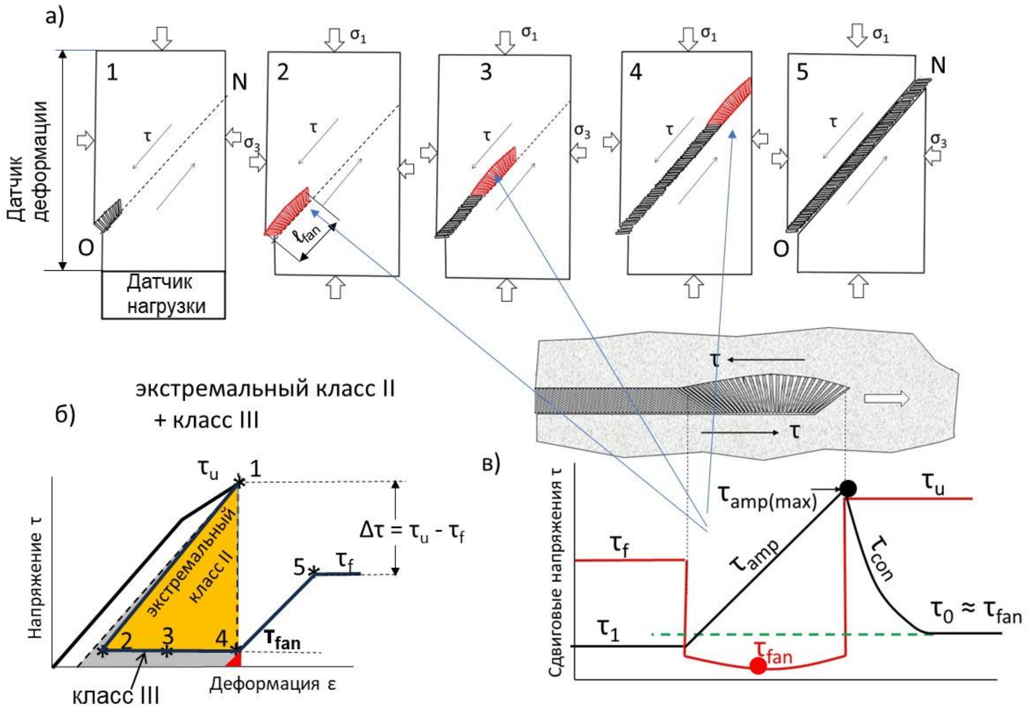


Рис. 13. Принцип создания веерным механизмом феноменальных запредельных свойств прочных горных пород при высоких σ_3, соответствующих сейсмогенным глубинам. Эти свойства характеризуются экстремальным классом II поведением на начальной стадии разрушения и классом III на последующей стадии.

Нужно обратить внимание также на следующую общую особенность разрушения образцов цельных пород в лаборатории – на большую величину сброса напряжений (стресс дроп), который определяется как разность между предельной прочностью породы и статической фрикционной прочностью $\Delta\tau = \tau_u - \tau_{fs}$. Этот факт выдвигается как аргумент против рассмотрения разрушения цельных пород в земной коре в качестве механизма землетрясений, т. к. все землетрясения характеризуются малыми величинами стресс дроп [Brace, Byerlee, 1966]. Будет показано, что *in situ* реализуется иной принцип активизации веерного механизма, чем в лабораторных образцах, благодаря которому создание новых динамических разломов сопровождается малыми величинами стресс дроп.

Супер-хрупкость горных пород в условиях сейсмогенных глубин и универсальная шкала хрупкости

Спонтанное макроскопическое разрушение горных пород при сжатии может происходить только за пределом прочности. Если рассматривать хрупкость пород при сжатии как способность к саморазрушению за счет внутренней упругой энергии, запасенной на пределе прочности, то наиболее объективными критериями являются критерии, построенные на базе запредельного баланса энергии [Cook, 1965; Петухов, Линьков, 1983; Ставрогин, Протосеня, 1985]. Здесь мы описываем критерий, который имеет наиболее ясную физическую основу и позволяет создать универсальную шкалу хрупкости [Tarasov, 2011; Tarasov, Potvin 2013].

Универсальная шкала хрупкости показана на рис. 14. Она представлена графически серией схематичных диаграмм «напряжение–деформация», включающих допредельную и запредельную части. Запредельные модули класса I на диаграммах показаны пунктирными синими линиями, а модули класса

II показаны пунктирными красными линиями. Серые площади на диаграммах отражают энергоемкость запредельного разрушения W_r, а площади под красным треугольниками соответствуют упругой энергии W_e, запасенной в разрушаемом материале на пределе прочности. Для того чтобы наиболее четко выявить влияние запредельных характеристик на хрупкость пород, допредельная часть на всех диаграммах принята одинаковой.

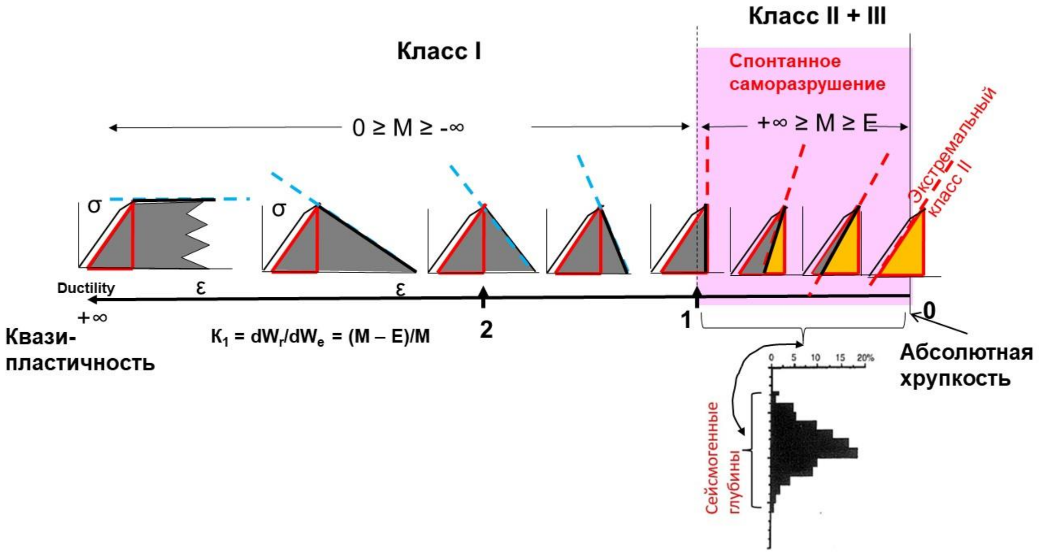


Рис. 14. Универсальная шкала хрупкости, представленная графически серией схематичных диаграмм «напряжение–деформация», включающих допредельную и запредельную части. Шкала отражает степень склонности породы к саморазрушению за счет внутренней энергии, запасенной в разрушаемом материале. Розовая зона соответствует состоянию спонтанного саморазрушения.

Критерий хрупкости определяется как отношение энергии запредельного разрушения к упругой энергии, выделившейся из породы в процессе разрушения. На базе баланса энергий полного разрушения критерий выглядит так:

$$K = W_r \,/\, W_e. \tag{2}$$

Для определения хрупкости на любой стадии запредельного разрушения, критерий K_1 выражается соответствующими долями энергии, которые могут быть определены через локальные модули упругости E и спада M:

$$K_1 = \frac{dW_r}{dW_e} = \frac{M - E}{M}. \tag{3}$$

С физической точки зрения данный критерий характеризует степень склонности пород к саморазрушению и меняется от $K = 0$ до $K = \infty$, т. е. от абсолютной хрупкости до квазипластичности. Абсолютная хрупкость является гипотетическим понятием. Здесь разрушение происходит без поглощения энергии (серая зона на графике отсутствует) и вся упругая энергия целиком переходит в динамические формы энергии, представленные желтой зоной. Запредельный модуль в этом случае полностью совпадает с модулем упругой разгрузки и характеризуется как экстремальный класс II. В диапазоне коэффициента хрупкости K от 0 до 1 порода находится в состоянии спонтанного саморазрушения за счет превосходства упругой энергии, запасенной в разрушающемся материале, над энергией разрушения. Состояние пород при хрупкости близкой к абсолютной хрупкости характеризуется как суперхрупкое. Этим свойством обладают породы, находящиеся на сейсмогенных глубинах в условиях сильного объемного сжатия. Процесс разрушения в этих условиях осуществляется веерным механизмом. Породы, находящиеся на меньших и больших глубинах (за пределами сейсмогенного слоя), разрушаются другими механизмами (см. рис. 11) и характеризуются большими значениями коэффициента хрупкости $K > 1$.

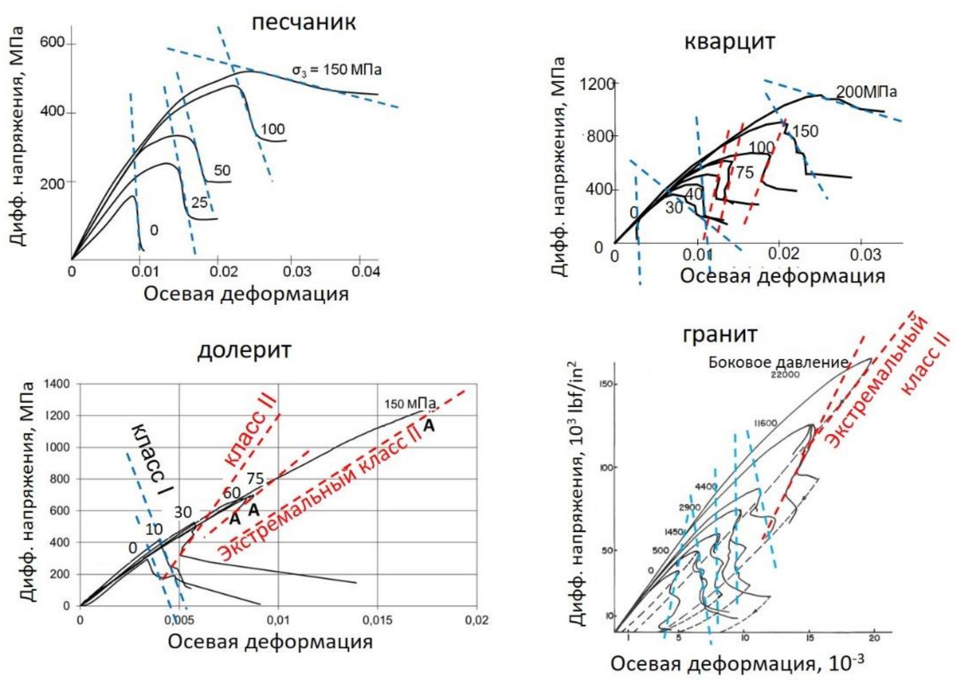


Рис. 15. Полные диаграммы «напряжение–деформация» для различных пород, испытанных при разных уровнях бокового давления σ3, демонстрируют влияние σ3 на запредельные модули, которые представлены синими пунктирными линиями для класса II и красными пунктирными линиями для класса III.

Используя универсальную шкалу хрупкости, можно оценить, как меняется хрупкость различных пород с изменением уровня бокового давления σ3, т. е. глубины. На рисунке 15 показаны диаграммы «напряжение–деформация», полученные на образцах песчаника, кварцита, долерита и гранита, испытанных при разных уровнях σ3. Запредельные модули M = dσ/dε для класса I показаны синими пунктирными линиями, а для класса II – красными пунктирными линиями.

На базе этих кривых рассчитаны значения коэффициента хрупкости K для всех пород при разных σ3 и построены графики в координатах «хрупкость K – боковое давление σ3» (рис. 16а). Из графиков видно, что хрупкость песчаника при всех уровнях σ3 характеризуется как класс I и снижается с ростом σ3. У кварцита при низких давлениях хрупкость соответствует классу I, но при более высоких давлениях в диапазоне σ3 между 40 и 130 МПа хрупкость характеризуется как класс II, и порода находится в состоянии спонтанного саморазрушения. Максимальная хрупкость достигается при σ3 = 100 МПа. При давлениях свыше σ3 = 130 МПа хрупкость возвращается в класс I.

Гранит и долерит подобно кварциту при низких σ3 имеют хрупкость класса I, но с увеличением σ3 резко увеличивают хрупкость и входят в состояние спонтанного саморазрушения. При давлении σ3 = 150 МПа их хрупкость становится более чем в 200 раз более высокой по сравнению с одноосным сжатием.

При этих и более высоких давлениях показатели хрупкости данных пород приближаются к абсолютной хрупкости, что означает суперхрупкое состояние. Можно предположить, что максимальная хрупкость достигается при σ_3 = 300 МПа (что соответствует примерно глубине в 8–10 км), а затем снижается подобно кварциту. Такая вариация хрупкости с ростом σ_3 определяет соответствующую типичную вариацию количества землетрясений с глубиной, как показано на рис. 16б. Чем выше хрупкость пород, тем выше частота землетрясений.

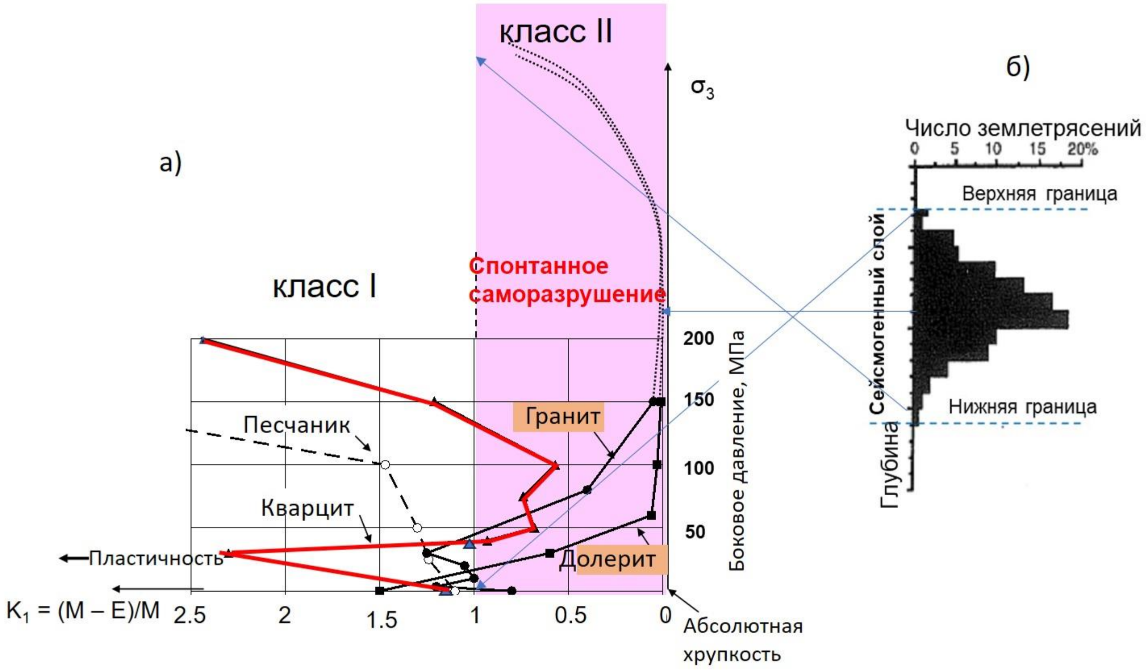


Рис. 16. Диаграммы изменения хрупкости различных пород с ростом уровня бокового давления σ_3. Розовая зона соответствует состоянию спонтанного саморазрушения.

Полный паспорт прочности горных пород

Как показали эксперименты, наряду с хрупкостью веерный механизм определяет также прочность пород на сейсмогенных глубинах. Для характеристики прочности с глубиной необходимо определять полные паспорта прочности, как показано на рис. 17а. Сегодня паспорта прочности отражают только изменение абсолютной прочности τ_u и фрикционной прочности τ_f с ростом уровня бокового давления σ_3. Но в определенном диапазоне σ_3, в случае активизации веерного механизма, прочность пород радикально снижается. Вследствие зависимости эффективности работы веерного механизма от уровня σ_3 (см. рис. 11), величина веерной прочности τ_{fan} также соответственно варьируется. Это отражается красной кривой на паспорте прочности. Нужно отметить, что диапазон сейсмогенных глубин, определяемых веерным механизмом, соответствует диапазону боковых давлений, где веерная прочность ниже фрикционной прочности $\tau_{fan} < \tau_{fan}$. Этот диапазон на паспорте находится между $\sigma_{3fan(min)}$ и $\sigma_{3fan(max)}$.

На рисунке 17 показан принцип построения полного паспорта прочности. Для этого необходимо получать экспериментально полные кривые «напряжение–деформация» при разных уровнях σ_3. Диаграмма на рис. 17б получена при $\sigma_3 = \sigma_{3fan(opt)}$, при котором веерный механизм проявляет максимальную эффективность, снижая прочность цельных пород до уровня τ_{fan}. Значения τ_u и τ_f также определяются по данной диаграмме. Диаграмма на рис. 17в получена при другом уровне σ_3, при котором эффективность веерного механизма ниже. Все три характеристики прочности с нее переносятся соответственно на полный паспорт прочности.

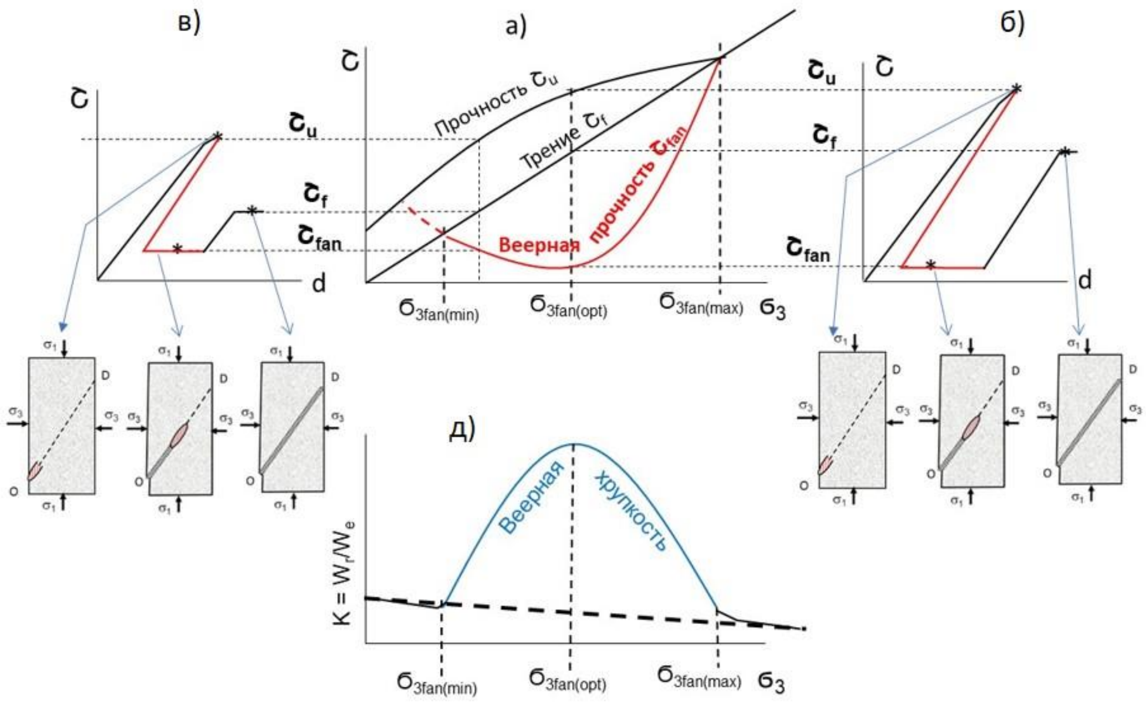


Рис. 17. Принцип построения полного паспорта прочности (а) и хрупкости (д) горных пород по экспериментальным диаграммам «напряжение – деформация», включающих полную запредельную характеристику (в) и (б).

График на рис. 17д показывает полный паспорт хрупкости пород при сжатии. Пунктирная линия отражает классические представления о снижении хрупкости пород с глубиной. Веерный механизм меняет это картину. В диапазоне сейсмогенных глубин хрупкость резко возрастает. Таким образом, веерный механизм формирует два важнейших свойства горных пород, которые являются определяющими при создании землетрясений на сейсмогенных глубинах земной коры, т. е. прочность и хрупкость.

О технике нового поколения для изучения запредельных свойств прочных пород при напряженном состоянии сейсмогенных глубин

Рассмотренные выше экспериментальные результаты показывают, что прочные горные породы при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам, проявляют резко выраженные аномальные запредельные свойства, выражающиеся в низкой прочности и высокой хрупкости. Важно еще раз подчеркнуть, что вся существующая сегодня в мире испытательная техника (жесткие сервоконтролируемые машины) не годится для экспериментального изучения запредельных свойств прочных горных пород в таких условиях. Поэтому эти свойства остаются неисследованными, а понимание динамических процессов на сейсмогенных глубинах неверным. Созданная автором испытательная машина (см. рис. 8) не является совершенной и позволила лишь обнаружить аномальные свойства прочных пород при высоких σ_3. Эти свойства следующие:

– экстремальный класс II на начальной стадии разрушения;

– аномально низкая прочность на последующей стадии разрушения (класс III);

– аномально низкая энергоемкость разрушения;

– аномально высокое выделение свободной энергии, которая переходит в динамические виды энергии при спонтанном разрушении.

Для широкомасштабных исследований свойств пород при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам, необходимо создание испытательной техники нового поколения. Диаграммы на рис. 18 иллюстрируют недостатки существующих машин (включая машину автора) и подсказывают путь решения проблемы. Слева на рис. 18 показана диаграмма «напряжение–деформация», а справа диаграмма «напряжение–время» для долерита, испытанного при боковом давлении σ_3 = 150 МПа. Точка А на диаграммах соответствует началу спонтанного разрушения за пределом прочности. Красные линии отражают истинные характеристики породы, которые были недоступны в эксперименте.

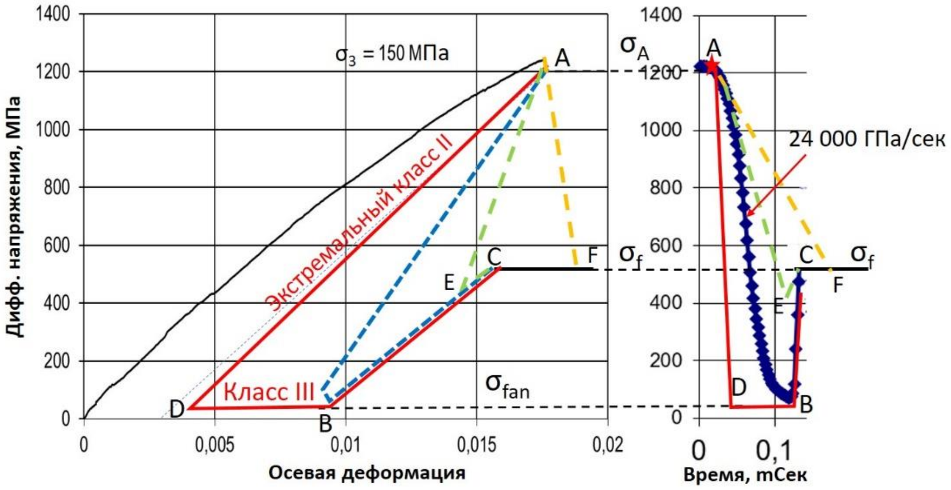


Рис. 18. Иллюстрация зависимости характера регистрируемых в эксперименте кривых за пределом прочности для прочных пород при высоких боковых давлениях σ_3 от скорости реакции (нагрузка–разгрузка) испытательной машины.

Из диаграммы «напряжение–время» видно, что весь процесс разрушения от уровня напряжения σ_A до остаточной прочности σ_f длился около 0.1 мСек. Синий график показывает скорость разгрузки–нагрузки, которую обеспечила сервоконтролируемая машина во время разрушения. Такой скорости разгрузки (24 000 ГПа/сек) оказалось недостаточно, чтобы остановить процесс разрушения. Для контролируемого разрушения график разгрузки машины должен совпадать с красным графиком. Здесь нужно отметить, что использованная в эксперименте машина, все же позволила проникнуть в «запретную зону» низкой прочности породы, которая проявляется во время разрушения из-за действия веерного механизма.

Современные методики эксперимента принципиально не позволяют проникнуть в эту область. Дело в том, что веерный механизм создает условия дуализма в проявлении прочности пород. Причины и проявление дуализма прочности пород, создаваемого веерным механизмом, обсуждаются в [Tarasov, 2017, 2019]. Вследствие дуализма прочности, достижение минимального уровня прочности, создаваемого веерным механизмом σ_{fan}, возможно только при высокой скорости разгрузки. При низких скоростях разгрузки датчик нагрузки запишет кривые, показанные зеленым и желтым цветами. Эти кривые выходят сразу на остаточную (фрикционную) прочность, а веерная прочность σ_{fan}, соответствующая классу III, остается «незамеченной».

Для обеспечения полного контроля за процессом запредельного разрушения, скорость реакции (скорость разгрузки–нагрузки) новой машины должна быть увеличена в несколько раз по сравнению с машиной, использованной автором в описанных экспериментах. Этого можно достичь при существенном уменьшении инерционной массы нагружающего гидродомкрата, увеличивая рабочее давление жидкости в нем в несколько раз. Проблема состоит в том, что для этого необходимо создавать новые сервоклапаны, работающие при таких высоких давлениях. Требуемое рабочее давление в клапанах должно быть не менее 100 МПа. В настоящее время таких клапанов не существует.

СТРУКТУРА РАЗЛОМОВ КАК КЛЮЧ К ПОНИМАНИЮ МЕХАНИЗМА РАЗРУШЕНИЯ

Структура динамических трещин сдвига (разломов) является ключом в понимании механизма разрушения, работающего при напряженных состояниях, соответствующих сейсмогенным глубинам. В дополнение к тому, что уже было сказано о структуре разломов, здесь приводятся некоторые важные результаты наблюдений за поведением структуры во время роста разломов.

Поскольку разломы, образующиеся *in situ*, имеют большие размеры по сравнению с трещинами в лабораторных образцах, то элементы структуры в них наиболее ясно различимы. Самые масштабные наблюдения за развитием динамических разломов (трещин сдвига) в природных условиях сейсмогенных глубин были проведены в глубоких выработках Южной Африки, где разломы создавали мощные горные удары [McGarr et al., 1979; Ortlepp, 1997; Ortlepp et al., 2005]. Общий вид таких разломов показан схематически на рис. 19а [Ortlepp, 1997]. Эта схема включает также каналы, проделанные в массиве горных пород для изучения структуры разломов изнутри. Ortlepp отмечал, что пространство между берегами разломов заполнено рядами плиток, образованных из изначально цельной горной породы эшелоном трещин отрыва. Структурные плитки по форме похожи на кафельные плитки. Все поле между берегами разлома, покрытое слоем структурных плиток, выглядит как рыбья чешуя на поверхности рыбы (см. рис. 19б, в). На рисунке каждый квадратик условно обозначает плитку, а синими пунктирными линиями выделен один из рядов плиток.

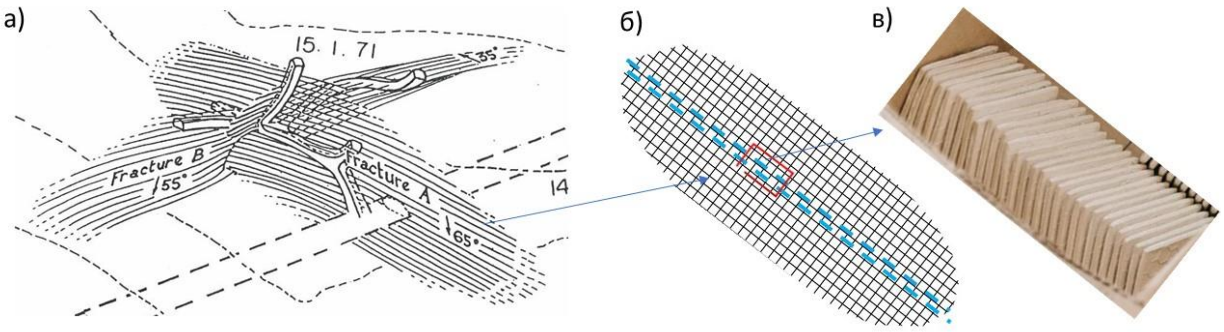


Рис. 19. а – Общий вид разломов, вызвавших мощные горные удары в одной из ультраглубоких рудников Южной Африки [Ortlepp, 1979], б – внутренняя структура разломов, состоящая из множества рядов структурных плиток, похожих на кафельные плитки (в).

Плитки подвергаются развороту при сдвиге берегов разлома. Особенности этого процесса показаны на рис. 20. Здесь изображены срезы разломов (вид структуры разломов в профиль). Исследователи отмечали, что структурные пластинки формируются как результат последовательного образования трещин отрыва на кончике развивающегося разлома [Peng, Johnson, 1972; Ortlepp, 1979;

Horii, Nemat-Nasser, 1985; King, Sammis, 1992]. Трещины отрыва при их образовании сориентированы вдоль действия главного напряжения σ_1 и составляют угол α_0 = 30º ÷ 40º по отношению к плоскости разлома в зависимости от условий нагружения. На рисунке 20а видно, что при начальном угле α_0 = 30º угол поворота пластин в разных разломах составляет β = 35º, 60º и 95º.

Лабораторные эксперименты, в которых контроль на запредельной стадии разрушения был возможен, показали, что структурные пластинки разрушаются при развороте, создавая трение между берегами трещины. Такое поведение согласуется с классическими теориями разрушения. На рисунке 20б такой механизм разрушения соответствует фрикционному сдвигу. Однако при высоких боковых давлениях, соответствующих сейсмогенным глубинам (см. рис. 11), экспериментальное изучение поведения структуры на стадии запредельного разрушения не представляется возможным из-за неуправляемого спонтанного характера разрушения. Анализ изменения механизмов разрушения с ростом бокового давления (см. рис. 11) дает основание считать, что при сейсмогенных давлениях σ_3 геометрия структурных пластинок становится устойчивой при развороте, что приводит к образованию веерной структуры в голове трещины, где пластинки играют роль шарниров между сдвигающимися берегами. Геометрия пластинок характеризуется соотношением длины r к ширине w, как показано на рис. 20б для веерного сдвига.

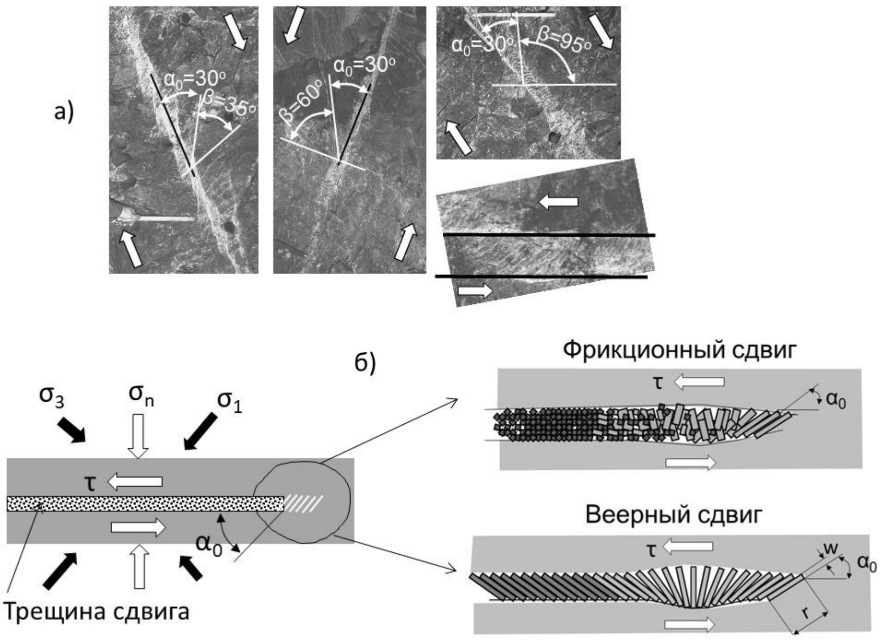


Рис. 20. а – Иллюстрация разворота структурных пластинок при сдвиге берегов разломов, б – разворот пластинок при сдвиге, вызывающий разломом пластинок, ведет к фрикционному механизму разрушения, а при сохранении целостности пластинок, ведет к веерному механизму разрушения.

Отметим еще два важных свойства спонтанных трещин сдвига, которые наблюдаются в экспериментах. Первое свойство касается возможности распространения трещины из очага в противоположных направлениях (bilateral rupture) [Lu et al., 2007; Ngo et al., 2012]. С точки зрения веерного механизма такая ситуация отображена на рис. 21а. В этом случае развиваются две веерные структуры, у которых зоны растяжения (помечены красным) находятся на противоположных сторонах плоскости трещины. Две веерные головы трещины разбегаются в противоположные стороны, увеличивая разломанное пространство между ними.

Второе свойство состоит в том, что на виде в плоскости рост разбегающейся трещины выглядит как показано на рис. 21б. Трещина стартует из очага, где происходит накопление начальной трещиноватости, регистрируемой в виде акустической эмиссии, а затем распространяется спонтанно, образуя фронт разрушения. Перемещение фронта сопровождается интенсивным процессом образования трещин отрыва. Такой характер роста трещины наблюдался во множестве экспериментов [Rubinstein et al., 2004; Ben-David et al., 2010]. С точки зрения веерного механизма процесс начального накопления трещиноватости связан с формированием первоначальной веерной структуры (в одном или двух направлениях). Трещина продвигается с одновременным образованием множества рядов плиток, каждый из которых управляется веерным механизмом. Условные профили трещины в очаге и на последней стадии ее развития показаны на рис. 21б.

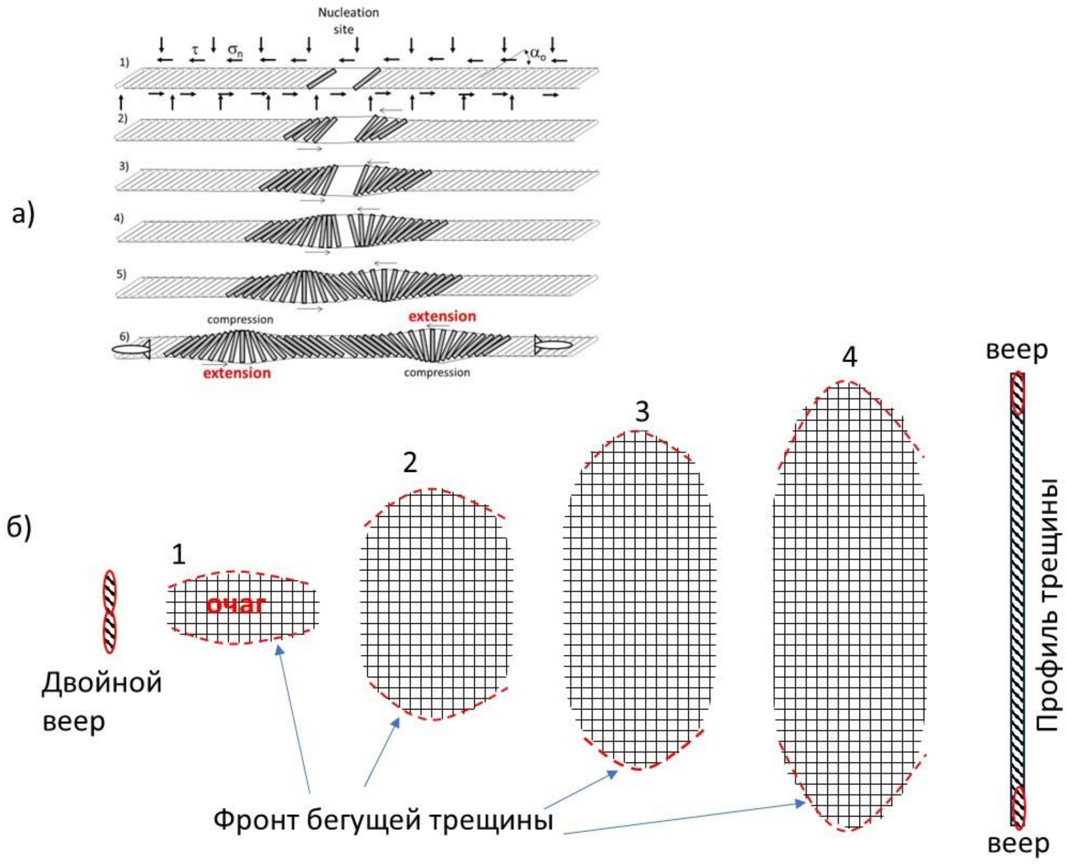


Рис. 21. а – Принцип формирования начальной веерной структуры при распространении трещины из очага в противоположных направления, б – развитие трещины сдвига в плоскости из очага, в котором формируется начальная веерная структура.

Еще одно важное наблюдение, отражающее особенности процесса развития трещин сдвига на сейсмогенных глубинах, описано в работе [Ortlepp, 1997] и показано на рис. 22. Здесь представлена фотография плоскости разлома, которая освобождена от плиток, заполнявших разлом. Эта плоскость вся покрыта зазубринами, оставленными плитками при вращении. Слой поворачивающихся плиток оставляет следы на поверхности берегов трещины под действием высоких нормальных напряжений на больших глубинах.

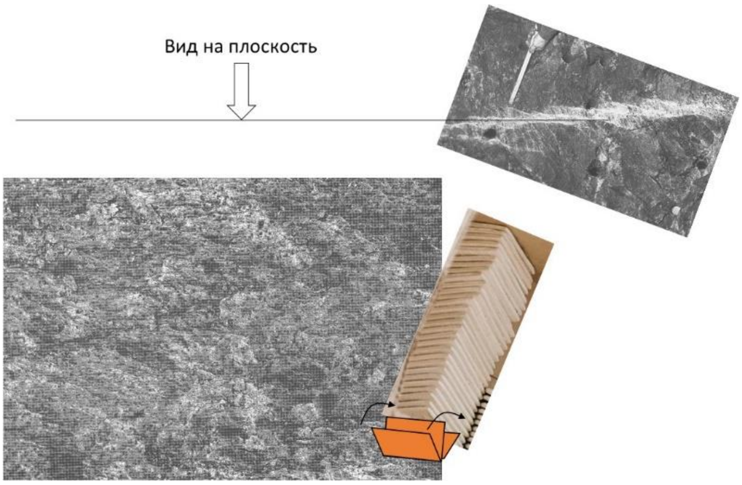


Рис. 22. Фотография берега трещины, образованной на больших глубинах, со следами, оставленными вращающимися плитками под действием высоких нормальных напряжений.

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФЕНОМЕНАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ВЕЕРНОГО МЕХАНИЗМА

Физические и математические модели веерного механизма

Необходимо подчеркнуть, что веерная структура, как разрушающий механизм, сегодня является неуловимой. Ее невозможно увидеть в экспериментах и *in situ* потому, что все разрушения на ее базе происходят в спонтанном режиме с высокими скоростями роста трещин, включая сверхзвуковые. Кроме того, формирование и существование веерной структуры происходит под действием нормальных и сдвиговых напряжений, и при снятии этих напряжений происходит обратная упругая деформация восстановления, которая «разглаживает» веерную структуру. Обосновать существование веерного механизма на данном этапе изучения (при отсутствии необходимой экспериментальной техники) возможно только путем теоретического анализа свойств веерной структуры и сопоставления этих свойств с поведением динамических разломов в различных условиях. Для этих целей были разработаны физические и математические модели веерного механизма [Tarasov, 2010, 2014; Tarasov, Guzev, 2013; Tarasov, Sadovskii, 2016; Tarasov et al., 2016, 2017]. Математические модели были созданы М.А. Гузевым и В.М. Садовским при участии автора. В данной статье представлены наиболее важные выводы, полученные путем моделирования.

Нужно заметить, что в моделях плиточная структура будущей трещины сдвига изначально задана, в отличие от разрушения горных пород *in situ* при высоких σ_3, где эта структура образуется в цельной породе по мере продвижения трещины сдвига. Принцип образования эшелона трещин отрыва в цельных породах, создающих пластинчатую структуру сдвиговой трещины, исследован экспериментально и теоретически в работе [Reches, Lockner, 1994]. Принимая во внимание этот факт, представленные далее модели были упрощены и созданы для изучения поведения плиточной структуры, связанной с формированием и продвижением веерной структуры и ее феноменальных свойств.

Физическая модель веерного механизма на рис. 23 позволяет продемонстрировать два важнейших свойства веерной структуры: 1) низкое сопротивление сдвигу и 2) способность усиливать приложенные сдвиговые напряжения. Для начала опишем исходную модель в горизонтальном положении. Она состоит из эшелона плиток, уложенных в ряд плотно друг к другу на балке и склеенных между собой слабым клеем, чтобы создать условие целостности структуры. Эшелон плиток представляет собой модель будущей трещины сдвига, которая формируется путем образования трещин отрыва между плитками и обеспечивает сдвиг между берегами трещины AB и CD за счет вращения плиток. Плитки в исходном положении находятся под типичным углом α_0 к плоскости будущей трещины. Все плитки расположены между двумя резиновыми лентами (сверху и снизу), выполняющими роль берегов трещины, и способными растягиваться при вращении плиток.

Здесь следует подчеркнуть, что в моделях веерная структура включает малое число пластин (20 ÷ 30), что вызывает существенное растяжение материала, выполняющего роль берегов трещины. В отличие от модели, в реальных трещинах в состав веерной структуры входит несколько тысяч пластин, поэтому горная порода на берегах трещины растягивается мало и в пределах упругости.

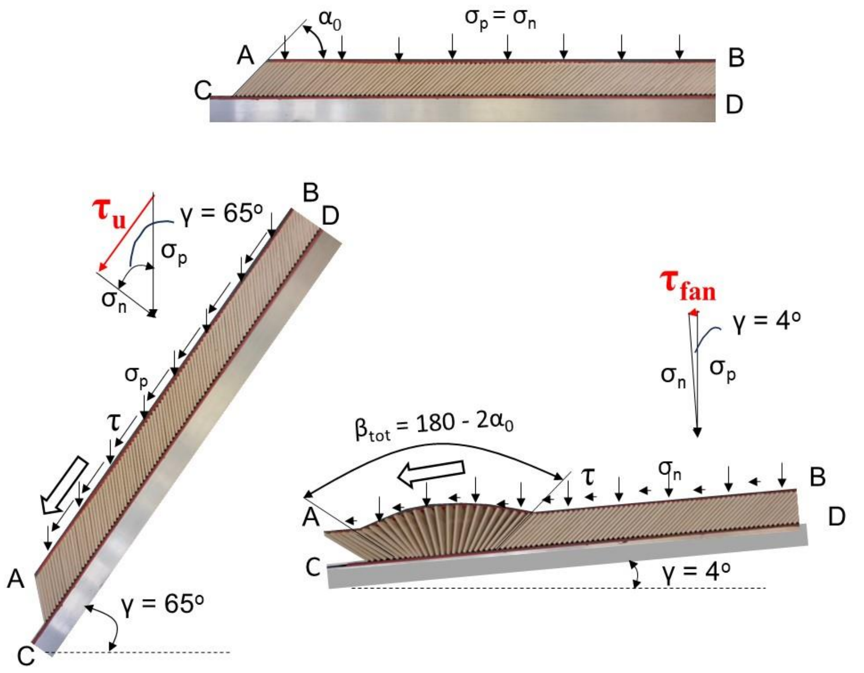


Рис. 23. Внешний вид физической модели веерного механизма.

Нормальные и сдвиговые напряжения на плиточную конструкцию организуются следующим образом. Сверху вся плиточная конструкция нагружена распределенным весом σ_p, создающим нормальное давление σ_n. При развороте конструкции на некоторый угол γ приложенный распределенный вес создает сдвиговые напряжения $\tau = \sigma_p \sin\gamma$. Эксперименты показали, что сдвиг между берегами AB и CD происходит при большом угле наклона, когда сдвиговые напряжения способны разорвать связь между плитками, обеспечивая им свободу для вращения. В разных экспериментах угол γ был от 60º до 80º. Эти углы отражают сдвиговые напряжения, соответствующие прочности плиточной конструкции τ_u. Однако если создать предварительно начальную веерную структуру, то веер будет спонтанно перемещаться вдоль модели, обеспечивая разрыв связей между плитками на кончике веера и последовательный сдвиг между берегами AB и CD даже при угле γ = 4º. Этот угол отражает сдвиговые напряжения, соответствующие прочности плиточной конструкции при действии веерного механизма τ_{fan}. Веер перемещается в виде волны, бегущей вдоль модели, оставляя за собой разрушенную плиточную структуру, типичную для динамических трещин на сейсмогенных глубинах. Видео, иллюстрирующее бег веерной волны на физической и цифровой моделях, можно посмотреть в [*https://www.youtube.com/watch?v=_-AUzCEw35M&feature=youtu.be*; Tarasov, 2023b]. Отдельные кадры показаны на рис. 24.

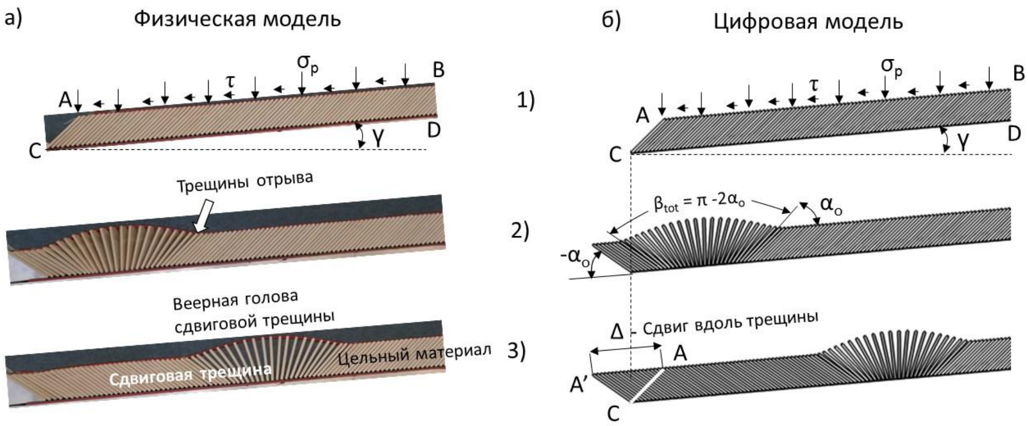


Рис. 24. Иллюстрация отдельных моментов продвижения веерной структуры вдоль физической и цифровой модели.

Способность веера разрывать прочные связи между пластинками (равные прочности данной конструкции τ_u) и перемещаться вдоль цельной конструкции при низких приложенных сдвиговых напряжениях τ_{fan} говорит о том, что веерная структура является мощным усилителем напряжений и обладает низким сопротивлением сдвигу. Физическая модель позволяет оценить эти способности экспериментально. Например, если условный предел прочности модели равен $\tau_u = \sin 65^o \approx 0.9$, а условная веерная прочность равна $\tau_{fan} = \sin 4^o \approx 0.07$, то коэффициент усиления напряжений веерным механизмом равен 13. Можно также оценить разницу между веерной и фрикционной прочностью. Угол трения для данной конструкции равен примерно 40º. Это значит, что сдвиговые напряжения, при которых происходит сдвиг плиточной конструкции целиком (без разделения плиток) вдоль балки, равны $\tau_f = \sin 40^o \approx 0.6$. Отсюда получаем, что веерная прочность почти на порядок ниже фрикционной прочности $\tau_{fan} \approx 0.1\ \tau_f$. Физические основы таких феноменальных свойств веерной структуры проанализированы далее на базе физической и математических моделей.

Низкое сопротивление сдвигу веерной структуры

Веерная структура под действием одних нормальных напряжений σ_n (при отсутствии сдвиговых напряжений) имеет симметричную конфигурацию и находится в состоянии равновесия. Образы такой веерной конструкции, представляющие схематичную и цифровую модели, показаны на рис. 25. На рисунке 25а показан схематичный вид веера под действием элементарных нормальных сил N, представляющих нормальное напряжение σ_n. Эти силы, воздействуя на наклонные структурные плитки, вызывают производные силы f_N, которые компенсируются силами реакции f_R упруго растянутой связи между плитками, показанной красной линией. Величина производных сил зависит от угла наклона плиток и увеличивается от середины к краям веера. Важным свойством веерной структуры является тот факт, что силы f_N, находящиеся в головной части веера, препятствуют вращению пластинок и движению веера, а аналогичные силы в задней части веера содействуют движению веерной конструкции. Таким образом, суммарная сила сопротивления движению идеального веера (без учета сил трения в местах контакта плиток с берегами трещины сдвига) равна нулю даже при воздействии больших нормальных давлений, соответствующих сейсмогенным глубинам.

Уравнение (4) аналитической модели описывает данную ситуацию.

$$F = \frac{N}{\delta} ln\left|\frac{sin(\alpha_0 + k_{tot}\delta)}{sin\,\alpha_0}\right| = 0, \qquad (4)$$

здесь δ – угол между плитками веера, который в простейшей модели принят одинаковым. Этот угол определяется величиной действующей элементарной силы N, модулем упругой связи и геометрическими характеристиками упругой связи и плиток (детали см. [Tarasov, Guzev, 2013]); k_{tot} – число пластинок в полностью сформированном веере.

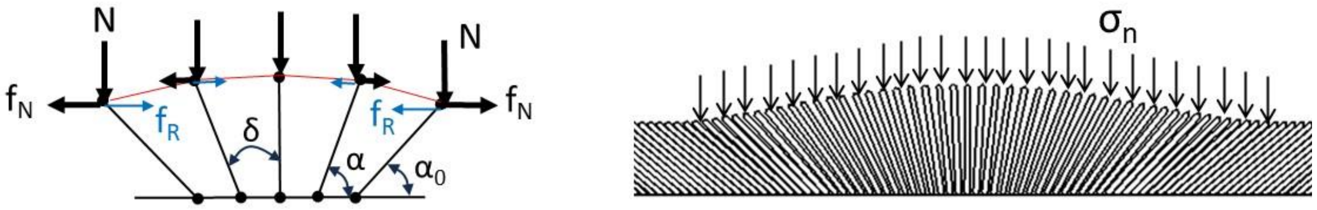


Рис. 25. Симметричная устойчивая веерная структура при действии нормальных напряжений и при отсутствии сдвиговых напряжений.

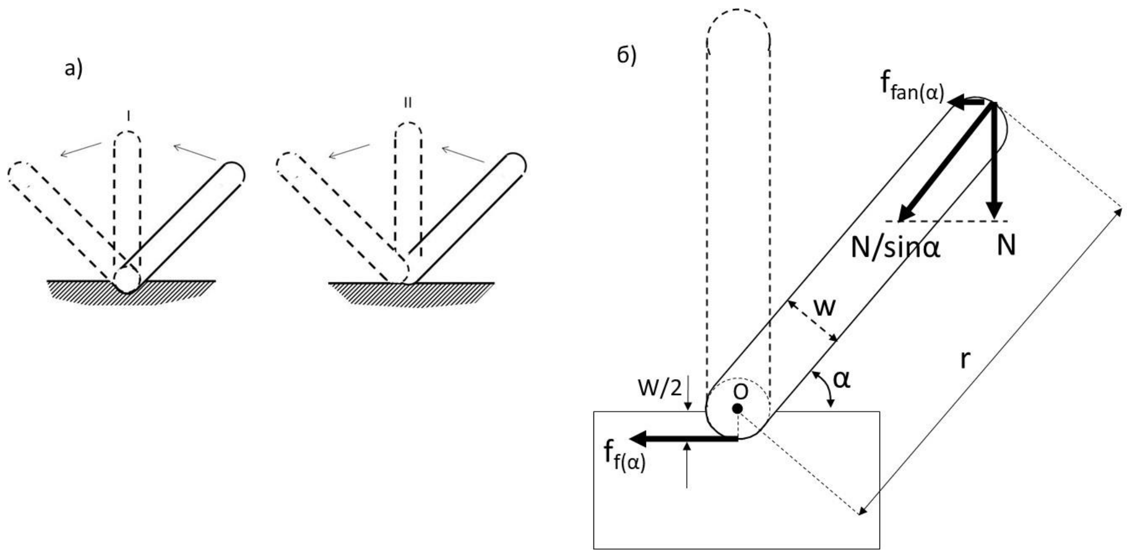


Рис. 26. Схема для оценки влияния трения в торцах поворачивающихся плиток на эффективность работы плиток как шарниров между берегами трещины сдвига.

Чтобы оценить роль трения на концах разворачивающихся плиток, рассмотрим схемы на рис. 26. На рисунке 26а показано, что возможно качение и скольжение концов плиток при вращении, на рис. 26б показана ситуация со скольжением в лунке, где трение проявляется в большей степени. Поскольку все плитки, входящие в веер, находятся в состоянии равновесия под действием нормальных напряжений, то будем считать, что трение при вращении шарнира в лунке определяется только силой, действующей вдоль плитки. На схеме одна плитка под углом α = 30° соответствует крайнему положению в веере, а другая под углом α = 90° соответствует середине веера. Плитки выполняют роль шарниров между сдвигающимися берегами трещины, поэтому они должны снижать сопротивление сдвигу по сравнению с обычным трением.

Рассмотрим плитку под углом $\alpha_0 = 30^o$. Для простоты силу трения $f_{f(\alpha)}$ и веерную силу $f_{fan(\alpha)}$, которая противостоит трению, направим вдоль плоскости сдвиговой трещины, включающей веер. Сила трения $f_{f(\alpha)}$ в лунке при вращении плитки может быть оценена, как $f_{f(\alpha)} = \mu N / \sin\alpha$, где μ – коэффициент трения.

Из уравнения моментов сил $f_{f(\alpha)}$ и $f_{fan(\alpha)}$ относительно центра вращения О, мы получим соотношение между силой трения и веерной силой:

$$f_{fan(\alpha)} = 0.5 f_{f(\alpha)} \frac{w}{r \sin^2 \alpha} \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что трение оказывает максимальное воздействие на крайние плитки в веере, находящиеся под углом $\alpha_0 = 30^o$:

$$f_{fan(30)} = 2 f_{f(30)} \frac{w}{r}.$$

При приближении к центру веера влияние трения уменьшается и достигает минимума на вертикальной плитке $\alpha = 90^o$:

$$f_{fan(90)} = 0.5 f_{f(90)} \frac{w}{r}.$$

Все эти уравнения показывают, что соотношение между силой трения и веерной силой зависит от отношения ширины и длины плиток w/r. Чем меньше это отношение, тем выше эффективность пластин как шарниров, снижающих сопротивление сдвигу берегов трещины. Нас интересует работа веерной структуры в горных породах под действием высоких нормальных напряжений. Длинные и тонкие пластинки в таких условиях ломаются при вращении. Предварительный анализ показал, что сохранять устойчивость и целостность в таких условиях могут пластинки, у которых $w/r \geq 0.1$. Таким образом, можно считать, что $w/r = 0.1$ является оптимальным соотношением, при котором веер работает с максимальной эффективностью.

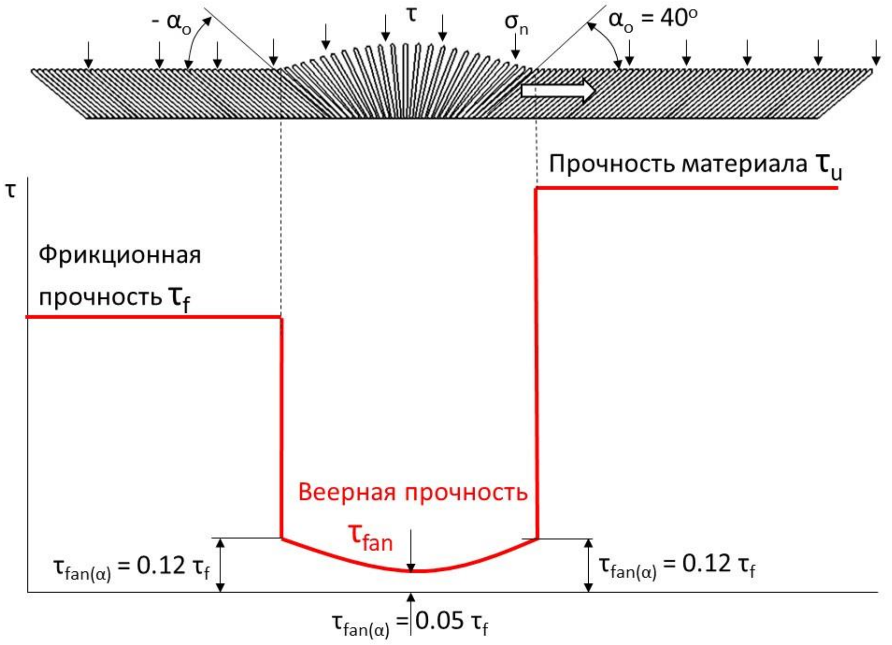


Рис. 27. Характер распределения сопротивления сдвигу вдоль модели сдвиговой трещины при разрушении веерным механизмом.

Принимая во внимание этот факт и используя уравнение (5), можно оценить, как меняется сопротивление сдвигу по всей длине веерной структуры. Рисунок 27 демонстрирует распределение сопротивления сдвигу вдоль модели, включающей пластинки под начальным углом α_0 = 40º. Впереди веера сопротивление равно прочности материала τ_u, позади веера оно равно фрикционной прочности τ_f. В зоне веера сопротивление переменное и, в среднем, на порядок ниже фрикционной прочности $\tau_{fan} \approx 0.1\,\tau_f$. Этот результат близок к результату, полученному экспериментально на физической модели. *Создание низкого сопротивления сдвигу, приближающегося к нулю, представляет собой одно из феноменальных свойств веерной структуры.*

Веерная структура, как мощный усилитель приложенных напряжений

Другое феноменальное свойство веерной структуры заключается в способности усиливать низкие приложенные напряжения до значений прочности разрушаемого материала. Принцип работы этого механизма показан на рис. 28. На схематизированной веерной структуре на рис. 28а показаны все элементарные силы, действующие при приложении нормальных σ_n и сдвиговых τ напряжений. При приложении сдвиговых напряжений, на каждую структурную плитку в веере действуют активные элементарные силы f_τ (показанные красными стрелками), а реактивная сила f_c возникает только на фронтальной плитке, скрепленной с цельным материалом (показана зеленой стрелкой). Из уравнения (6) видно, что силовое равновесие в веерной структуре будет нарушено, когда суммарная активная сила $f_\tau k_{tot}$ превзойдет реактивную силу f_c (напомним, что первый член уравнения равен нулю, см. уравнение (4)). Таким образом, активные силы в веере суммируются и создают на кончике веера высокую концентрацию напряжений. Если сконцентрированные напряжения превосходят силу f_c, то будет происходить последовательный откол пластинок и продвижение веера через цельный материал. Нужно заметить, что способность к усилению приложенных напряжений зависит от числа пластинок в веере. Чем больше пластинок содержит веер, тем большей усилительной способностью он обладает и тем при меньших приложенных напряжениях может происходить разрушение.

$$F = \frac{N}{\delta} ln \left| \frac{sin(\alpha_0 + k_{tot}\delta)}{sin\,\alpha_0} \right| + f_\tau k_{tot} > f_c \qquad (6)$$

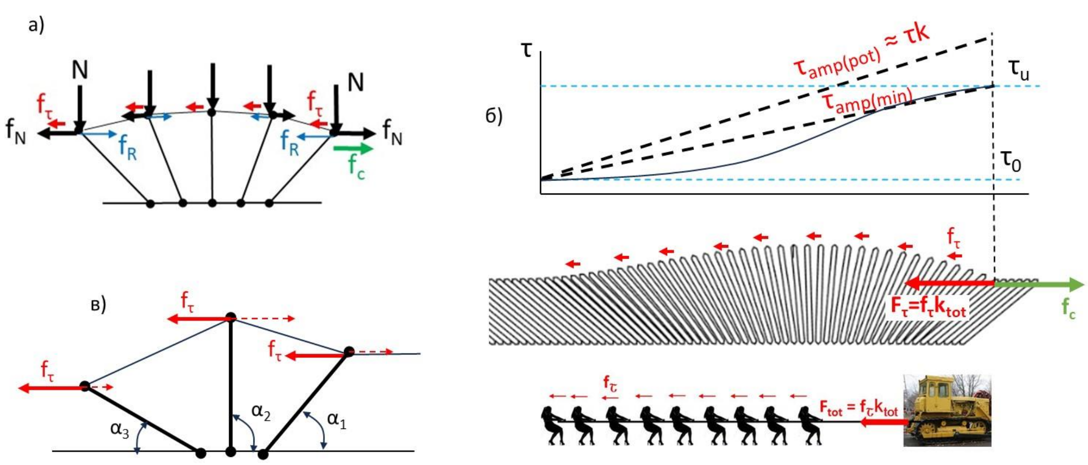
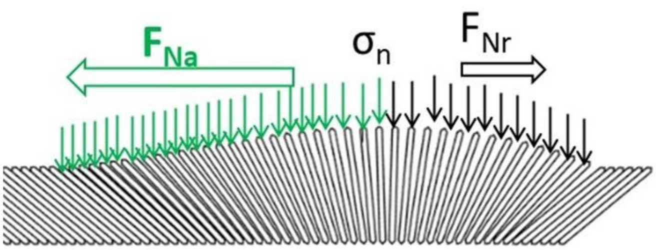


Рис. 28. Принцип усиления веерной структурой низких приложенных напряжений сдвига до значений, превышающих прочность материалов.

Модель на рис. 28б показывает, что усиление сдвиговых напряжений происходит вдоль всей веерной структуры с максимумом на кончике веера, что приводит к соответствующему искажению структуры веера. Он становится несимметричным. Принцип усиления напряжений веерной структурой проиллюстрирован на нижней картинке. В веере этот принцип реализуется следующим образом. Активные элементарные силы f_τ, приложенные к верхним концам плиток, как показано на рис. 28в, стремятся повернуть плитки и передают это усилие через эластичную связь (берег трещины сдвига) на кончик веера. Передаваемое усилие от каждой пластинки зависит от угла α ее наклона к плоскости сдвиговой трещины. Плитки под углом α = 90º обладают максимальной способностью к передаче приложенного усилия. С уменьшением угла α эта способность уменьшается. Пунктирные красные стрелки условно отображают передаваемые усилия.

Таким образом, коэффициент ‘*k*’ усиления напряжений веерной структуры зависит не только от количества пластинок, но и от их положения в структуре веера. Опыт на физической модели показал, что веер усиливает приложенные напряжения в 13 раз при количестве пластинок в веере равном 20. С учетом этого обстоятельства, фактический график распределения напряжений в зоне веера выглядит так, как показано на рис. 28б сплошной криволинейной линией. В дальнейших наших рассуждениях для простоты будем условно использовать прямолинейное распределение напряжений как показано на рис. 28б пунктирными линиями. При большом количестве пластинок в веере, напряжение на кончике веера может существенно превосходить прочность материала τ_u. Проведенный анализ [Tarasov, 2016, 2023a] показывает, что в реальных трещинах сдвига веерная структура может включать несколько тысяч пластин. Это означает, что в земной коре при разрушении веерным механизмом могут быть созданы высокие локальные напряжения, достаточные для разрушения самых прочных пород даже при низких исходных напряжениях. Это объясняет главный парадокс землетрясений, связанный с малыми напряжениями, при которых они происходят.

а)



б)

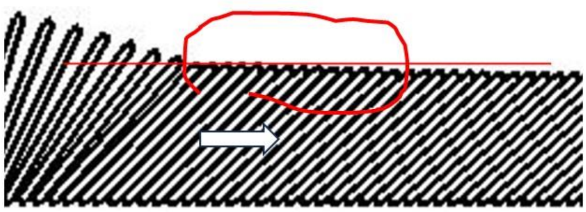


Рис. 29. а – Воздействие нормальных напряжений на несимметричную веерную структуру создает дополнительные сдвиговые напряжения, содействующие перемещению веера, б – полные усиленные веером напряжения передаются в передовую область за пределы веера.

Нужно отметить еще две важные особенности веерного механизма, касающиеся усиления напряжений. Рисунок 29а демонстрирует, что веерный механизм может создавать дополнительную движущую силу за счет нормальных напряжений σ_n. Это происходит из-за того, что веерная конструкция при действующих сдвиговых напряжениях становится несимметричной, как показано на модели. В этом случае задняя часть веера, состоящая из пластинок, наклоненных влево, содержит больше пластинок и длиннее передней части, включающей пластинки с наклоном вправо. Из-за этого возникает дополнительная движущая сила, равная $F = F_{Na} – F_{Nr}$.

На рисунке 29б показаны кончик бегущего веера и передняя часть модели. Горизонтальная красная линия позволяет оценить, что сдвиговые напряжения, создаваемые веерной структурой, распространяются также на переднюю часть. Здесь мы видим, что под действием сдвиговых напряжений пластинки подвергаются развороту в области упругих деформаций. Этот вопрос будет обсуждаться далее в деталях.

Условие силового дисбаланса в веерной зоне

Рисунок 30 показывает совместную диаграмму распределения активных сдвиговых напряжений (черный график) и сопротивления сдвигу (красный график) вдоль двигающейся трещины сдвига, управляемой веерным механизмом. Сопротивление сдвигу перед веером равно прочности материала τ_u, за веером равно фрикционной прочности τ_f. В зоне веера выделяются две подзоны: 1) у кончика веера происходит разрушение материала в форме образования трещины отрыва и структурной пластинки, которое характеризуется напряжением разрушения τ_r (breakdown stress), меняющемся от предела прочности τ_u до веерной прочности τ_{fan}; 2) затем следует сдвиг вдоль веерной структуры с малым сопротивлением, равным веерной прочности τ_{fan}. После веера сдвиг прекращается и сопротивление сдвигу увеличивается до уровня фрикционной статической прочности τ_{fs}. Вопрос о том, как динамический сдвиг с малым сопротивлением τ_{fan} переходит к остановке со статическим сопротивлением трению τ_{fs}, будет рассмотрен далее.

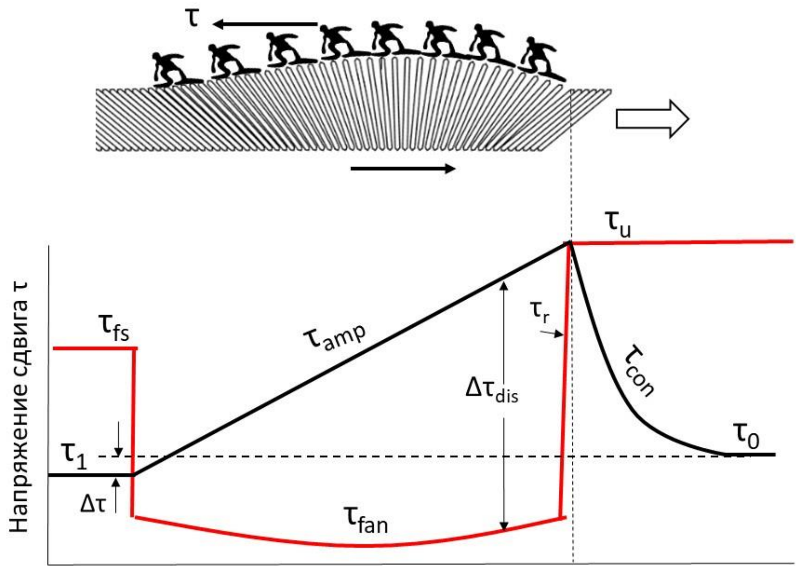


Рис. 30. Совместная диаграмма распределения усиленных активных напряжений τ_{amp} и низкого сопротивления сдвигу τ_{fan} в зоне веера, демонстрирует условие силового дисбаланса, вызывающего спонтанное продвижение веера через цельные породы.

В данный момент мы концентрируем внимание на соотношение между активными напряжениями и сопротивлением сдвигу в веерной зоне. Черный график показывает, что разрушение происходит при низких приложенных напряжениях τ_0 и τ_1, существенно ниже фрикционной прочности τ_{fs}. Здесь, τ_0 – это исходное напряжение, а τ_1 – напряжение после разрушения. В зоне веера приложенные напряжения усиливаются τ_{amp} и на кончике веера достигают максимума, равного или выше предела прочности τ_u. Как было показано на рис. 29б, веер также создает концентрацию напряжений τ_{con} перед кончиком веера.

Совместная диаграмма на рис. 30 показывает, что в веерной зоне создается одновременно высокие активные сдвиговые напряжения τ_{amp} и очень низкое сопротивление сдвигу τ_{fan}. Благодаря разнице между этими величинами $\Delta\tau_{dis} = \tau_{amp} - \tau_{fan}$ в зоне веера возникает условие силового дисбаланса, которое вызывает спонтанное развитие трещины веерным механизмом. *Создание силового дисбаланса, необходимого для спонтанного разрушения при низких приложенных напряжениях, представляет собой еще одно феноменальное свойство веерной структуры.* Скорость спонтанного роста трещины определяется энергетическим балансом процесса разрушения и может превышать скорость звуковых продольных волн (будет обсуждаться дальше). Следует обратить внимание также на малый сброс напряжений (стресс дроп) $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_0$. Это объясняется тем, что прочный материал разрушается веерным механизмом при исходных низких приложенных напряжениях. Этот тип разрушения соответствует классу III запредельного разрушения на рис. 13б и действует при высоких боковых давлениях, соответствующих сейсмогенным глубинам.

Контроль скорости сдвига веерным механизмом. Температурный парадокс

В течение последних двух десятилетий особый интерес проявляется к сверхсдвиговым трещинам, которые развиваются со скоростями, превышающими скорость упругих сдвиговых волн (Rubinstein et al., 2004; Xia et al., 2004; Lu et al., 2007, 2010; Ben-David et al., 2010; Rubino et al., 2017; Gori et al., 2018). Это вызвано обнаружением сверхсдвиговых разломов при землетрясениях [Archuleta, 1984; Bouchon et al., 2001; Ellsworth, Chiaraluce, 2009]. Наблюдения показывают, что непременной чертой таких трещин является высокая скорость сдвига Q берегов в голове трещины, которая может достигать 10 м/с, что предполагает очень низкое (близкое к нулю) трение между берегами трещины [Heaton, 1990; Ohnaka, Shen, 1999; Lu et al., 2007, 2010].

Несмотря на то что этот факт является решающим для правильного понимания механизма землетрясений, сегодня нет единодушного мнения о природе низкого трения. Наиболее распространенные объяснения низкого трения базируются на предположении о высокой температуре в зоне скольжения [McKenzie, Brune, 1972; Sibson, 1973; Lachenbruch, 1980; Rice, 2006; Bizzarri, Spudich, 2008; Noda et al., 2009]. Но этот подход опровергается экспериментальными определениями температуры при динамических процессах *in situ* и в лаборатории [Lachenbruch, Sass, 1980; Brown, 1998]. Данный эффект известен как температурный парадокс (heat flow paradox). Предложены также механизмы динамического снижения трения, которые не связаны с высокими температурами. Например, снижение трения под воздействием вибраций [Melosh, 1996], динамическая смазка твердыми веществами [Brodsky, Kanamori, 2000].

Как отмечено в работе [Кочарян, 2016], все упомянутые модели имеют серьезный недостаток. Согласно этим моделям, высокий коэффициент трения покоя ($\mu \sim 0.85$) в динамике падает до низких величин ($\mu \sim 0.2$), что предполагает высокую амплитуду сброса напряжений при землетрясении

$\Delta\sigma$ ~ 100 МПа. Эта величина на порядок превышает обычно наблюдаемый сброс напряжений при землетрясениях.

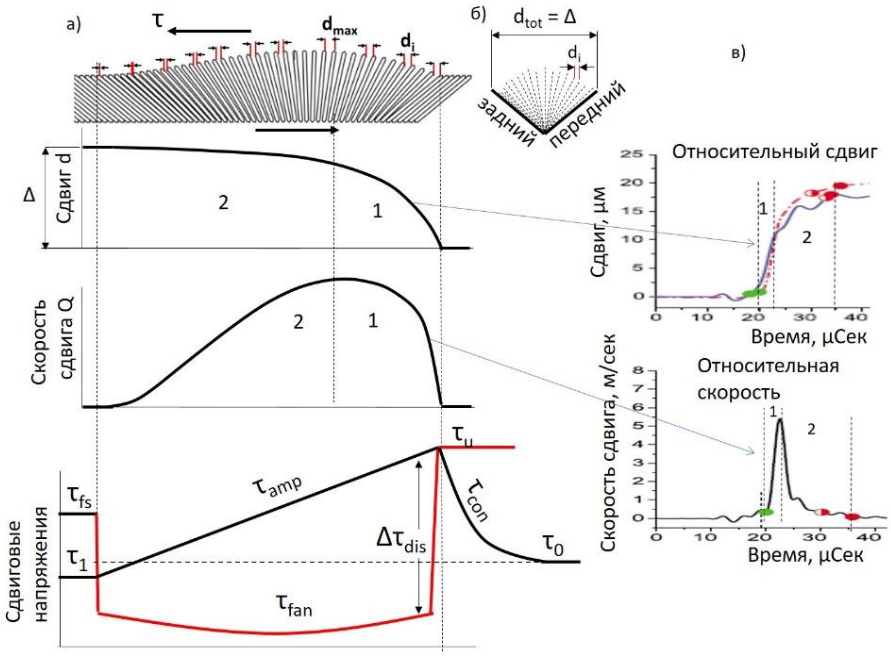


Рис. 31. Веерный механизм определяет взаимозависимость между величинами сдвига d, скорости сдвига Q, усиленных напряжений τ_{amp}, и сопротивления сдвигу τ_{fan} в голове бегущей трещины.

В отличие от этих моделей, веерный механизм определяет целый ряд особенностей, характерных для сверхсдвиговых трещин, которые проиллюстрированы на рис. 31:

– низкое сопротивление сдвигу τ_{fan} (соответствующее μ ~ 0.1) в голове бегущей трещины при обычных температурах;

– низкую амплитуду сброса напряжений $\Delta\tau = \tau_0 - \tau_1$, которая может быть даже ниже, чем при стик-слип процессе;

– низкие исходные напряжения τ_0 (ниже фрикционной прочности τ_{fs}) при спонтанном разрушении прочных горных пород;

– типичное распределение величины сдвига d в голове трещины, получаемое в экспериментах;

– типичная вариация скорости сдвига Q в голове трещины, регистрируемая в экспериментах.

Первые три особенности были обсуждены ранее. По поводу низкого сопротивления сдвигу следует подчеркнуть, что оно обеспечивается при низких температурах и объясняет температурный парадокс (см. подробности в [Tarasov, 2023a]).

Модель веера на рис. 31 поясняет как веерный механизм обеспечивает типичное распределение сдвига и скорости сдвига в голове трещины. Рассмотрим трещину, распространяющуюся по волновому принципу (pulse-like rupture), что типично для трещин землетрясений [Heaton, 1990; Perrin et al., 1995; Zheng, Rice 1998; Noda et al., 2009]. Как было показано в предыдущих разделах, приложенные сдвиговые напряжения делают веерную структуру несимметричной. Общее распределение величин сдвига и скорости сдвига вдоль несимметричной веерной структуры определяется распределением локальных перемещений d_i, вызванных разворотом каждой пластинки веерной структуры. На модели видно, что локальные перемещения d_i сразу за кончиком веера относительно большие и увеличиваются с расстоянием от кончика. На каком-то расстоянии они достигают максимума, а затем уменьшаются до нуля, приближаясь к заднему краю веера. Сумма всех локальных перемещений d_{tot} равна общему перемещению Δ, которое обеспечивается полным разворотом пластинок от исходного до конечного положения (см. рис. 31б).

$$d_{\mathrm{tot}} = \Delta = \sum_{i=1}^{n} d_i.$$

Во время перемещения веерной структуры, все пластинки вращаются одновременно и перемещение каждой из них происходит за одно и то же время, что обеспечивает соответствующую вариацию скорости сдвига вдоль веерной зоны. Соотношения между сдвигом d, скоростью сдвига Q, усиленным напряжением τ_{amp} (черный график) и сопротивлением сдвигу τ_{fan} (красный график) показаны графически на рис. 31а под моделью. Вариация Q имеет две стадии: на стадии 1 происходит ускорение, а на стадии 2 происходит замедление с плавным переходом к остановке на задней границе веера. Резкое ускорение Q на стадии 1 вызвано большими смещениями d и огромным дисбалансом $\Delta\tau_{dis}$ между усиленным напряжением τ_{amp} и сопротивлением сдвигу τ_{fan}. Плавное замедление скорости сдвига вплоть до остановки на задней кромке веера, вопреки резкому увеличению сопротивления сдвигу (с τ_{fan} до τ_{fs}), представляет собой еще одно уникальное свойство веерной структуры. Это свойство противоречит существующим теориям, утверждающим сильную зависимость трения от скорости [velocity-weakening models Dieterich, 1979; Ruina, 1983; Scholz, 1998]. Плавное снижение скорости сдвига происходит из-за несимметричности веерной структуры, где в конце задней части веера локальное смещение пластинок d_i плавно снижается вплоть до нуля.

Рассмотренный характер изменения сдвига и скорости сдвига вдоль веерной структуры согласуется с экспериментальными результатами, полученными для сверхсдвиговых трещин. На рисунке 31в представлены кривые, отражающие типичные зависимости величины сдвига и величины скорости сдвига от времени в голове сверхсдвиговых трещин [Lu at al., 2007, 2010]. Зеленые точки на кривых отмечают время начала сдвига, вызванного передней частью головы трещины, а красные точки отмечают время конца сдвига, соответствующего проходу задней кромки головы трещины. Максимальная скорость сдвига, зафиксированная в этом эксперименте, ровна Q = 5.5 м/с.

Баланс энергии процесса разрушения веерным механизмом

На рисунке 32 проиллюстрирован баланс энергии процесса спонтанного разрушения (на единицу площади разлома), осуществляемого веерным механизмом. Он представлен соотношением площадей на диаграммах «сдвиговые напряжения τ – сдвиг d». Здесь рассматривается типичный для землетрясений волновой тип распространения трещины (pulse-like), когда при развитии трещины сдвиг осуществляется только в головной ее части, тогда как впереди и сзади головы сдвиг заблокирован. В веерном механизме голова трещины представлена веерной структурой. На рисунке 32а показана модель веера и величина сдвига берегов трещины Δ, которая обеспечивается веером за счет полного разворота плиток из начального в конечное положение.

На рисунке 32б, в изображен баланс энергии разрушения, происходящего при разных уровнях приложенных напряжений τ_0. На диаграммах сдвиг увеличивается справа налево от точки O до точки S. На рисунке 32б уровень начальных приложенных напряжений τ_0 близок к уровню веерной прочности τ_{fan}. На рисунке 32в уровень τ_0 немного ниже уровня фрикционной статической прочности τ_{fs}. Несмотря на низкий уровень приложенных напряжений τ_0 по отношению к пределу прочности материала τ_u веерный механизм усиливает эти напряжения на кончике веера до уровня и выше предела прочности.

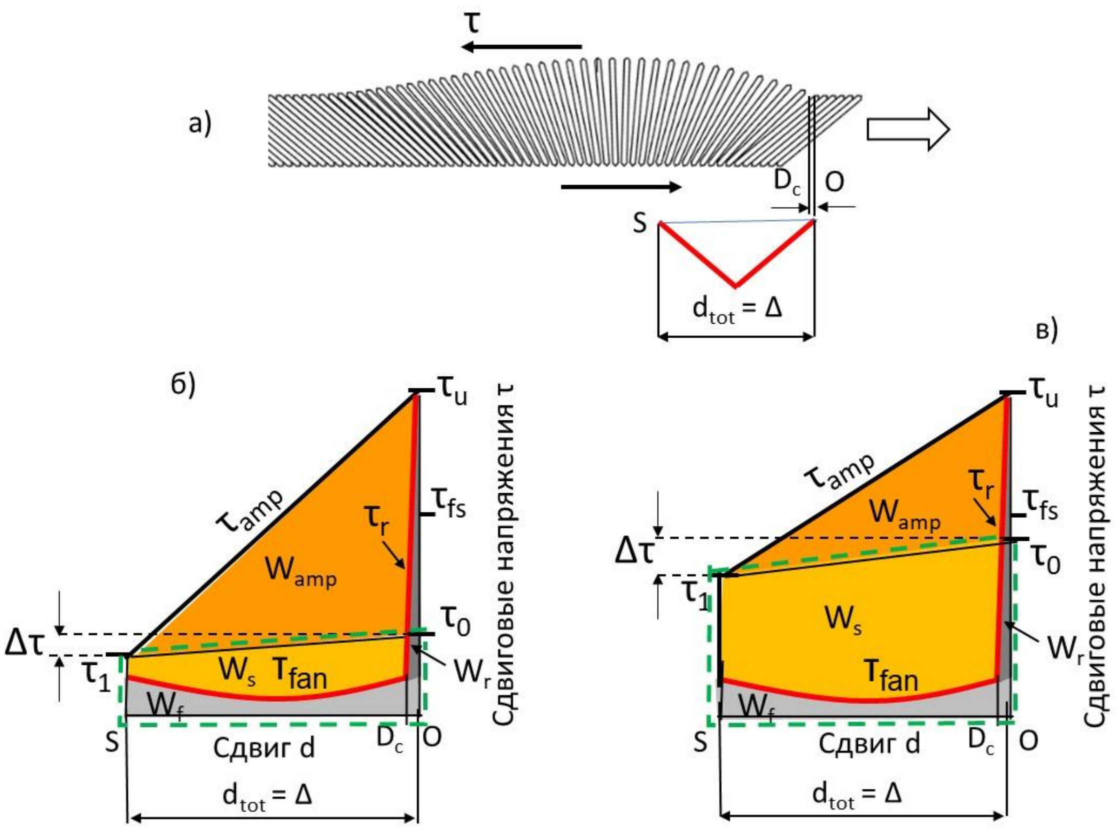


Рис. 32. Баланс энергии процесса спонтанного разрушения (на единицу площади разлома), осуществляемого веерным механизмом. Он представлен соотношением площадей на диаграммах «сдвиговые напряжения τ – сдвиг d».

Суть разрушения цельного материала (породы) веерным механизмом состоит в периодическом отщеплении передовой пластинки от монолитного тела за счет образования трещины отрыва (см. схему на рис. 32а). Ширина этой трещины может составлять несколько микрон, а соответствующий этому событию сдвиг на схеме показан как O–D_c. Далее отщепленная пластинка перемещается путем разворота, создавая сдвиг Δ, равный на схеме отрезку D_c–S. Сопротивление сдвигу отщепленной пластинки равно уровню τ_{fan}. Аналогично ведут себя все последовательно отрываемые пластинки

На диаграммах эта ситуация отражается двумя участками: 1 – кривой разрушения τ_r (breakdown strength), когда прочность падает от τ_u до τ_{fan} при смещении O–D_c; 2 – кривой сдвига с постоянным сопротивлением τ_{fan} при смещении D_c–S. Энергетический баланс включает следующие виды энергии:

W – полное изменение внутренней упругой энергии разрушаемого тела (площадь трапеции, ограниченной зеленой пунктирной линией);

W_r – энергия разрушения (темно-серый треугольник);

W_f – энергия сдвига, совершаемая против сил трения в веерной конструкции (светло-серая зона);

W_s – свободная (сейсмическая) энергия (желтая зона);

W_{amp} – концентрированная энергия, усиленная веером (оранжевая зона).

Особенности баланса энергии процесса разрушения веерным механизмом состоят в следующем:

1. Малая потеря энергии, связанной с разрушением и сдвигом $W_r + W_f$. Эта энергия остается примерно постоянной при разрушении в условиях низких сдвиговых напряжений τ_0 (левая диаграмма) и при высоких напряжениях (правая диаграмма).

2. Большая доля свободной энергии W_s, создающей динамику процесса разрушения (скорость трещин, волновые процессы). Эта энергия увеличивается с ростом τ_0.

3. Наличие сконцентрированной упругой энергии W_{amp}, вызванной усилением сдвиговых напряжений в материале берегов трещины. Этот сгусток энергии двигается совместно с головой трещины, создавая непрерывные условия для мгновенного разрушения породы на кончике веера.

Новые физические принципы сверхзвуковых трещин

На рисунке 33 показана принципиальная разница в балансе энергии при разрушении классическими и веерным механизмами, а также необходимые условия для сверхзвукового распространения трещин. Рисунок 33а показывает классическое представление о балансе энергии. Вверху помещена диаграмма из [Abercrombie, Rice, 2005], а внизу аналогичная диаграмма для анализа. Диаграммы отражают динамическое распространение головы трещины стик-слип механизмом вдоль существующего разлома с фрикционной прочностью τ_{fs}. Многочисленные эксперименты [Lu et al., 2007, 2010] показывают, что сверхсдвиговые трещины могут расти при исходных приложенных напряжениях существенно ниже фрикционной прочности $\tau_0 < \tau_{fs}$. Несмотря на низкие исходные напряжения, разрушение происходит благодаря концентрации напряжений перед кончиком трещины по Гриффитсу [Griffith, 1921], увеличивающих напряжение до уровня τ_{fs}. Разрушение отражается графиком AC, где сопротивление сдвигу падает от уровня τ_{fs} до уровня динамического трения τ_{fd}, при величине сдвига O–D_c. Далее идет динамический сдвиг на дистанции D_c–S с трением τ_{fd}. Сдвиг прекращается, когда уровень приложенного напряжения снижается до уровня динамического трения $\tau_1 = \tau_{fd}$.

Согласно классическим теориям [Griffith, 1921; Freund, 1998; Broberg, 1999; Needleman, 1999], развитие трещин обеспечивается внутренней энергией тела, которая выделяется при его разрушении и передается через среду в область кончика трещины. На диаграмме полное изменение внутренней энергии соответствует площади трапеции, ограниченной зеленой пунктирной линией. Эта энергия частично поглощается на разрушение и трение $W_r + W_f$ и выделяется в виде свободной энергии W_s, переходящей в другие виды энергии.

Необходимо подчеркнуть, что спонтанное разрушение возможно тогда, когда уровень приложенных напряжений превосходит или равен уровню сопротивления. На диаграмме приложенные напряжения отражаются линией τ_0–τ_1. Это означает, что на начальной стадии AB условие спонтанного разрушения не удовлетворяется, в отличие от последующей стадии BE. Согласно классическим теориям, для разрушения у кончика трещины, часть выделившейся внутренней энергии W_s, передается через среду в виде упруго-динамических волн. Эти волны распространяются с максимальной скоростью равной скорости продольных упругих волн V_p. Отсюда следует классическое ограничение скорости распространения трещин сдвига $V < V_p$ [Freund, 1998; Needleman, 1999; Rice, 2001; Rosakis et al., 2007].

Веерный механизм снимает эти ограничения за счет следующих феноменальных свойств. Во-первых, он усиливает низкие приложенные напряжения в веерной зоне и на кончике трещины выше уровня сопротивления сдвигу, таким образом, создавая условия дисбаланса, необходимые для спонтанного разрушения. Во-вторых, в зоне повышенных напряжений, создаваемых веером в материале берегов трещины внутри веера τ_{amp} и впереди веера τ_{con}, аккумулируется упругая энергия $W_{amp} + W_{con}$, которая находится в непосредственной близости к кончику трещины и может мгновенно использоваться для образования трещин отрыва. Таким образом, исключается потребность в передаче энергии из периферийной зоны. Объем расходуемой энергии на образование трещин отрыва из общего объема $W_{amp} + W_{con}$ очень мал и веер постоянно компенсирует ее из W_s, поддерживая уровень аккумулированной энергии вокруг кончика трещины неизменным. Недавние эксперименты показали возможность развития сверхзвуковых трещин сдвига. На рисунке 33в показаны волны шоковых напряжений Маха, образованных на базе поперечных и продольных упругих волн V_s и V_p, исходящих из кончика сверхзвуковой трещины [Gori et al., 2018].

Сравнение двух диаграмм на рис. 33а, б позволяет выделить еще некоторые преимущества веерного механизма. Веерный механизм обеспечивает значительно меньшую энергию разрушения W_r, меньший сброс напряжений $\Delta\tau = \tau_0 - \tau_1$ и большее выделение свободной энергии W_s.

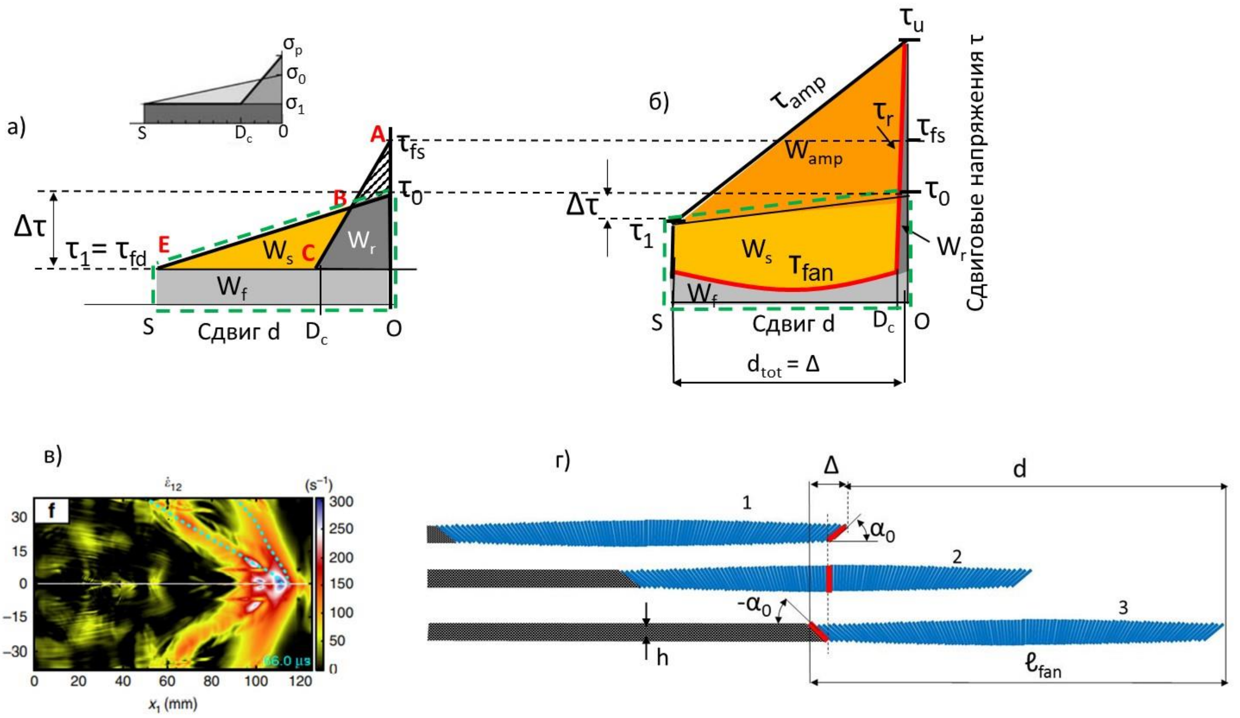


Рис. 33. а и б – Сравнение баланса энергии спонтанных трещин сдвига, управляемых классическим и веерным механизмами разрушения, в – экспериментальный результат, демонстрирующий сверхзвуковую скорость роста сдвиговой трещины. Шоковые волны Маха, соответствующие сдвиговым и продольным упругим волнам, показаны красно-желтыми цветами [Gori et al., 2018], г – модель связи между скоростью сдвига Q и скоростью роста трещины V, создаваемой веерным механизмом.

Рисунок 33г демонстрирует как веерный механизм контролирует связь между скоростью V сверхсдвиговых и сверхзвуковых трещин и скоростью сдвига Q в голове трещины. На рисунке 33г показаны три стадии развития трещины, которые смещены по вертикали. Трещина распространяется за счет образования структурных пластинок на кончике веера и последующего их разворота. Разворот пластинок обеспечивает сдвиг берегов трещины. Фронтальная пластина на стадии 1 (показана красным цветом) становится замыкающей на стадии 3. Дистанция Δ, связанная с вращением пластинки, определяет величину относительного сдвига берегов трещины. За время t, за которое произошло смещение Δ, кончик трещины пробежал расстояние d. Согласно данной модели, отношение скорости трещины V к скорости сдвига Q определяется отношением d/Δ. Модель на рис. 33г включает около 100 пластинок. Оценки показывают, что веерная структура натуральных трещин состоит из нескольких тысяч пластинок. В этом случае можно принять, что $d \approx \ell_{fan}$. Имея ввиду, что $V = \ell_{fan}/t$ и $Q = \Delta/t$, мы получим соотношение между скоростями трещины и сдвига:

$$V/Q \approx l_{\mathrm{fan}}/\Delta. \quad (7)$$

Схема на рис. 33г и уравнение (7) показывают, что относительно медленное совокупное вращение плиток в веерной структуре вызывает очень быстрый рост трещин. Например, при скорости сдвига Q = 10 м/с и соотношении параметров веерной головы трещины $\ell_{fan}/\Delta = 1000$, трещина будет распространяться со сверхзвуковой скоростью V = 10 км/с. Здесь следует подчеркнуть, что при сверхзвуковой скорости трещин, относительно медленное вращение плиток позволяет веерной структуре поддерживать все феноменальные силовые и энергетические характеристики в веерной зоне, которые обсуждались на рис. 33.

Активизация веерного механизма

Веерный механизм приобретает все свои феноменальные свойства в полной мере после того, как структура веера полностью сформируется. Для создания начальной веерной структуры необходимо создать локальные высокие напряжения, которые вызывают процесс трещинообразования. Рисунок 34 иллюстрирует такую ситуацию на примере физической модели, где приведены пять стадий развития трещины сдвига.

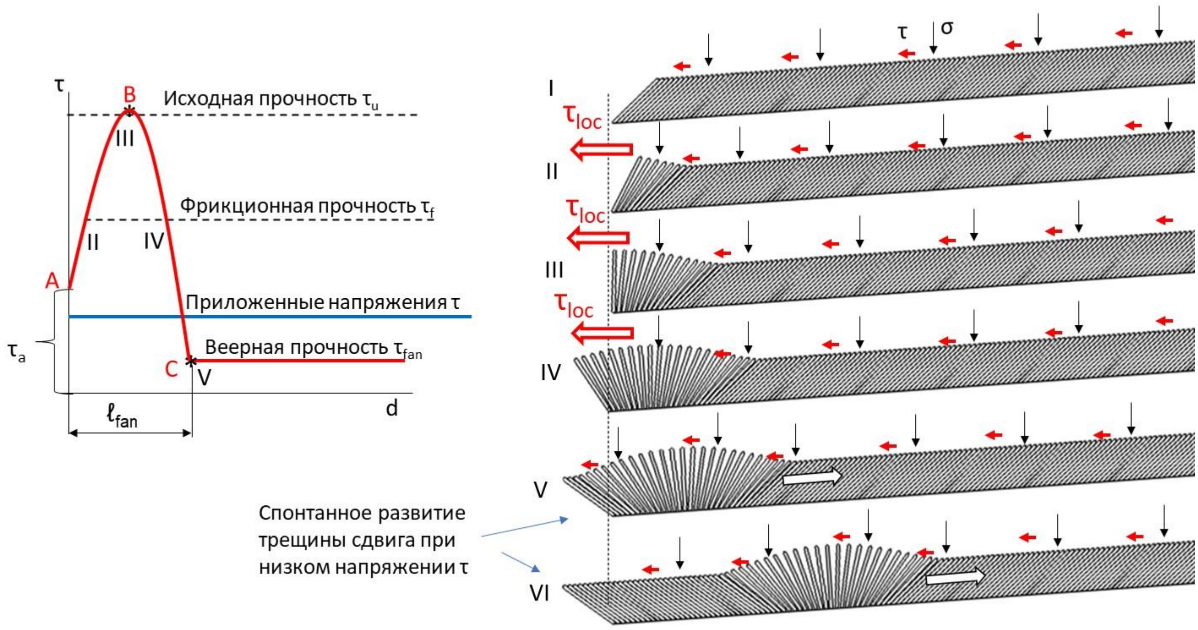


Рис. 34. Условия спонтанного развития веерной структуры.

В исходном состоянии (стадия I) модель нагружена нормальными σ и сдвиговыми τ напряжениями. Приложенные вдоль всей модели сдвиговые напряжения существенно ниже фрикционной прочности $\tau < \tau_f$, как показано на графике. При приложении локального напряжения τ_{loc} (стадия II) начинается процесс образования трещин отрыва, отщепления структурных пластинок, их разворота и формирования начальной веерной структуры. При формировании первой половины веера сопротивление сдвигу увеличивается из-за действия нормальных напряжений на растущее число пластинок. Образование первой половины веера отражается частью графика AB, где B соответствует достижению предела прочности τ_u. Затем сопротивление веера снижается от предела прочности τ_u до веерной прочности τ_{fan} (от точки B до точки C на графике). Вместе с ним снижается и уровень локальных напряжений, необходимых для создания начального веера. Когда сопротивление веера становится ниже уровня приложенных напряжений τ, развитие трещины сдвига приобретает спонтанных характер, несмотря на низкий уровень приложенных напряжений $\tau < \tau_f$.

Необходимо отметить, что при испытаниях образцов породы в лаборатории нет возможности создать локальное напряжение в образце для формирования начального веера. Поэтому образец нагружается целиком до предела прочности, а сброс давления (стресс дроп) определяется как разность между пределом прочности и остаточной (фрикционной) прочностью $\Delta = \tau_u - \tau_f$. В отличие от лабораторных условий, формирование начальной веерной структуры *in situ* происходит по другой схеме, которая будет обсуждаться далее.

Переменная эффективность веерного механизма при высоких давлениях σ_3

Закончим теоретическую часть обсуждения феноменальных свойств веерного механизма заключением о том, что веерный механизм активизируется в определенном диапазоне боковых давлений σ_3 и работает там с переменной эффективностью. Поскольку в данной статье выдвигается тезис о том, что разрушение цельных пород является преимущественным механизмом в создании землетрясений по сравнению с динамическим проскальзыванием по существующим разломам, то под эффективностью веерного механизма понимается насколько он делает прочность цельных пород ниже фрикционной прочности разломов: $\Psi = \tau_f/\tau_{fan}$. Когда $\Psi = \tau_f/\tau_{fan} > 1$, то разрушение цельных пород является предпочтительным по сравнению с динамическим проскальзыванием по существующему разлому.

Рисунок 35а (копия рис. 11) напоминает, что в разных диапазонах давлений σ_3 действуют разные механизмы разрушения. Веерный механизм работает при высоких давлениях в диапазоне $\sigma_{3fan(min)} \div \sigma_{3fan(max)}$. Максимальная эффективность проявляется в средней части этого диапазона и уменьшается при меньших и больших давлениях к границам этого диапазона.

Рисунок 35б поясняет причины такой вариации эффективности. Здесь горизонтальная ось представляет диапазон давления σ_3, в котором разрушение происходит в виде трещины сдвига. По вертикали отложены два параметра: веерная эффективность Ψ и соотношение геометрических характеристик структурных пластинок r/w (длины и ширины), которое определяет эффективность работы пластинок как шарниров между берегами трещины (см. уравнение 5). График r/w показывает, что при относительно низких давлениях (в диапазоне $\sigma_{3shear} \div \sigma_{3fan(min)}$) трещины отрыва образуют длинные и тонкие пластинки с высоким r/w. Такие пластинки ломаются при вращении, создавая трение в голове трещины сдвига. Эти условия характерны для классических механизмов разрушения. С увеличением σ_3 коэффициент r/w снижается, что увеличивает устойчивость пластинок при вращении. В диапазоне $\sigma_{3fan(min)} \div \sigma_{3fan(max)}$ пластинки приобретают возможность работать как шарниры. Важно отметить, что в начальном диапазоне давлений $\sigma_{3fan(min)} \div \sigma_{3fan(opt)}$ эффективность их работы увеличивается с ростом σ_3 за счет увеличения устойчивости пластинок. Достижение Ψ_{opt} происходит примерно при r/w = 10. Однако в следующем диапазоне давлений $\sigma_{3fan(opt)} \div \sigma_{3fan(max)}$, несмотря на то, что пластинки ведут себя устойчиво, дальнейшее снижение r/w ведет к снижению эффективности работы пластинок как шарниров (согласно уравнению 5), а следовательно, и к уменьшению эффективности веерного механизма. При давлениях $\sigma_3 > \sigma_{3fan(max)}$, когда r/w = 1, веерный механизм перестает работать и трещины сдвига образуются по законам фрикционных механизмов.

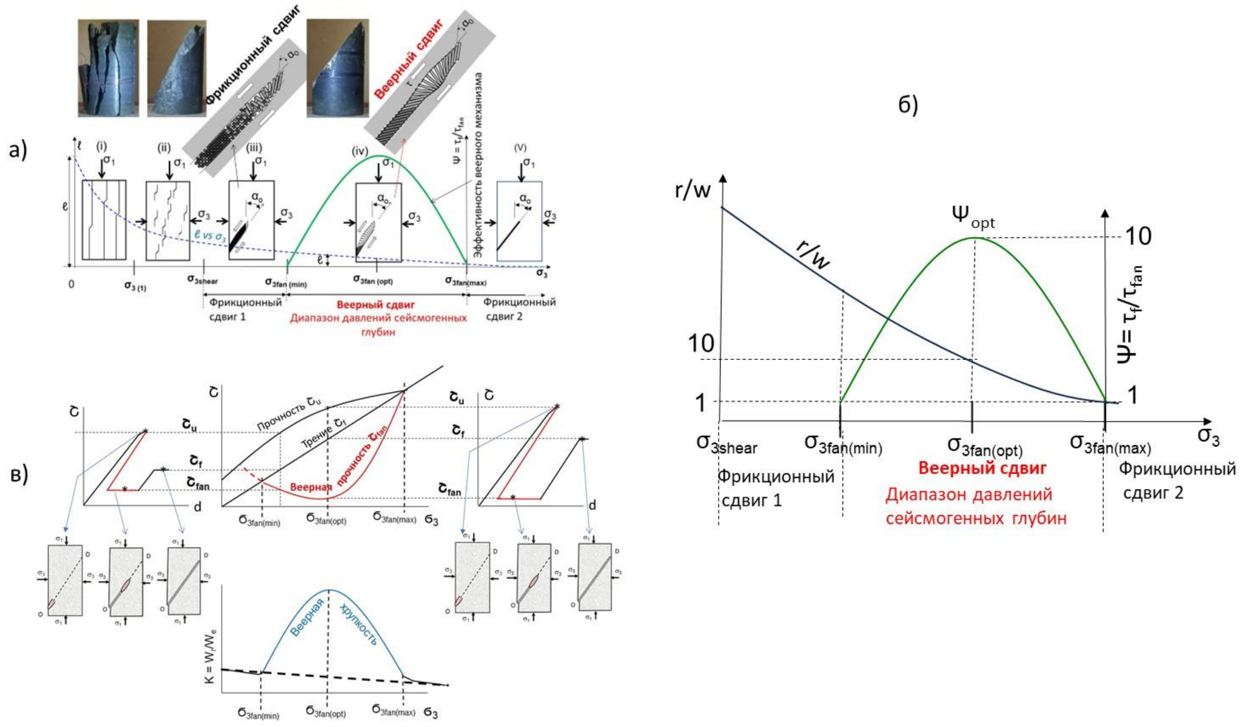


Рис. 35. Иллюстрация причин изменения эффективности работы веерного механизма ψ в прочных горных породах при высоких боковых давлениях σ_3.

Существование веерного механизма, работающего в некотором диапазоне боковых давлений (разном для разных пород), определяет особые свойства этих пород, которые проявляются в уменьшении прочности и увеличении хрупкости. Для получения полных паспортов прочности и хрупкости пород, показанных на рис. 35в, требуются специальные эксперименты с регистрацией запредельных характеристик.

Необходимо подчеркнуть, что степень эффективности веерного механизма $\psi = \tau_f/\tau_{fan}$, так же, как и величина диапазона боковых давлений σ_3, в котором работает веерный механизм, зависят от прочности пород. Эффективность работы веерного механизма определяется устойчивостью работы структурных плиток, которая повышается с ростом прочности материала, из которого они формируются. Как отмечалось на рис. 7 и 16, максимальная эффективность веерного механизма и максимальный диапазон σ_3 проявляются в прочных породах с прочностью на одноосное сжатие UCS > 250 МПа. У более слабых пород эти показатели снижаются, как условно показано на рис. 36. Рисунок 36а иллюстрирует возможную вариацию максимальной (или оптимальной) эффективности ψ_{opt} в зависимости от прочности пород (UCS). Здесь границы между прочными, средней прочности и слабыми породами имеют условный характер и должны определяться экспериментально. Рисунок 36б показывает три кривые, отражающие вариацию эффективности ψ веерного механизма и рабочий диапазон давлений σ_3 для пород разной прочности.

На данной стадии исследований можно предположить, что чем прочнее порода, тем выше эффективность ψ_{opt} и шире диапазон σ_3 работы веерного механизма. В слабых породах веерный механизм не работает.

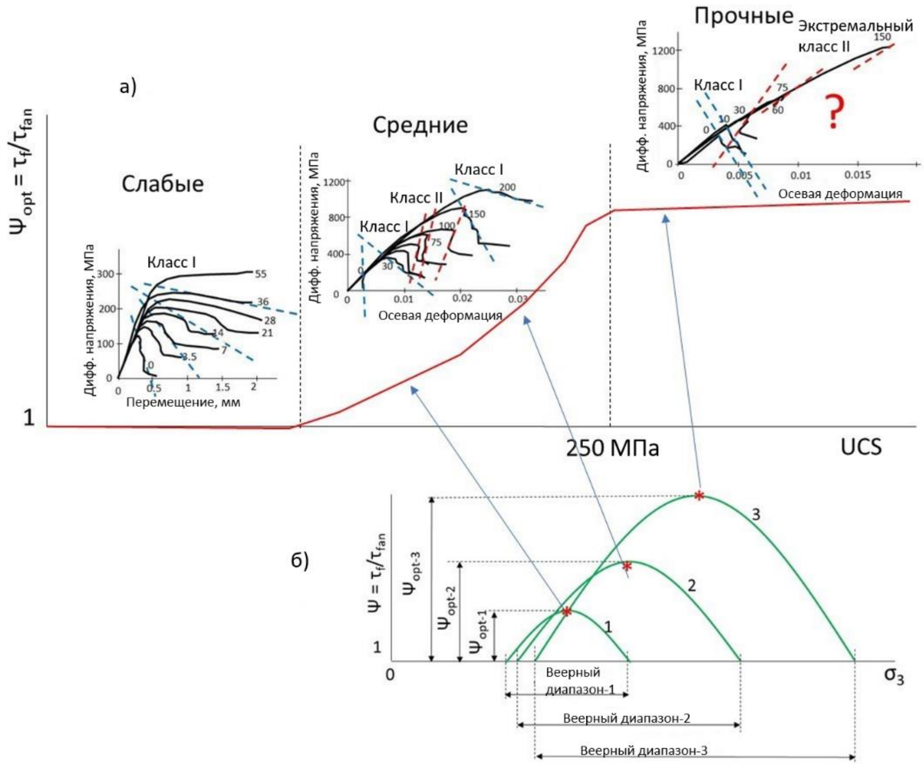


Рис. 36. а – Иллюстрация изменения максимальной (или оптимальной) эффективности работы веерного механизма ψ_{opt} в зависимости от прочности пород (UCS), б – соотношение между оптимальной эффективностью веерного механизма и диапазоном боковых давлений, в котором он работает, в зависимости от прочности пород.

ПРОЯВЛЕНИЯ ВЕЕРНОГО МЕХАНИЗМА В НАТУРНЫХ УСЛОВИЯХ

Границы сейсмогенного слоя в земной коре и вариация активности землетрясений, определяемые веерным механизмом

Анализ свойств горных пород при высоких давлениях σ_3 и особенностей веерного механизма позволяет предположить следующее распределение прочности и хрупкости горных пород с глубиной, как показано на рис. 37. Зеленый график на рис. 37а показывает вариацию активности (эффективности) веерного механизма ψ, которая определяет соответствующую вариацию веерной прочности τ_{fan} (рис. 37б) и хрупкости K (рис. 37в) цельных прочных пород. Зона активности веерного механизма определяет границы сейсмогенного слоя, в котором веерный механизм имеет преимущество в создании динамических явлений по сравнению со стик-слип механизмом, т. к. здесь веерная прочность τ_{fan} пород ниже фрикционной прочности τ_f. За границами этой зоны фрикционная прочность представляет минимальную прочность пород и может быть причиной землетрясений на базе стик-слип механизма.

Нужно пояснить, что долговременная прочность земной коры определяется фрикционной прочностью, но в случае зарождения веерной структуры при любом уровне напряжений в серой зоне диаграммы, веерный механизм создаст динамическую трещину, которая может вызвать землетрясение. Частота (число) землетрясений на разных уровнях сейсмогенного слоя определяется характеристиками прочности и хрупкости пород – чем ниже прочность и выше хрупкость, тем больше вероятность возникновения землетрясений. Максимум активности землетрясений находится на глубинах, соответствующих минимальной прочности и максимальной хрупкости.

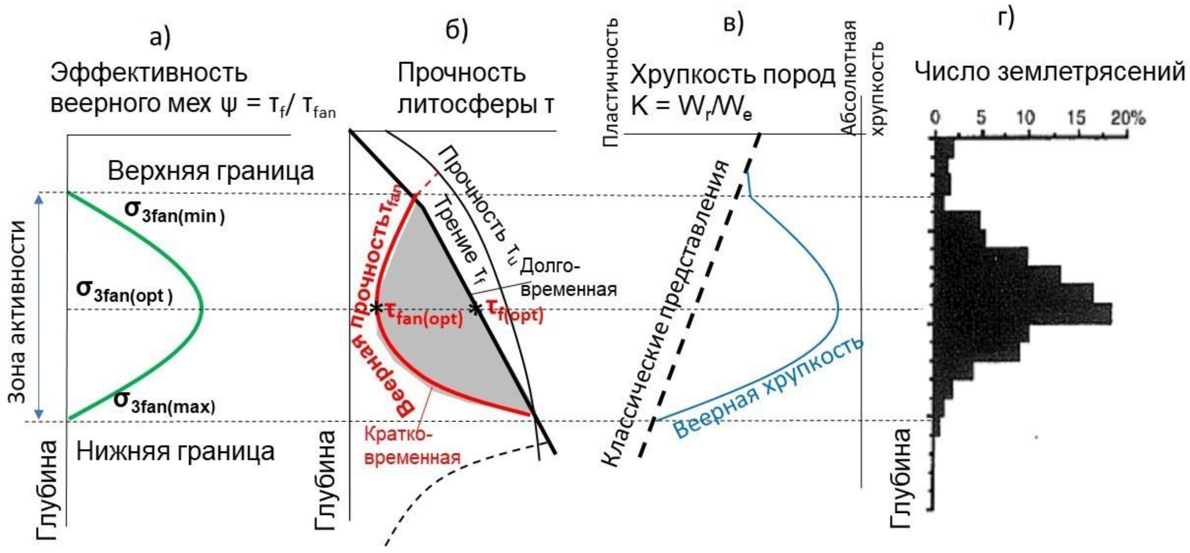


Рис. 37. а – Границы сейсмогенного слоя в земной коре определяются границами активности веерного механизма, б, в – в этих границах веерная прочность цельных пород τ_{fan} ниже фрикционной прочности τ_f существующих разломов и веерная хрупкость цельных пород K выше классической хрупкости по разломам, г – распределение по глубине веерной прочности и хрупкости определяет соответственное распределение по глубине активности землетрясений.

На базе веерного механизма можно объяснить также наличие нескольких зон активности землетрясений по глубине. На рисунках 16 и 36 обсуждался вопрос об активности веерного механизма в зависимости от прочности пород: чем прочнее порода, тем более активен веерный механизм. Эта зависимость понятна, т. к. структурные пластинки, образованные из прочных пород, более устойчивы при развороте и лучше работают как шарниры между берегами трещины. На рисунке 16 менее прочный кварцит показывает меньшее увеличение хрупкости в меньшем диапазоне боковых давлений σ_3, по сравнению с прочными гранитом и долеритом.

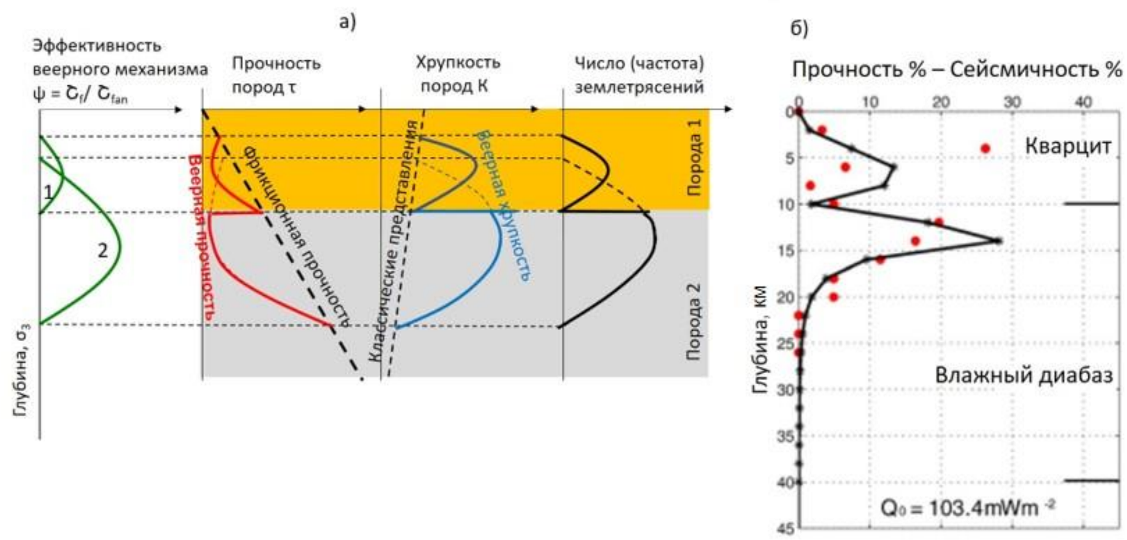


Рис. 38. Вариация эффективности веерного механизма, веерной прочности, хрупкости и соответствующей активности (числа) землетрясений с глубиной для земной коры, состоящей из двух слоев пород разной прочности.

На рисунке 38 схематично изображена структура земной коры, состоящей из двух слоев горных пород. Верхний слой представлен относительно слабой породой 1, а нижний слой более прочной породой 2. Вариация эффективности веерного механизма с глубиной для обеих пород показана зелеными кривыми. Порода 1 проявляет меньшую эффективность и в меньшем диапазоне давлений σ_3 (или глубин) по сравнению с породой 2. Соответствующие вариации веерной прочности и веерной хрупкости обеих пород показаны красными и синими кривыми.

Важно отметить, что толщина слоя породы 1 оказалась достаточной, чтобы вместить полностью вариацию веерной эффективности. В серединной области этого слоя достигается минимум прочности и максимум хрупкости, а в нижней части слоя веерный механизм перестает работать. Поскольку сочетание этих свойств определяет активность землетрясений, то в серединной части этого слоя наблюдается максимальное число землетрясений, а в нижней части слоя число землетрясений падает. Черные кривые отражают эту ситуацию.

Слой породы 2 начинается на глубине, где давления σ_3 достаточно высоки, чтобы сразу вызвать высокую эффективность веерного механизма и, соответственно, высокую активность землетрясений в данной породе. С ростом глубины активность землетрясений сначала растет, а затем падает в соответствии с активностью веерного механизма. Рассмотренное на данной схеме поведение землетрясений объясняет реальную ситуацию, показанную на рис. 38б [Albaric et al., 2009]. Здесь верхний слой представлен относительно слабым кварцитом, а нижний слой прочным диабазом.

Веерный механизм как самый опасный механизм разрушения пород на сейсмогенных глубинах земной коры

Карта землетрясений на рис. 1 показывает, что абсолютное большинство землетрясений в земной коре образуется вне существующих глобальных разломов между тектоническими плитами. Зоны сейсмической активности по площади могут быть очень широкими, а по глубине могут достигать 40 км. Рисунок 39 поясняет данную особенность землетрясений с точки зрения веерного механизма. На рисунке 39а показаны диаграммы, отражающие распределение прочностных свойств горных пород с глубиной (или σ_3), как обсуждалось на рис. 38. Серая зона на диаграмме соответствует видам напряженного состояния в массиве, при которых может произойти землетрясение, вызванное веерным механизмом. Здесь вид напряженного состояния характеризуется уровнем сдвиговых напряжений τ и уровнем минимального главного напряжения σ_3. Вся серая зона находится в пределах глубин сейсмогенного слоя. Рассмотрим ситуацию в точке R на диаграмме, для которой $\tau = \tau_R$, а $\sigma_3 = \sigma_{3(R)}$.

На рисунке 38б показан фрагмент горного массива в районе точки R на четырех стадиях (0–3) формирования землетрясений. На стадии 0 массив включает один существующий разлом. Для каждой стадии графики внизу показывают характеристики приложенных сдвиговых напряжений и прочности массива. Здесь, $\tau_{u(R)}$ – прочность цельной породы; $\tau_{f(R)}$ – фрикционная прочность разлома; $\tau_{fan(R)}$ – веерная прочность и $\tau_{0(R)}$ – начальное сдвиговое напряжение. Поскольку на всех стадиях приложенное сдвиговое напряжение меньше фрикционной прочности, то с точки зрения стик-слип механизма ситуация является устойчивой.

Однако динамические трещины сдвига могут образовываться в цельных породах, примыкающих к существующему разлому. Это происходит следующим образом. Существующие разломы являются источниками повышенных локальных напряжений. Например, повышенные напряжения могут образовываться в цельных породах вблизи уступа, показанного на рис. 38б (стадия 0). Когда концентрация напряжений приближается к уровню прочности $\tau_{u(R)}$, то начинается процесс образования локализованных трещин отрыва, формирующих веерную структуру. Как было показано на рис. 21а, одновременно могут образовываться двойные веерные структуры, способные создавать спонтанные трещины, развивающиеся в двух направлениях. Полностью сформированный веер имеет сопротивление сдвигу ниже, чем приложенные напряжения ко всему массиву $\tau_{fan(R)} < \tau_{0(R)}$, поэтому он создает спонтанную трещину (I), распространяющуюся через весь слабо нагруженный массив (стадия 1).

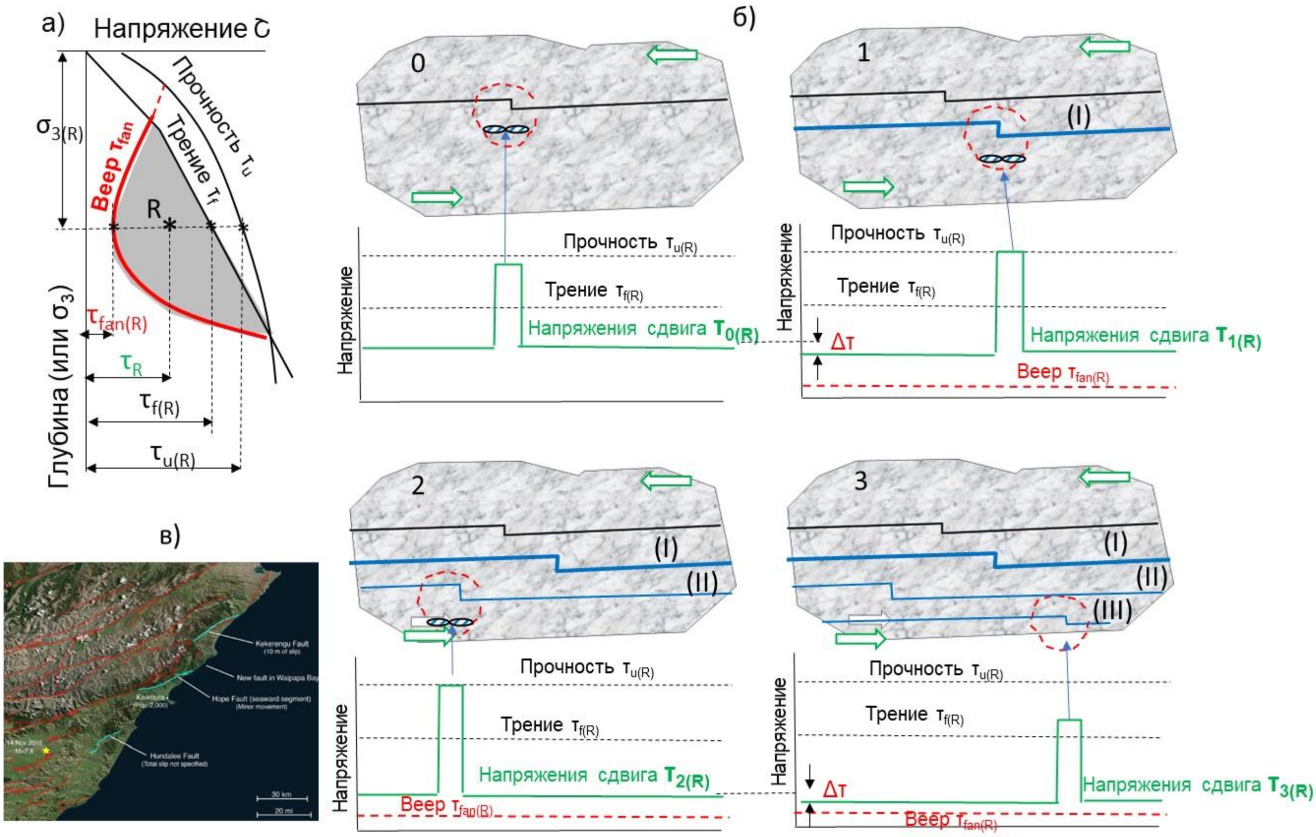


Рис. 39. Принцип создания новых динамических разломов веерным механизмом в цельных породах при напряжениях сдвига ниже фрикционной прочности существующих разломов.

В результате разрушения уровень приложенных напряжений снижается, обеспечивая соответствующий сброс напряжений $\Delta\tau = \tau_{0(R)} - \tau_{1(R)}$. Поскольку всякий новый разлом является также концентратором напряжений, то, по тому же принципу, может организоваться следующая трещина (II). И так далее. Этот процесс может продолжаться до тех пор, пока приложенные напряжения не снизятся до безопасного уровня, приблизившись к веерной прочности. Новые разломы могут образовываться сразу за первым разломом в виде афтершоков или со временем по мере накопления напряжений. Рисунок 39в показывает целую череду разломов, которые вызвали сильные землетрясения в Новой Зеландии (https://temblor.net/) в разные времена. Все землетрясения были связаны с формированием новых разломов в цельных породах вместо скольжения по уже существующему.

Рассмотренный механизм землетрясений объясняет природу основных парадоксов землетрясений:

1. Образование новых разломов в прочных цельных породах при низких сдвиговых напряжениях, которые могут быть на порядок ниже фрикционной прочности.

2. Разрушение цельных пород сопровождается малым сбросом напряжений (стресс дроп) по сравнению с большим сбросом при разрушении в лаборатории.

3. Несмотря на то что существующие разломы представляют слабейшие элементы в структуре массива, разрушение цельных пород является предпочтительным из-за сильного ослабления цельных пород веерным механизмом.

4. Веерный механизм может создавать целые кластеры новых разломов, вызывая соответствующие землетрясения.

Учитывая названные особенности веерного механизма и тот факт, что баланс энергии веерного механизма имеет принципиально важные преимущества в сравнении с балансом энергии стик-слип механизма (см. рис. 32 и 33), можно заключить, что веерный механизм является самым опасным механизмом разрушения на сейсмогенных глубинах земной коры. Он создает подавляющее большинство землетрясений на этих глубинах.

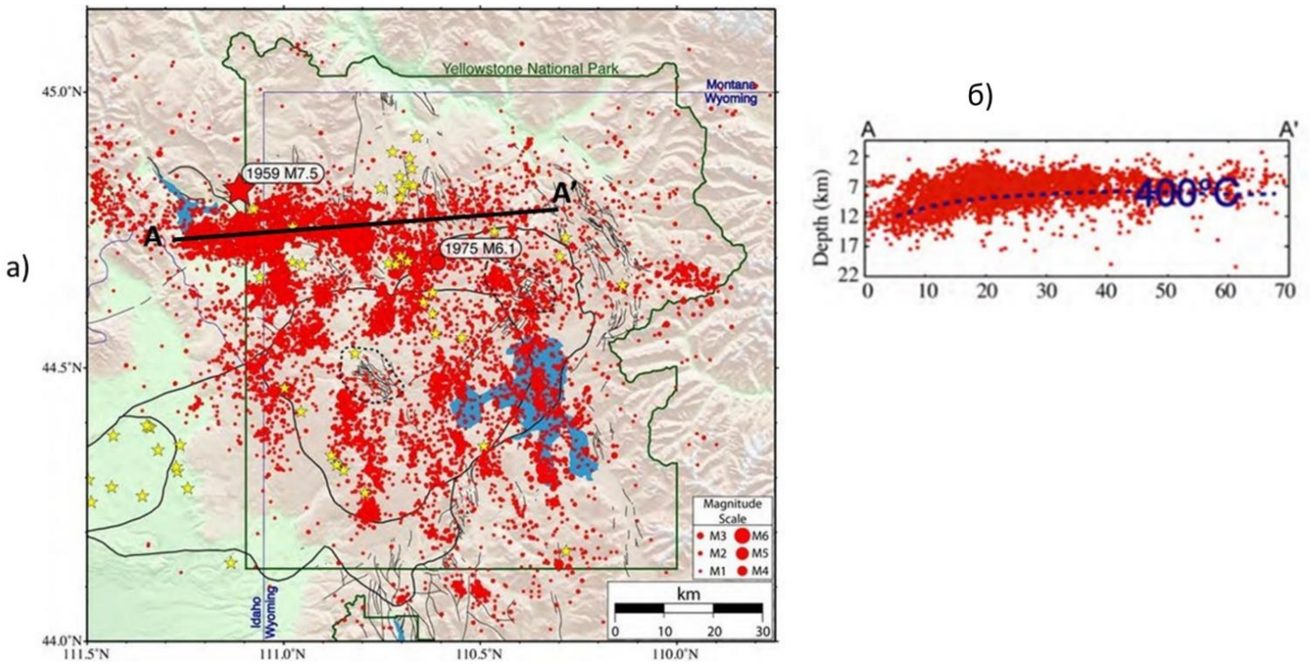


Рис. 40. Карты распределения землетрясений в районе Йеллоустоунского вулкана в плоскости (а) и в разрезе (б) вдоль линии А–А [Smith et al., 2009].

Можно предположить, что веерный механизм является также основным механизмом, вызывающим обильные землетрясения в вулканических районах. Между вулканами и землетрясениями происходит тесное взаимодействие [Smith et al., 2009; Fouch, 2012; Leonard, Liu, 2016]. Вулканы активизируют землетрясения, а землетрясения активизируют вулканы. Вопрос состоит в том, какой механизм землетрясений действует на базе вулканов. Карты распределения землетрясений в районе Йеллоустоунского вулкана на рис. 40 [Smith et al., 2009] показывают, что землетрясения активизируются на сейсмогенных глубинах, типичных для работы веерного механизма. В статье [Tarasov, 2023b] предложена гипотетическая модель создания магмы при землетрясениях, вызванных сверхсдвиговыми и сверхзвуковыми разломами на базе веерного механизма.

Техногенные землетрясения, вызываемые веерным механизмом

Техногенные землетрясения и подземные динамические явления (например, глубинные горные удары) являются результатом человеческой деятельности, вызывающей изменение напряженного состояния в земной коре. Техногенная сейсмичность связана с различными индустриальными процессами, например: горными работами, строительством плотин, масштабных сооружений, подземных газовых хранилищ, извлечением геотермальной энергии, производством гидроразрывов [McGarr et al., 2002; Gibowicz, 2009; Gaucher et al., 2015]. Согласно существующим концептам, техногенная сейсмичность может быть вызвана различными механизмами, например: реактивацией существующих разломов, изменением порового давления, воздействием температуры, геохимическими реакциями и др. Исследования в этих направлениях активно развиваются.

Веерный механизм, как самый опасный механизм разрушения пород на сейсмогенных глубинах, может также вызывать техногенные динамические процессы. Рисунок 41 объясняет возможную роль веерного механизма при создании глубинного землетрясения на базе существующего разлома от воздействия некоторого источника дополнительных напряжений (массивного сооружения), находящегося на поверхности земли. Из-за огромного расстояния от источника дополнительных напряжений до разлома, прирост напряжений на нем составляет небольшую величину. С точки зрения современных представлений для того, чтобы вызвать потерю устойчивости на разломе он должен находиться в напряженном состоянии, близком к предельному, соответствующему фрикционной прочности τ_{fs}. В отличие от этого подхода веерный механизм может вызвать землетрясение при относительно низких напряжениях на разломе.

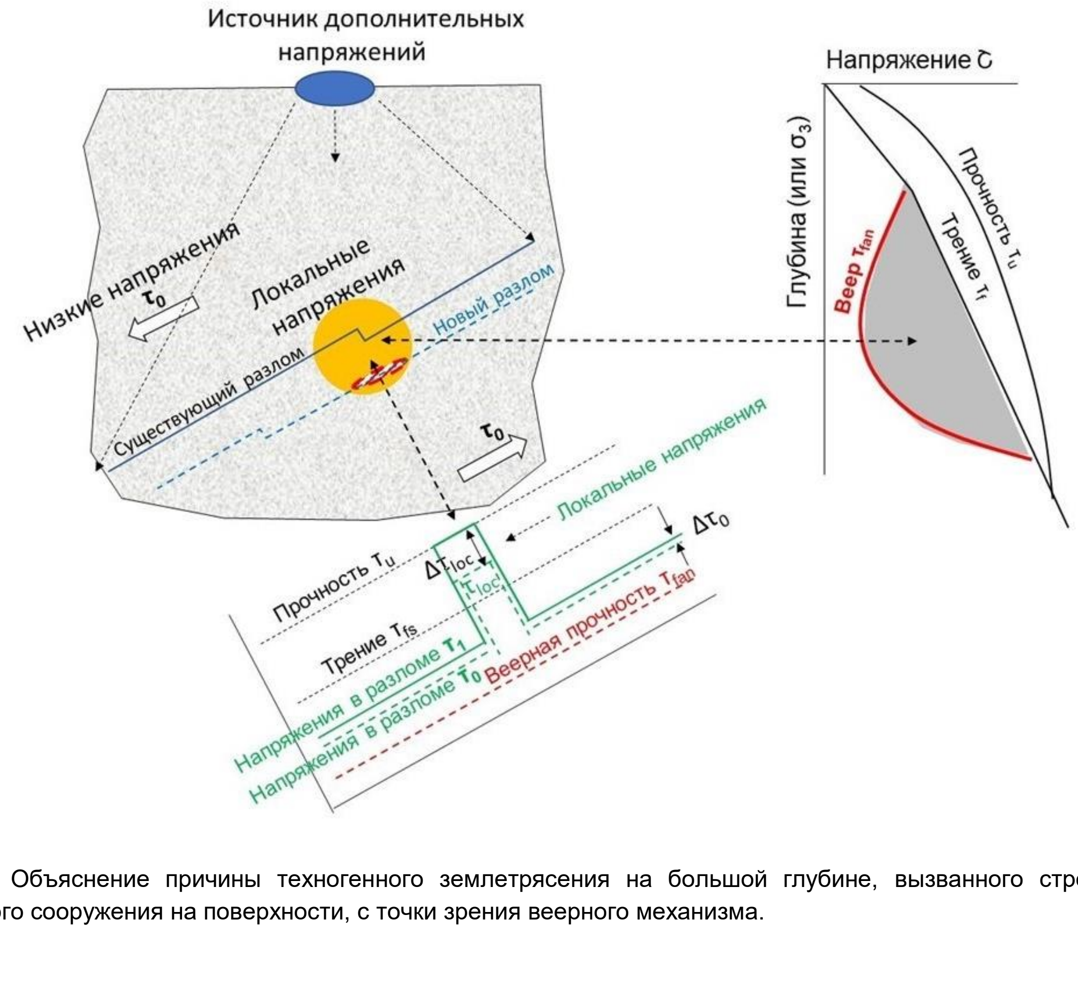


Рис. 41. Объяснение причины техногенного землетрясения на большой глубине, вызванного строительством массивного сооружения на поверхности, с точки зрения веерного механизма.

Прежде всего нужно отметить, что разлом находится на глубине, соответствующей зоне активности веерного механизма. Это иллюстрируется диаграммой «напряжение–глубина» справа на рис. 41. График внизу показывает, что начальное сдвиговое напряжение в массиве и на разломе τ_0 до строительства сооружения существенно ниже фрикционной прочности τ_{fs}. При этом локальное напряжение τ_{loc} в зоне концентрации ниже предела прочности породы τ_u. После строительства сооружения общее напряжение в разломе поднялось на малую величину $\Delta\tau_0$, в отличие от большого прироста локальных напряжений $\Delta\tau_{loc}$ в зоне концентрации. Высокие локальные напряжения, достигшие предела прочности пород, вызовут процесс трещинообразования и формирования веерной структуры. Поскольку сопротивление сдвигу полного веера τ_{fan} ниже уровня приложенных напряжений τ_1, то произойдет спонтанный рост новой динамической трещины и, как следствие, землетрясение.

Создание первого разлома может вызвать формирование последующих разломов. Suckale (2009) отметил, что почти все исследования наведенной сейсмичности на месторождениях углеводородов подтвердили, что землетрясения имеют выраженную тенденцию к образованию кластеров или роев (clusters or swarms). Заметим, что такой характер сейсмичности является типичным для веерного механизма.

Разломы с высокими фильтрационно-емкостными свойствами

Структура трещин, создаваемых веерным механизмом, имеет еще одну важную особенность. Она обладает высокими емкостными и фильтрационными свойствами. Пустотные пространства образуются между структурными плитками при их вращении. Веер может оставлять после себя плиточную структуру с разными углами разворота плиток в зависимости от величины сдвига берегов трещины. На рисунке 42а показаны три разлома с плиточной структурой, наклоненной к плоскости разлома под углами α_t = 70º, 95º, 125º. Здесь приняты следующие обозначения: Δ_{fan} – это размер сдвига берегов трещины, сопровождающегося полным разворотом плиток от α_0 до $-\alpha_0$; d_{fault} – это размер сдвига при частичном развороте плиток. Размер сдвига определяется количеством энергии, накопленной в материале перед разрушением. Фотографии реальных разломов с плиточной структурой, наклоненной под такими же углами, показаны на рис. 42а.

Схема на рис. 42б поясняет особенности образования пустотного пространства. Она показывает, как разворот плиток меняет поперечное сечение межплиточного пространства. На начальной стадии, трещины отрыва и плитки наклонены под углом α_0 и структура очень компактная. Величина начального угла α_0 зависит от вида напряженного состояния и может быть в пределах α_0 = 30º ÷ 40º (Horii, Nemat-Nasser, 1985; Reches, Lockner, 1994). При сдвиге берегов трещины все плитки подвергаются развороту, образуя пустотное пространство. Отношение z между площадью сечения пустотного пространства и площадью сечения структуры в начальной момент ее образования может быть определено из геометрических характеристик, показанных на рис. 42б. Здесь s – расстояние между соседними плитками; w – ширина плиток. Отсюда, $z = (s - w) / s = 1 - \sin\alpha_0$.

Из этого соотношения находим, что наибольшее пустотное пространство может быть образовано при развороте плиток с начальным углом α_0 = 30º до угла α_t = 90º, которое характеризуется величиной z = 0.5. Структура с такой характеристикой обладает высокими емкостными и фильтрационными свойствами. При других сочетаниях данных углов эти свойства структуры сохраняются, но проявляются в меньших значениях. Принимая во внимание тот факт, что веерный механизм может образовывать целые кластеры новых разломов в границах сейсмогенного слоя, такие зоны в земной коре могут служить накопителями и хранителями жидких и газообразных полезных ископаемых.

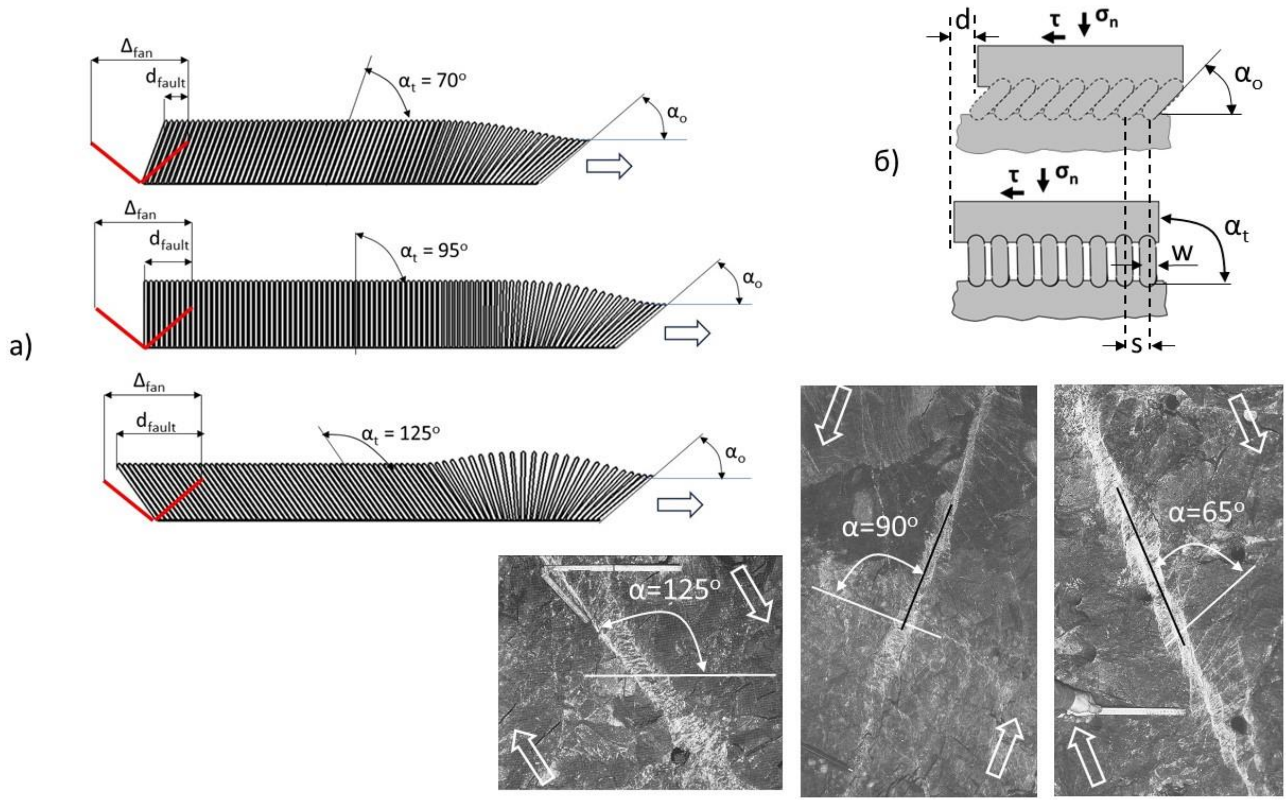


Рис. 42. Принцип образования пустотного пространства в разломах, созданных на базе веерного механизма.

Веерный механизм в сегментированных разломах

В предыдущих разделах мы обсуждали принципы работы веерного механизма в простейших трещинах сдвига, которые распространяются как непрерывные единообразные формирования. В данном разделе будет рассмотрена роль веерного механизма в развитии сложных разломов, представляющих собой сегментированные и мультииерархические композиции.

Для начала напомним основные принципы эволюции сложных трещин сдвига, описанных в работе [Otsuki, Dilov, 2005], по результатам экспериментов, проведенных на образцах горных пород при высоких боковых давлениях σ_3 = 100 МПа. Эти результаты представлены на рис. 43а. Здесь приведены фотографии четырех стадий развития сегментированной трещины, которая растет слева направо. Трещина развивается за счет дистанционного запуска новых сегментов, показанных белыми линиями. Новые сегменты запускаются за счет повышенных напряжений, бегущих впереди трещины, и распространяются в двух направлениях – навстречу предыдущему сегменту и от него. При встрече соседних сегментов они образуют ступень и перекрытую зону компрессионного типа. Otsuki, Dilov [2005] отмечают следующие особенности процесса разрушения:

1. Трещина развивается как мультииерархическая сегментированная формация.
2. Сегментирование, как механизм развития трещины, действует на всех иерархических уровнях.

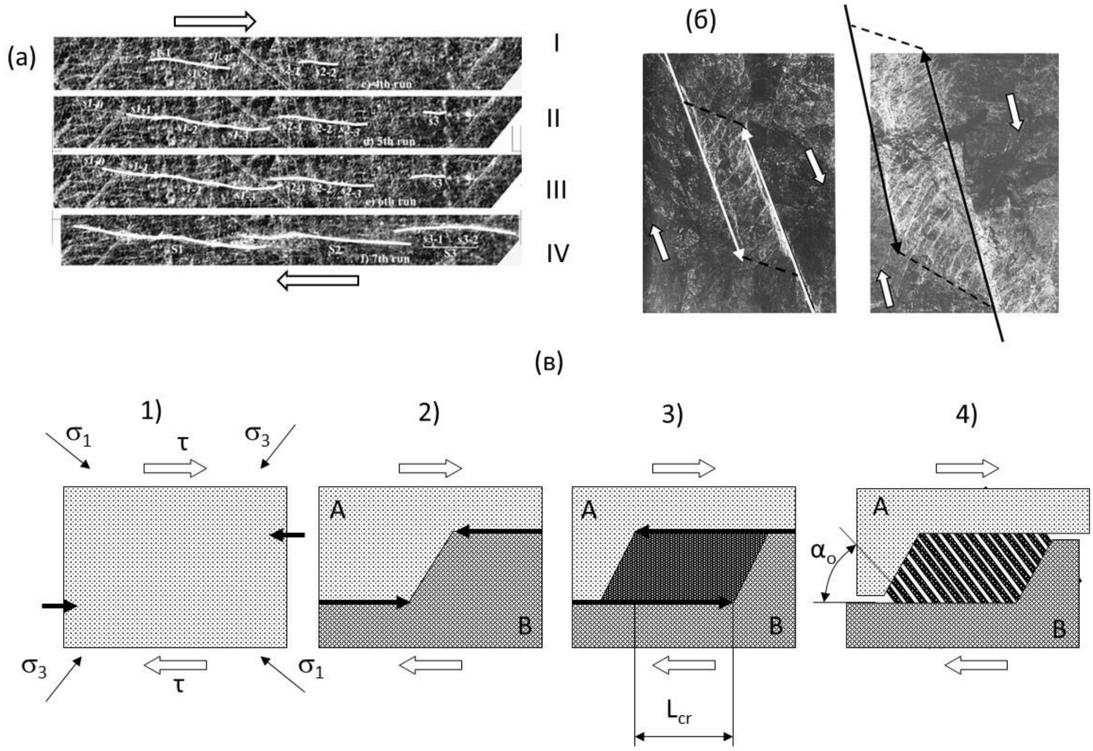


Рис. 43. Принцип образования плиточной структуры в сегментированных разломах. Фотографии взяты из [Ortlepp, 1997; Otsuki, Dilov, 2005].

3. Сегментирование является результатом дистанционного запуска (triggering) нового сегмента.
4. Предыдущий и последующий сегменты развиваются навстречу друг другу и образуют при встрече ступень в виде перекрытой зоны (jog).
5. Ступени компрессионного типа являются типичными для высоких давлений σ_3.
6. Когда несколько сегментов данного иерархического уровня объединяются, то они начинают вести себя как единый сегмент более высокого иерархического уровня.
7. Сегмент более высокого уровня может запускать новый сегмент на большей дистанции.
8. Новый запущенный сегмент стартует как сегмент первого иерархического уровня и далее развивается по описанному выше сценарию.

Поведение породы в компрессионных зонах зависит от прочности пород и от уровня минимального главного напряжения σ_3. У слабых пород эта зона подвергается бесформенному смятию. Поведение прочных пород проиллюстрировано на рис. 43б и в. На фотографиях рис. 43б видна структура компрессионных ступеней, образованных в результате встречи двух сегментов [Ortlepp, 1997]. Эта структура состоит из эшелона пластинок, разделенных трещинами отрыва, и подобна структуре, рассмотренной ранее для простейших трещин сдвига. Однако механизм образования данной структуры иной, как показано на рис. 43в [Tarasov, Ortlepp, 2007].

На схеме изображены четыре стадии встречи сегментов. На стадии 1 показаны направления действия главных и сдвиговых напряжений σ_1, σ_3 и τ, а также фрагменты двигающихся навстречу друг другу сегментов. На стадии 2 порода, включающая приближающиеся сегменты, разделяется на два блока A и B, которые сдвиговыми напряжениями прижимаются друг к другу [Segal, Pollard, 1980]. Высокая сила прижатия обеспечивается благодаря тому, что сопротивление сдвигу вдоль сегментов снижено до значения фрикционной прочности. При дальнейшем росте сегментов такому же высокому сжатию подвергается вся зона перекрытия (стадия 3). Когда достигается критическая длина этой зоны L_{cr}, порода внутри нее разделяется трещинами отрыва на эшелон пластинок, которые могут поворачиваться, обеспечивая сдвиг между блоками. После этого рост сегментов прекращается. Направление трещин отрыва в момент их формирования совпадает с направлением действия максимального главного напряжения σ_1. По отношению к плоскости сдвига начальный угол трещин отрыва составляет $\alpha_o \approx (30° \div 40°)$ по аналогии с обсужденным ранее веерным механизмом.

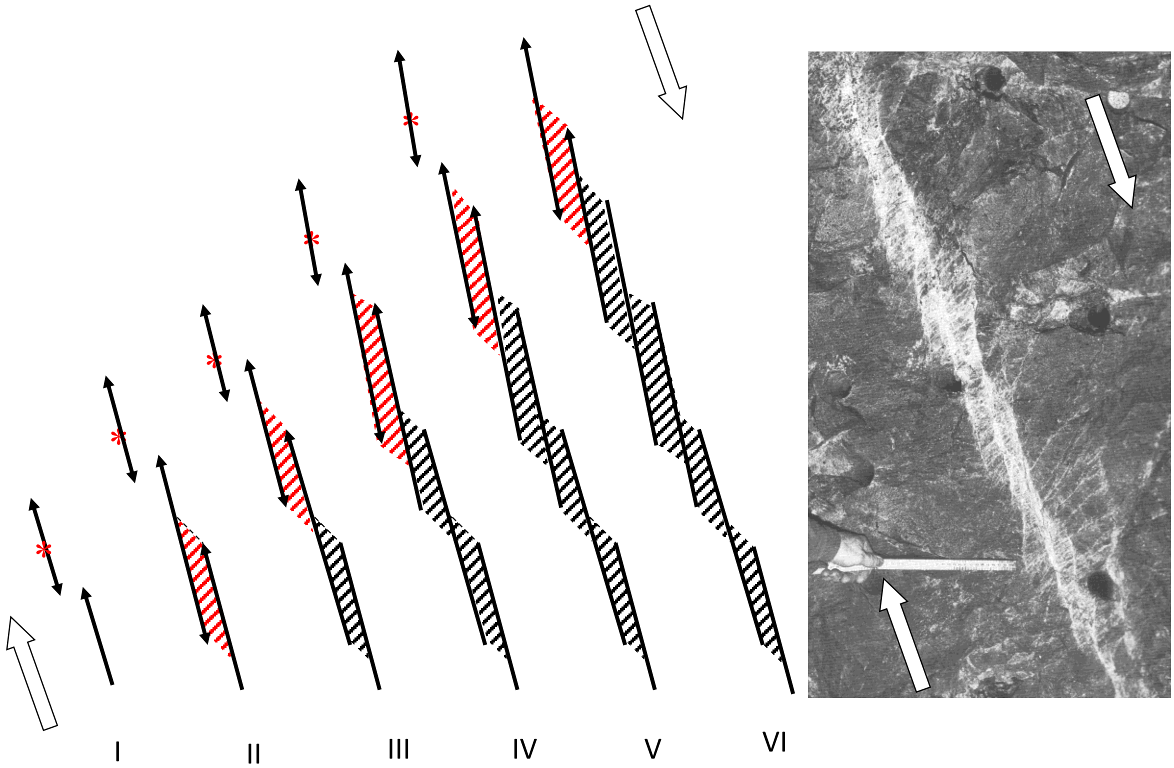


Рис. 44. Принцип формирования каскадных разломов с повышенными фильтрационными и емкостными свойствами. Фотография из [Ortlepp, 1997].

На базе рассмотренного механизма создания пластинчатых блоков, многосегментные трещины могут образовывать многокаскадный разлом более высокого иерархического уровня с пластинчатой внутренней структурой, обладающей повышенными фильтрационно-емкостными свойствами. Фотография такого разлома и принципиальная схема его роста в шести стадиях показаны на рис. 44. Разлом растет снизу вверх. На стадии 1 начальная трещина первого иерархического уровня запускает впереди себя новую трещину, представляющую собой новый сегмент. При встрече на стадии II эти сегменты образуют компрессионную зону, которая разделяется на пластинки на критической стадии развития. Следующий запущенный сегмент при встрече на стадии III создает очередной блок структурных пластинок и т. д. В результате получается разлом более высокого иерархического уровня, состоящий из каскада блоков структурных пластинок.

Важной особенностью развития мультииерархических динамических трещин является то, что они на всех уровнях управляются веерным механизмом. Рисунок 45 поясняет эту ситуацию. На рисунке 45а показаны три иерархических уровня развития разлома по схеме, обнаруженной в экспериментах [Otsuki, Dilov, 2005]. Первый уровень представлен трещинами, управляемыми простейшей веерной структурой, которая детально обсуждалась выше. В результате процесса сегментирования создается трещина сдвига второго иерархического уровня, где веер формируется на базе пластинчатых блоков, включенных в структуру трещины. Угол наклона пластинок в голове этой трещины меняется от α_0 до $-\alpha_0$, создавая веер каскадного типа (показан красным цветом). На третьем иерархическом уровне соблюдается тот же принцип. Необходимо подчеркнуть, что каскадный веер обладает теми же феноменальными свойствами, что и проанализированные ранее свойства простейшего веера.

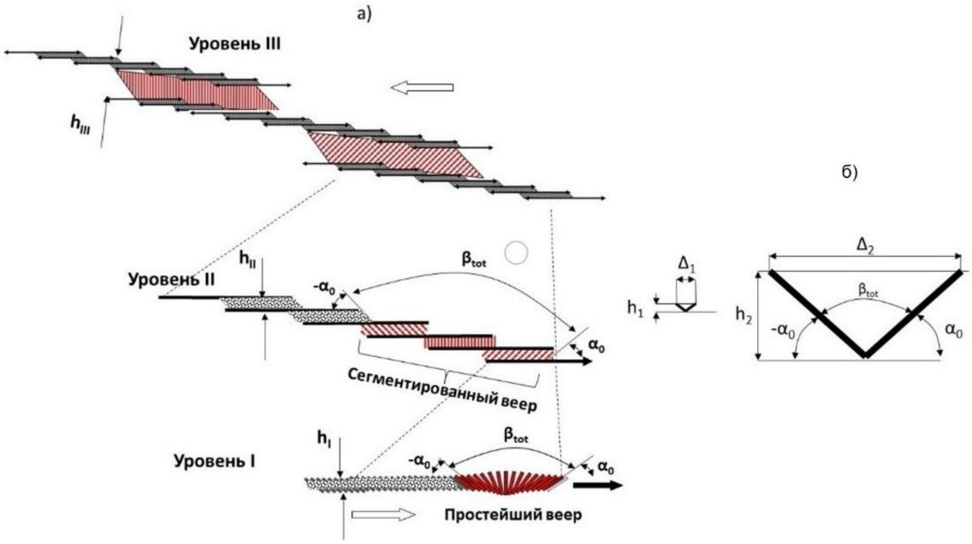


Рис. 45. Принцип образования веерной структуры в сегментированных разломах.

Следует заметить, что полный веер может быть сформирован при условии достаточной величины сдвига Δ между берегами трещины. На рисунке 45б показано, что эта величина зависит от толщины трещины h. Для тонкой трещины толщиной h_1 достаточно малого сдвига Δ_1, а для толстой трещины h_2 необходим большой сдвиг Δ_2. Поэтому тонкие трещины с большей вероятностью управляются полным веером по сравнению с толстыми трещинами, где неполный веер может оставлять пластинчатую структуру, расположенную под большим углом σ_t. Чем ближе этот угол к 90º, тем выше фильтрационные и емкостные свойства разлома. Кроме того, абсолютная величина пустотного пространства в пластинчатой структуре, расположенной под углом 90º, выше у толстого разлома по сравнению с тонким.

Веерный механизм вместо гидроразрыва для создания трещин с большой проницаемостью

До сих пор мы рассматривали веерный механизм как самый опасный механизм разрушения, действующий на сейсмогенных глубинах земной коры и создающий подавляющее большинство землетрясений. Землетрясения – это опасные природные явления, которые принесли множество бед человечеству. Но веерный механизм может сослужить и полезную службу, если научиться управлять им. Зная природу этого механизма можно, например, предсказывать и предотвращать техногенные динамические явления в разных ситуациях. Другой аспект применения веерного механизма состоит в том, что он может быть активизирован искусственно для различных целей. В данном разделе мы обсудим возможность использования веерного механизма вместо гидроразрыва для создания трещин с высокой проницаемостью.

Гидроразрыв в настоящее время широко применяется для создания высокопроводимой трещины в целевом пласте для обеспечения притока добываемого флюида (газа, нефти, воды, конденсата) к забою скважины. Методика гидроразрыва, положительные и отрицательные стороны его применения хорошо известны [Христианович, 1960; Koplos et al., 2014]. Здесь мы отметим только некоторые особенности этого метода, которые исключаются при создании трещин веерным механизмом.

Сущность метода гидравлического разрыва пласта заключается в том, что на забое скважины путем закачки вязкой жидкости (содержащей химические реагенты, песок или другие проппанты) создаются высокие давления, превышающие в 1.5–2 раза пластовое давление, в результате чего пласт расслаивается и в нем образуются трещины. Гидравлический разрыв пласта проводится при давлениях, доходящих до 100 МПа, с большим расходом жидкости и энергии при использовании сложной и многообразной техники. Трещина растет только при создании в ней гидравлического давления. Использование проппантов необходимо для удержания трещины открытой после сброса гидравлического давления. После гидроразрывов остаются реагенты, что наносит значительный ущерб окружающей среде.

Феноменальная особенность веерного механизма состоит в том, что после создания первичной веерной структуры (этот вопрос рассмотрен дальше) трещина распространяется в цельной породе спонтанно за счет внутренней энергии, содержащейся в разрушаемой породе. Естественные сдвиговые напряжения в разрушаемом пласте, достаточные для развития трещины, могут быть на порядок ниже фрикционной прочности на данной глубине. Образующаяся трещина обладает невозвратными высокими фильтрационными свойствами без добавки проппантов.

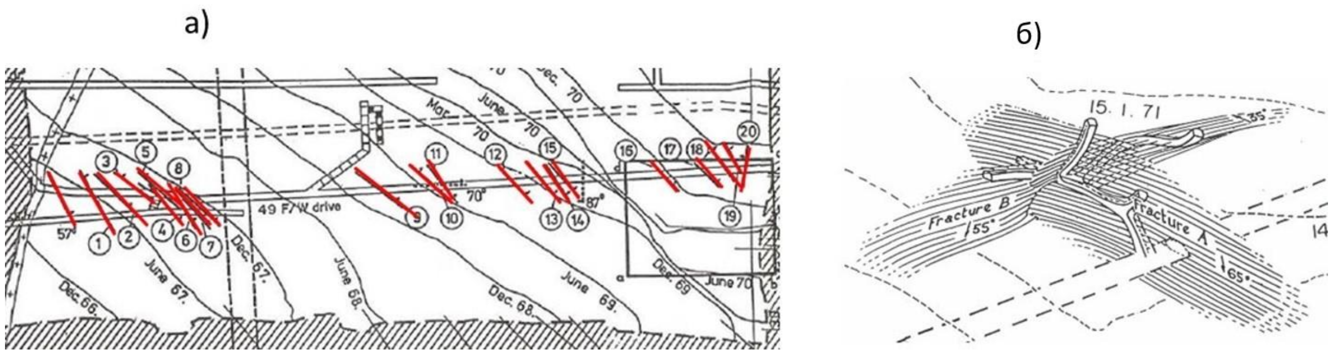


Рис. 46. а – Красными линиями показаны динамические разломы в цельных породах, которые образовывались при продвижении горных работ, б – общий вид таких динамических разломов.

Иллюстрация того, что динамические трещины сдвига, управляемые веерным механизмом, могут быть неминуемо активизированы при создании соответствующих условий, приведена на рис. 46а. Здесь показана схема глубокой выработки в Южной Африке, где глубинные горные удары, вызванные развитием спонтанных трещин сдвига (shear rupture rockburst), являются типичным явлением. Красные линии здесь обозначают такие трещины, которые возникают по мере продвижения горных работ. Общий вид этих трещин показан на рис. 46б.

Теперь обсудим вопрос о том, как можно активизировать такие трещины искусственно. Здесь следует взять на вооружение опыт активизации спонтанных сверхсдвиговых и сверхзвуковых трещин в лабораторных экспериментах [Griffith et al., 2009; Ngo et al., 2012]. Эксперименты проводились на образцах хрупких материалов, включающих плоскость раздела, которая была склеена хрупким клеем, сходным по свойствам с основным материалом, но немного слабее (рис. 47а). В образце посередине плоскости раздела сверлилось сквозное отверстие малого диаметра и вставлялся медный стержень диаметром 1 μм (показано красным). После создания сдвиговых напряжений τ путем приложения нагрузки P, на медный стержень подавалось высокое электрическое напряжение, которое вызывало взрыв стержня. Этот взрыв активизировал спонтанную трещину, которая распространялась от скважины в обе стороны с экстремальными скоростями даже при аномально низких сдвиговых напряжениях.

Изучение поверхностей разрушения показал, что они испещрены параллельными трещинами отрыва через всю плоскость, как показано на рис. 47б. Анализ подобных экспериментов приводит к однозначному выводу, что разрушение данных образцов осуществлялось веерным механизмом. Принципиальная схема работы веерного механизма в таких условиях показана на рис. 47в.

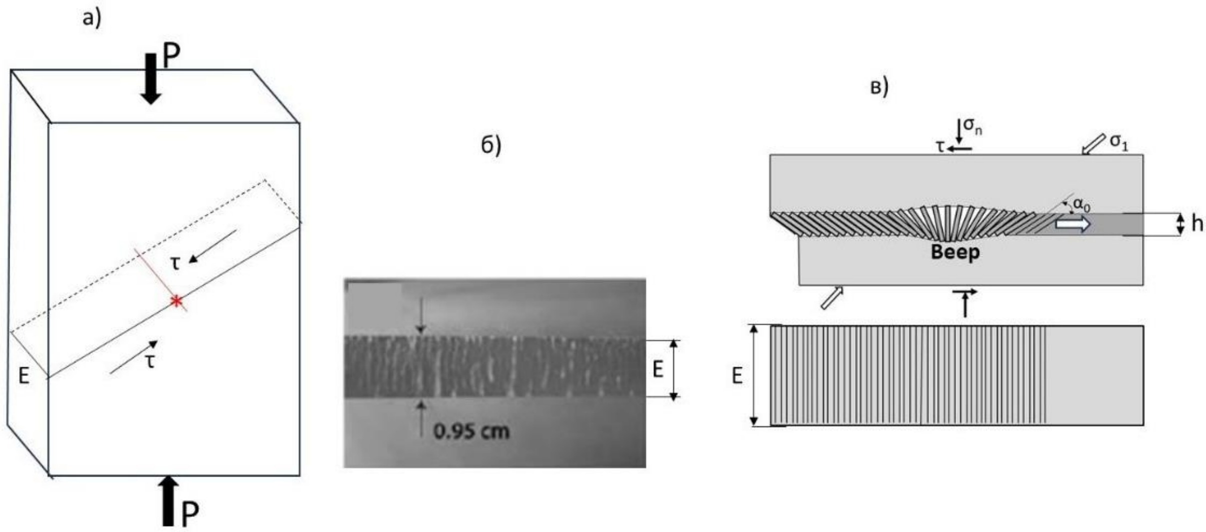


Рис. 47. Принцип активизации спонтанных экстремальных трещин сдвига, управляемых веерным механизмом, в лабораторных условиях.

Можно предположить, что подобный метод активизации веерного механизма на больших глубинах в пределах сейсмогенного слоя также возможен путем взрыва на изолированном нижнем участке скважины, как показано на рис. 48а. Одновременные взрывы на нескольких скважинах могут оказаться более предпочтительными для некоторых целей.

Использование веерного механизма для создания высокопроводных трещин сдвига на больших глубинах может оказаться ***незаменимым*** при строительстве петротеплоэлектростанций (ПетроТЭС). Дело в том, что для таких станций вода, подаваемая через нагнетательную скважину в подземный коллектор, должна возвращаться на поверхность через эксплуатационную скважину в виде пара (см. схему на рис. 48б). Необходимые для этого температуры в 250–280 ºС обычно находятся на глубинах около 10 км [Гнатусь, Хуторской, 2010]. Создание коллектора в прочных породах, находящихся на этих глубинах, методом гидроразрыва весьма проблематично. Для этого понадобится очень высокое гидравлическое давление вплоть до 300 МПа. Веерный же механизм на этих глубинах работает с высокой эффективностью в прочнейших породах и может создавать необходимые разломы (коллекторы) с минимальными затратами.

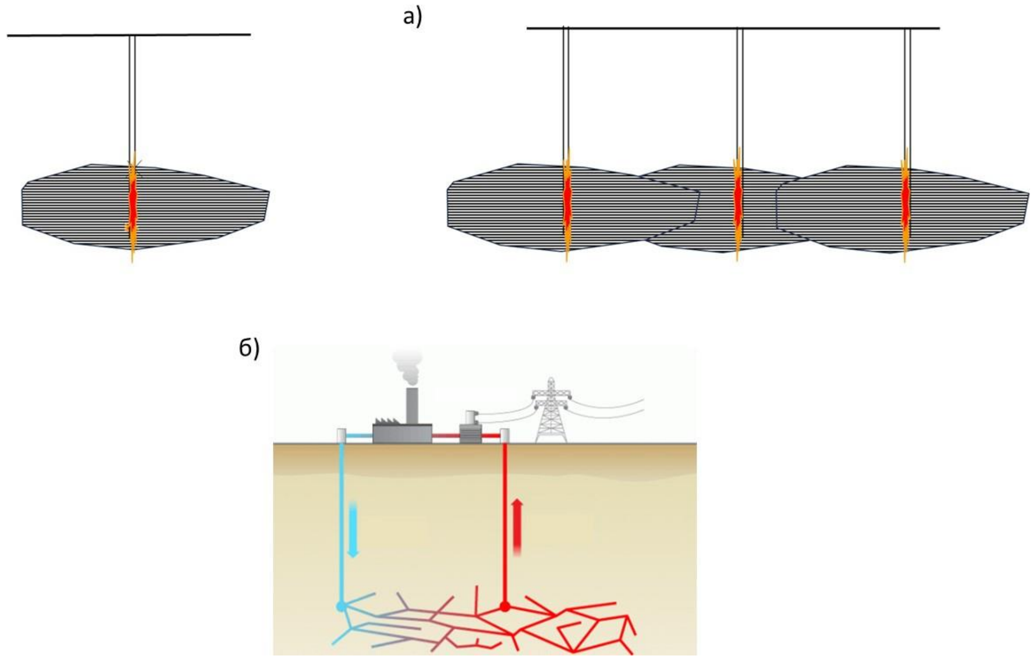


Рис. 48. Возможные схемы создания коллекторов на больших глубинах путем активизации веерного механизма локальными взрывами. Эти коллекторы могут быть использованы для создания петротеплоэлектростанций и для увеличения нефтеотдачи трудноизвлекаемых запасов.

Для освоения метода создания разломов на базе веерного механизма необходимы специальные исследования, включающие лабораторные и натурные эксперименты, в том числе создание испытательных машин нового поколения, которые обсуждались на рис. 8. После разработки экономичных технологий по созданию глубоких скважин и высокопроводных глубинных разломов (коллекторов), появится реальная возможность реализовать в широком масштабе давние задумки российских и зарубежных ученых об извлечении тепловой энергии, практически неисчерпаемых петротермальных ресурсов Земли [Дядькин, 1974, 1989; Lund, Freeston, 2000; Гнатусь, Хуторской, 2010]. На Всемирных геотермальных конгрессах, состоявшихся в 2000 г. в Японии и в 2005 г. в Турции, отмечалось, что использование тепла Земли станет одним из магистральных направлений в энергетике третьего тысячелетия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что общепринятое сегодня понимание основного механизма землетрясений, как динамического сдвига по существующим разломам, является необоснованным. Это понимание базируется на убеждении, что существующие разломы представляют слабейшие элементы структуры земной коры. В статье приведены экспериментальные результаты, которые демонстрируют, что цельные прочные породы при высоких давлениях, соответствующих сейсмогенным глубинам, могут разрушаться ранее неизвестным веерным механизмом при сдвиговых напряжениях существенно меньших фрикционной прочности существующих разломов. Этот же механизм делает прочные породы суперхрупкими на сейсмогенных глубинах.

Проанализированы физические основы работы веерного механизма и показано, что он обладает целым рядом феноменальных свойств, например:

– сопротивлением сдвига близким к нулю;

– является мощным усилителем низких приложенных сдвиговых напряжений до значений, превышающих исходную прочность пород;

– создает условие самодисбаланса, что вызывает спонтанное разрушение даже при низких приложенных напряжениях;

– обеспечивает баланс энергии разрушения, позволяющий достигать сверхзвуковые скорости роста трещин;

– создает разломы с высокими фильтрационно-емкостными свойствами.

Такие особенности веерного механизма делают его самым опасным механизмом разрушения в земной коре и создателем подавляющего большинства землетрясений. В статье показано, что веерный механизм может быть использован в практических целях, например, для создания коллекторов высокой проницаемости на больших глубинах для петротеплоэлектростанций и для увеличения нефтеотдачи трудноизвлекаемых запасов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Гнатусь Н.А., Хуторской М.Д. Перспективы извлечения и использования тепла «сухих горных пород» – петротермальная энергетика России // Вестник РУДН, серия Экология и безопасность жизнедеятельности. 2010. № 4. С. 29–40.

Дядькин Ю.Д. Теплообмен в глубоких скважинах и зонах фильтрации при извлечении тепла сухих горных пород. Л.: Наука, 1974. 38 с.

Дядькин Ю.Д. Разработка геотермальных месторождений. М.: Недра, 1989. 228 с.

Киссин И.Г. Флюиды в земной коре: геофизические и тектонические аспекты. М.: Наука, 2015. 328 с.

Кочарян Г.Г. Геомеханика разломов. М.: ГЕОС, 2016. 424 с.

Петухов И.М., Линьков А.М. Механика горных ударов и выбросов. М.: Недра, 1983. 279 с.

Попков В.И. Разломы земной коры: не только каналы миграции, но и зоны аккумуляции нефти и газа // Геология, география и глобальная энергия. 2012. № 3 (46). С. 23–28.

Соболев Г.А., Пономарев А.В. Физика землетрясений и предвестники. М.: Наука, 2003. 270 с.

Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г. Прочность горных пород и устойчивость выработок на больших глубинах. М.: Недра, 1985. 271 с.

Ставрогин А.Н., Тарасов Б.Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. СПб.: Наука, 2001. 343 с.

Христианович С.А. Исследования механизма гидравлического разрыва пласта // Труды Института геологии и разработки горючих ископаемых. Т. 2: Материалы по разработке нефтяных и газовых месторождений. М., 1960. С. 159–165.

Abercrombie R.E., Rice J.R. Can observations of earthquake scaling constrain slip weakening? // Geophysical Journal International. 2005. Vol. 162. P. 406–424. doi:10.1111/j.1365-246X.2005.02579.x.

Albaric J., Déverchère J., Petit C., Perrot J., Le Gall B. Crustal rheology and depth distribution of earthquakes: Insights from the central and southern East African Rift System // Tectonophysics. 2009. Vol. 468. P. 28–41. doi:10.1016/j.tecto.2008.05.021.

Archuleta R.J. A faulting model for the 1979 Imperial Valley earthquake // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1984. Vol. 89. P. 4559–4585. doi:10.1029/JB089iB06p04559.

Ben-David O., Rubinstein S.M., Fineberg J. Slip-stick and the evolution of frictional strength // Nature. 2010. Vol. 463. P. 76–79. doi:10.1038/nature08676.

Bizzarri A., Spudich P. Effects of supershear rupture speed on the high-frequency content of *S* waves investigated using spontaneous dynamic rupture models and isochrone theory // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2008. Vol. 113. B05304. doi:10.1029/2007JB005146.

Bouchon M., Bouin M., Karabulut H., Toksoz M.N., Dietrich M., Rosakis A.J. How fast is rupture during an earthquake? New insights from the 1999 Turkey earthquake // Geophysical Research Letters. 2001. Vol. 28. P. 2723–2726. doi:10.1029/2001GL013112.

Broberg K.B. Cracks and fracture. Academic Press, San Diego, 1999. doi:10.1016/B978-0-12-134130-5.X5000-4.

Brown S.R. Frictional heating on faults: Stable sliding versus stick slip // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1998. Vol. 103. P. 7413–7420. doi:10.1029/98JB00200.

Brace W.F., Byerlee J.D. Stick-slip as a mechanism for earthquakes // Science. 1966. Vol. 153. P. 990–992. doi:10.1126/science.153.3739.990.

Brace W.F., Kohlstedt D. Limits on lithospheric stress imposed by laboratory experiments // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6248–6252. doi:10.1029/JB085iB11p06248.

Brodsky E.E., Kanamori H. Elastohydrodynamic lubrication of faults // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2000. Vol. 106. P. 16357–16374. doi:10.1029/2001JB000430.

Byerlee J.D. Friction of rocks // Pure and Applied Geophysics. 1978. Vol. 116. P. 615–626. doi:10.1007/BF00876528.

Cook N.G.W. The failure of rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts. 1965. Vol. 2. P. 389–403. doi:10.1016/0148-9062(65)90004-5.

Déverchère J., Petit C., Gileva N., Radziminovitch N., Melnikova V., San'kov V. Depth distribution of earthquakes in the Baikal rift system and its implications for the rheology of the lithosphere // Geophysical Journal International. 2001. Vol. 146. P. 714–730. doi:10.1046/j.0956-540x.2001.1484.484.x.

Dieterich J.H. Modeling of rock friction: 1. Experimental results and constitutive equations // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1979. Vol. 84. P. 2161–2168. doi:10.1029/JB084iB05p02161.

Ellsworth W., Chiaraluce L. Supershear during nucleation of the 2009 M 6.3 L'Aquila, Italy Earthquake // Eos Transactions. AGU. 2009. Vol. 90 (52). Abstract U13B–0068.

Fouch M.J. The Yellowstone hotspot: plume or not? // Geology. 2012. Vol. 40. P. 479–480. doi:10.1130/focus052012.1.

Freund L.B. Dynamic fracture mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

Gaucher E., Schoenball M., Heidbach O., Zang A., Fokker P.A., van Wees J.-D., Kohl T. Induced seismicity in geothermal reservoirs: a review of forecasting approaches // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2015. Vol. 52. P. 1473–1490. doi:10.1016/j.rser.2015.08.026.

Gibowicz S.J. Seismicity induced by mining: recent research // Advances in Geophysics. 2009. Vol. 51. P. 1–53. doi:10.1016/S0065-2687(09)05106-1.

Gori M., Rubino V., Rosakis A.J., Lapusta N. Pressure shock fronts formed by ultra-fast shear cracks in viscoelastic materials // Nature Communications. 2018. Vol. 9. 4754. doi:10.1038/s41467-018-07139-4.

Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. 1921. Vol. 221. P. 163–198. doi:10.1098/rsta.1921.0006.

Griffith W.A., Rosakis A., Pollard D.D., Ko C.W. Dynamic rupture experiments elucidate tensile crack development during propagating earthquake ruptures // Geology. 2009. Vol. 37. P. 795–798. doi:10.1130/G30064A.1.

Heaton T.H. Evidence for and implications of self-healing pulses of slip in earthquake rupture // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1990. Vol. 64. P. 1–20. doi:10.1016/0031-9201(90)90002-F.

Horii H., Nemat-Nasser S. Compression-induced micro-crack growth in brittle solids: axial splitting and shear failure // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1985. Vol. 90. P. 3105–3125. doi:10.1029/JB090iB04p03105.

King G.C.P., Sammis C.G. The mechanisms of finite brittle strain // Pure and Applied Geophysics. 1992. Vol. 138. P. 611–640. doi:10.1007/BF00876341.

Kirby S. Tectonic stress in the lithosphere: Constraints provided by the experimental deformation of rock // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6353–6363. doi:10.1029/JB085iB11p06353.

Kirby S.H., Raleigh C.B. Mechanisms of high-temperature, solid-state flow in minerals and ceramics and their bearing on the creep behaviour of the mantle // Tectonophysics. 1973. Vol. 19. P. 165–194. doi:10.1016/0040-1951(73)90038-3.

Kohlstedt D.L., Evans B., Mackwell S.J. Strength of the lithosphere: constraints imposed by laboratory experiments // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1995. Vol. 100. P. 17589–17602. doi:10.1029/95JB01460.

Koplos J., Tuccillo M.E., Ranalli B. Hydraulic fracturing overview: How, where, and its role in oil and gas // Journal American Water Works Association. 2014. Vol. 106. P. 38–56. doi:10.5942/jawwa.2014.106.0153.

Lachenbruch A.H. Frictional heating, fluid pressure, and the resistance to fault motion // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6097–6112. doi:10.1029/JB085iB11p06097.

Lachenbruch A.H., Sass J.H. Heat flow and energetic of the San Andreas fault zone // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6185–6222. doi:10.1029/JB085iB11p06185.

Leonard T., Liu L. The role of a mantle plume in the formation of Yellowstone volcanism // Geophysical Research Letters. 2016. Vol. 43. P. 1132–1139. doi:10.1002/2015GL067131.

Lu X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes // Proceedings of the National Academy of Science USA. 2007. Vol. 104. P. 18931–18936. doi:10.1073/pnas.070426810.

Lu X., Rosakis A.J., Lapusta N. Rupture modes in laboratory earthquakes: Effect of fault prestress and nucleation condition. Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2010. Vol 115. B12302. doi:10.1029/2009JB006833.

Lund J.W., Freeston D.H. World-wide direct uses of geothermal energy 2000 // Geothermics. 2000. Vol. 30. P. 29–68. doi:10.1016/S0375-6505(00)00044-4.

Maggi A., Jackson J.A., McKenzie D., Priestley K. Earthquake focal depths, effective elastic thickness, and the strength of the continental lithosphere // Geology. 2000. Vol. 28. P. 495–498. doi:10.1130/0091-7613(2000)28<495:EFDEET>2.0.CO;2.

McGarr A., Simpson D., Seeber L. Case histories of induced and triggered seismicity // International Geophysics. 2002. Vol. 81, Part A. P. 647–661. doi:10.1016/S0074-6142(02)80243-1.

McGarr A., Pollard D., Gay N.C., Ortlepp W.D. Observations and analysis of structures in exhumed mine-induced faults // U.S. Geological Survey Open File Report. 1979. No. 79–1239. P.101–120.

McKenzie D., Brune J. Melting on fault planes during large earthquakes // Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. 1972. Vol. 29. P. 65–78. doi:10.1111/j.1365-246X.1972.tb06152.x.

Melosh H.J. Dynamical weakening of faults by acoustic fluidization // Nature. 1996. Vol. 379. P. 601–606. doi:10.1038/379601a0.

Needleman A. An analysis of intersonic crack growth under shear loading // Journal of Applied Mechanics. 1999. Vol. 66. P. 847–857. doi:10.1115/1.2791788.

Ngo D., Huang Y., Rosakis A., Griffith W.A., Pollard D. Off-fault tensile cracks: A link between geological fault observations, lab experiments, and dynamic rupture models // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2012. Vol. 117. B01307. doi:10.1029/2011JB008577.

Noda H., Dunham E.M., Rice J.R. Earthquake ruptures with thermal weakening and the operation of major faults at low overall stress levels // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2009. Vol. 114. B07302. doi:10.1029/2008JB006143.

Ohnaka M., Shen L.-F. Scaling of the shear rupture process from nucleation to dynamic propagation: Implications of geometric irregularity of the rupturing surface // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1999. Vol. 104 (B1). P. 817–844. doi:10.1029/1998JB900007.

Ortlepp W.D. Rock fracture and rockbursts. The South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, 1997. 98 p.

Ortlepp W.D., Armstrong R., Ryder J.A., O'Connor D. Fundamental study of micro-fracturing on the slip surface of mine-induced dynamic brittle shear zones // Proceedings of the 6th International symposium on Rockburst and Seismicity in Mines / Potvin Y., Hudyma M. (Eds.). Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2005. P. 229–237. doi:10.36487/ACG_repo/574_20.

Otsuki K., Dilov T. Evolution of hierarchical self-similar geometry of experimental fault zones: Implications for seismic nucleation and earthquake size // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2005. Vol. 110. B03303. doi:10.1029/2004JB003359.

Peng S., Johnson A.M. Crack growth and faulting in cylindrical specimens of Chelmsford granite // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstract. 1972. Vol. 9. P. 37–86. doi:10.1016/0148-9062(72)90050-2.

Perrin G., Rice J.R., Zheng G. Self-healing slip pulse on a frictional surface // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1995. Vol. 43. P. 1461–1495. doi:10.1016/0022-5096(95)00036-I.

Reches Z., Lockner D.A. Nucleation and growth of faults in brittle rocks // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1994. Vol. 99. P. 18159–18173. doi:10.1029/94JB00115.

Rice J.R. New perspectives on crack and fault dynamics. Springer, Dordrecht,2001. doi:10.1007/0-306-46956-1_1.

Rice J.R. Heating and weakening of faults during earthquake slip // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2006. Vol. 111. B05311. doi:10.1029/2005JB004006.

Rosakis A.J., Xia K., Lykotrafitis G., Kanamori H. Dynamic shear rupture in frictional interfaces: speeds, directionality, and modes // Treatise on Geophysics / Schubert G. (Ed.). Elsevier, Amsterdam, 2007. Vol. 4. P. 183–213. doi:10.1016/B978-0-444-53802-4.00072-5.

Rubino V., Rosakis A.J., Lapusta N. Understanding dynamic friction through spontaneously evolving laboratory earthquakes // Nature Communications. 2017. Vol. 8. 15991. doi:10.1038/ncomms15991.

Rubinstein S.M., Cohen G., Fineberg J. Detachment fronts and the onset of dynamic friction // Nature. 2004. Vol. 430. P. 1005–1009. doi:10.1038/nature02830.

Ruina A. Slip instability and state variable friction laws // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1983. Vol. 88. P. 10359–10370. doi:10.1029/JB088iB12p10359.

Segall P., Pollard D.D. The mechanics of discontinuous faults // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 4337–4250. doi:10.1029/JB085iB08p04337.

Scholz C.H. Earthquakes and friction laws // Nature. 1998. Vol. 391. P. 37–42. doi:10.1038/34097.

Scholz C.H. The mechanics of earthquakes and faulting. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

Sibson R.H. Interactions between temperature and fluid pressure during earthquake faulting–A mechanism for partial or total stress relief // Nature. 1973. Vol. 243. P. 66–68. doi:10.1038/physci243066a0.

Silva V., Yepes-Estrada C., Weatherill G. Part Three: Hazard specific risk assessment – earthquake. In book: Words into action guidelines national disaster risk assessment // Words into Action Guidelines National Disaster Risk Assessment / Safaie S. (Ed.). United Nations International Strategy for Disaster Risk Reduction, Geneva, Switzerland, 2017.

Smith R.B., Jordan M., Steinberger B., Puskas C.M., Farrell J., Waite G.P., Husen S., Chang W.-L., O'Connell R. Geodynamics of the Yellowstone hotspot and mantle plume: Seismic and GPS imaging, kinematics, and mantle flow // Journal of Volcanology and Geothermal Research. 2009. Vol. 188. P. 26–56. doi:10.1016/j.jvolgeores.2009.08.020.

Suckale J. Induced seismicity in hydrocarbon fields // Advances in Geophysics. 2009. Vol. 51. P. 55–106. doi:10.1016/S0065-2687(09)05107-3.

Tarasov B.G. Intersonic shear rupture mechanism // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2008. Vol. 45. P. 914–928. doi:10.1016/j.ijrmms.2007.10.002.

Tarasov B.G. Superbrittleness of rocks at high confining pressure // Deep Mining 2010: Proceedings of the Fifth International Seminar on Deep and High Stress Mining. Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2010. P. 119–133. doi:10.36487/ACG_repo/1074_08.

Tarasov B.G. Universal scale of brittleness for rocks failed at compression // Proceedings of the 13th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics. Melbourne, Australia, 2011. Vol. 2. P. 669–673.

Tarasov B.G. Depth distribution of lithospheric strength determined by the self-unbalancing shear rupture mechanism // Proceedings of the ISRM International Symposium – Eurock 2013. Wroclaw, Poland, 2013. P.165–170. doi:10.1201/b15683-25.

Tarasov B.G. Hitherto unknown shear rupture mechanism as a source of instability in intact hard rocks at highly confined compression // Tectonophysics. 2014. Vol. 621. P. 69–84. doi:10.1016/j.tecto.2014.02.004.

Tarasov B.G. Shear fractures of extreme dynamics // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2016. Vol. 49. P. 3999–4021. doi:10.1007/s00603-016-1069-y.

Tarasov B.G. Shear ruptures of extreme dynamics in laboratory and natural conditions // Deep Mining 2017: Proceedings of the Eighth Conference on Deep and High Stress Mining. Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2017. P. 3–50. doi:10.36487/ACG_rep/1704_0.1_Tarasov.

Tarasov B.G. Dramatic weakening and embrittlement of intact hard rocks in the earth's crust at seismic depths as a cause of shallow earthquakes // Earth crust / Nawaz M., Sattar F., Kundu S.N. (Eds.). IntechOpen, 2019. doi:10.5772/intechopen.85413.

Tarasov B.G. New physics of supersonic ruptures // Deep Underground Science and Engineering. 2023a. Vol. 2. P. 207–244. doi:10.1002/dug2.12050.

Tarasov B.G. Fan-hinged shear instead of frictional stick-slip as the main and most dangerous mechanism of natural, induced and volcanic earthquakes in the earth's crust // Deep Underground Science and Engineering. 2023b. Vol. 2. P. 305–336. doi:10.1002/dug2.12052.

Tarasov B.G., Ortlepp W.D. Shock loading-unloading mechanism in rockburst shear fractures in quartzite causing genesis of polyhedral sub-particles in the fault gouge // Proceeding of the Fourth International Seminar on Deep and High Stress Mining, Australia, 2007. P. 183–192. doi:10.36487/ACG_repo/711_12.

Tarasov B.G., Randolph M.F. Frictionless shear at great depth and other paradoxes of hard rocks // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2008. Vol. 45. P. 316–328. doi:10.1016/j.ijrmms.2007.06.001.

Tarasov B.G., Randolph M.F. Superbrittleness of rocks and earthquake activity // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2011. Vol. 48. P. 888–898. doi:10.1016/j.ijrmms.2011.06.013.

Tarasov B.G., Guzev M.A. New insight into the nature of size dependence and the lower limit of rock strength // Proceeding of the 8th International Symposium on Rockbursts and Seismicity in Mines. St. Petersburg, Moscow, 2013. Vol. 1. P. 31–40.

Tarasov B.G., Potvin Y. Universal criteria for rock brittleness estimation under triaxial compression // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2013. Vol. 59. P. 57–69. doi:10.1016/j.ijrmms.2012.12.011.

Tarasov B.G., Randolph M.F. Improved concept of lithospheric strength and earthquake activity at shallow depths based upon the fan-head dynamic shear rupture mechanism // Tectonophysics. 2016. Vol. 667. P. 124–143. doi:10.1016/j.tecto.2015.11.016.

Tarasov B.G., Sadovskii V.M. Modeling of fan formation in a shear rupture head on the basis of singular solutions of plane elasticity // AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 1773. P. 080006-1–080006-7. doi:10.1063/1.4964990.

Tarasov B.G., Stacey T.R. Features of the energy balance and fragmentation mechanisms at spontaneous failure of class I and class II rock // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2017. Vol. 50. P. 2563–2584 doi:10.1007/s00603-017-1251-x.

Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.B. Analysis of fan waves in a laboratory model simulating the propagation of shear ruptures in rocks // Computational Mechanics of Solids. 2016. Vol. 9 (1). P. 38–51. doi:10.7242/1999-6691/2016.9.1.4.

Tarasov B.G., Guzev M.A., Sadovskii V.M., Cassidy M.J. Modelling the mechanical structure of extreme shear ruptures with friction approaching zero generated in brittle materials // International Journal of Fracture. 2017. Vol. 207. P. 87–97. doi:10.1007/s10704-017-0223-1.

Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory earthquakes: the sub-Raleigh-to supershear rupture transition // Science. 2004. Vol. 303. P. 1859–1861. doi:10.1126/science.1094022.

Zheng G., Rice J.R. Conditions under which velocity-weakening friction allows a self-healing versus a crack-like mode of rupture // Bulletin of the Seismological Society of America. 1998. Vol. 88. P. 1466–1483. doi:10.1785/BSSA0880061466.

REFERENCES

Abercrombie R.E., Rice J.R. Can observations of earthquake scaling constrain slip weakening? // Geophysical Journal International. 2005. Vol. 162. P. 406–424. doi:10.1111/j.1365-246X.2005.02579.x.

Albaric J., Déverchère J., Petit C., Perrot J., Le Gall B. Crustal rheology and depth distribution of earthquakes: Insights from the central and southern East African Rift System // Tectonophysics. 2009. Vol. 468. P. 28–41. doi:10.1016/j.tecto.2008.05.021.

Archuleta R.J. A faulting model for the 1979 Imperial Valley earthquake // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1984. Vol. 89. P. 4559–4585. doi:10.1029/JB089iB06p04559.

Ben-David O., Rubinstein S.M., Fineberg J. Slip-stick and the evolution of frictional strength // Nature. 2010. Vol. 463. P. 76–79. doi:10.1038/nature08676.

Bizzarri A., Spudich P. Effects of supershear rupture speed on the high-frequency content of *S* waves investigated using spontaneous dynamic rupture models and isochrone theory // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2008. Vol. 113. B05304. doi:10.1029/2007JB005146.

Bouchon M., Bouin M., Karabulut H., Toksoz M.N., Dietrich M., Rosakis A.J. How fast is rupture during an earthquake? New insights from the 1999 Turkey earthquake // Geophysical Research Letters. 2001. Vol. 28. P. 2723–2726. doi:10.1029/2001GL013112.

Brace W.F., Byerlee J.D. Stick-slip as a mechanism for earthquakes // Science. 1966. Vol. 153. P. 990–992. doi:10.1126/science.153.3739.990.

Brace W.F., Kohlstedt D. Limits on lithospheric stress imposed by laboratory experiments // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6248–6252. doi:10.1029/JB085iB11p06248.

Broberg K.B. Cracks and fracture. Academic Press, San Diego, 1999. doi:10.1016/B978-0-12-134130-5.X5000-4.

Brodsky E.E., Kanamori H. Elastohydrodynamic lubrication of faults // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2000. Vol. 106. P. 16357–16374. doi:10.1029/2001JB000430.

Brown S.R. Frictional heating on faults: Stable sliding versus stick slip // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1998. Vol. 103. P. 7413–7420. doi:10.1029/98JB00200.

Byerlee J.D. Friction of rocks // Pure and Applied Geophysics. 1978. Vol. 116. P. 615–626. doi:10.1007/BF00876528.

Cook N.G.W. The failure of rock // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts. 1965. Vol. 2. P. 389–403. doi:10.1016/0148-9062(65)90004-5.

Déverchère J., Petit C., Gileva N., Radziminovitch N., Melnikova V., San'kov V. Depth distribution of earthquakes in the Baikal rift system and its implications for the rheology of the lithosphere // Geophysical Journal International. 2001. Vol. 146. P. 714–730. doi:10.1046/j.0956-540x.2001.1484.484.x.

Dieterich J.H. Modeling of rock friction: 1. Experimental results and constitutive equations // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1979. Vol. 84. P. 2161–2168. doi:10.1029/JB084iB05p02161.

Dyadkin Yu.D. Thermal exchange in deep wells and filtration zones during thermal extraction from dry rocks [in Russian]. Nauka, Leningrad, 1974. 38 p.

Dyadkin Yu.D. Exploitation of geothermal deposits [in Russian]. Nedra, Moscow, 1989. 228 p.

Ellsworth W., Chiaraluce L. Supershear during nucleation of the 2009 M 6.3 L'Aquila, Italy Earthquake // Eos Transactions. AGU. 2009. Vol. 90 (52). Abstract U13B–0068.

Fouch M.J. The Yellowstone hotspot: plume or not? // Geology. 2012. Vol. 40. P. 479–480. doi:10.1130/focus052012.1.

Freund L.B. Dynamic fracture mechanics. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

Gaucher E., Schoenball M., Heidbach O., Zang A., Fokker P.A., van Wees J.-D., Kohl T. Induced seismicity in geothermal reservoirs: a review of forecasting approaches // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2015. Vol. 52. P. 1473–1490. doi:10.1016/j.rser.2015.08.026.

Gibowicz S.J. Seismicity induced by mining: recent research // Advances in Geophysics. 2009. Vol. 51. P. 1–53. doi:10.1016/S0065-2687(09)05106-1.

Gnatus N.A., Chutorskoy M.D. Prospects of hot dry rock extraction and utilization – petrothermal power Engineering in Russia // RUDN Journal of ecology and life safety. 2010. Vol. 4. P. 29–40.

Gori M., Rubino V., Rosakis A.J., Lapusta N. Pressure shock fronts formed by ultra-fast shear cracks in viscoelastic materials // Nature Communications. 2018. Vol. 9. 4754. doi:10.1038/s41467-018-07139-4.

Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character. 1921. Vol. 221. P. 163–198. doi:10.1098/rsta.1921.0006.

Griffith W.A., Rosakis A., Pollard D.D., Ko C.W. Dynamic rupture experiments elucidate tensile crack development during propagating earthquake ruptures // Geology. 2009. Vol. 37. P. 795–798. doi:10.1130/G30064A.1.

Heaton T.H. Evidence for and implications of self-healing pulses of slip in earthquake rupture // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1990. Vol. 64. P. 1–20. doi:10.1016/0031-9201(90)90002-F.

Horii H., Nemat-Nasser S. Compression-induced micro-crack growth in brittle solids: axial splitting and shear failure // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1985. Vol. 90. P. 3105–3125. doi:10.1029/JB090iB04p03105.

Khristianovich S.A. Investigations of the mechanisms of hydraulic fracturing of a seam // Transactions of the Institute of Geology and Development of Petrol Fossil. Vol. 2. Proceeding of oil and gas development [in Russian]. Moscow, 1960. P. 159–165.

King G.C.P., Sammis C.G. The mechanisms of finite brittle strain // Pure and Applied Geophysics. 1992. Vol. 138. P. 611–640. doi:10.1007/BF00876341.

Kirby S. Tectonic stress in the lithosphere: Constraints provided by the experimental deformation of rock // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6353–6363. doi:10.1029/JB085iB11p06353.

Kirby S.H., Raleigh C.B. Mechanisms of high-temperature, solid-state flow in minerals and ceramics and their bearing on the creep behaviour of the mantle // Tectonophysics. 1973. Vol. 19. P. 165–194. doi:10.1016/0040-1951(73)90038-3.

Kissin I.G. Fluids in the Earth's crust: Geophysical and tectonic aspects [in Russian]. Nauka, Moscow, 2015. 328 p.

Kocharyan G.G. Geomechanics of faults [in Russian]. GEOS, Moscow, 2016. 424 p.

Kohlstedt D.L., Evans B., Mackwell S.J. Strength of the lithosphere: constraints imposed by laboratory experiments // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1995. Vol. 100. P. 17589–17602. doi:10.1029/95JB01460.

Koplos J., Tuccillo M.E., Ranalli B. Hydraulic fracturing overview: How, where, and its role in oil and gas // Journal American Water Works Association. 2014. Vol. 106. P. 38–56. doi:10.5942/jawwa.2014.106.0153.

Lachenbruch A.H. Frictional heating, fluid pressure, and the resistance to fault motion // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6097–6112. doi:10.1029/JB085iB11p06097.

Lachenbruch A.H., Sass J.H. Heat flow and energetic of the San Andreas fault zone // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 6185–6222. doi:10.1029/JB085iB11p06185.

Leonard T., Liu L. The role of a mantle plume in the formation of Yellowstone volcanism // Geophysical Research Letters. 2016. Vol. 43. P. 1132–1139. doi:10.1002/2015GL067131.

Lu X., Lapusta N., Rosakis A.J. Pulse-like and crack-like ruptures in experiments mimicking crustal earthquakes // Proceedings of the National Academy of Science USA. 2007. Vol. 104. P. 18931–18936. doi:10.1073/pnas.070426810.

Lu X., Rosakis A.J., Lapusta N. Rupture modes in laboratory earthquakes: Effect of fault prestress and nucleation condition. Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2010. Vol 115. B12302. doi:10.1029/2009JB006833.

Lund J.W., Freeston D.H. World-wide direct uses of geothermal energy 2000 // Geothermics. 2000. Vol. 30. P. 29–68. doi:10.1016/S0375-6505(00)00044-4.

Maggi A., Jackson J.A., McKenzie D., Priestley K. Earthquake focal depths, effective elastic thickness, and the strength of the continental lithosphere // Geology. 2000. Vol. 28. P. 495–498. doi:10.1130/0091-7613(2000)28<495:EFDEET>2.0.CO;2.

McGarr A., Pollard D., Gay N.C., Ortlepp W.D. Observations and analysis of structures in exhumed mine-induced faults // U.S. Geological Survey Open File Report. 1979. No. 79–1239. P.101–120.

McGarr A., Simpson D., Seeber L. Case histories of induced and triggered seismicity // International Geophysics. 2002. Vol. 81, Part A. P. 647–661. doi:10.1016/S0074-6142(02)80243-1.

McKenzie D., Brune J. Melting on fault planes during large earthquakes // Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. 1972. Vol. 29. P. 65–78. doi:10.1111/j.1365-246X.1972.tb06152.x.

Melosh H.J. Dynamical weakening of faults by acoustic fluidization // Nature. 1996. Vol. 379. P. 601–606. doi:10.1038/379601a0.

Needleman A. An analysis of intersonic crack growth under shear loading // Journal of Applied Mechanics. 1999. Vol. 66. P. 847–857. doi:10.1115/1.2791788.

Ngo D., Huang Y., Rosakis A., Griffith W.A., Pollard D. Off-fault tensile cracks: A link between geological fault observations, lab experiments, and dynamic rupture models // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2012. Vol. 117. B01307. doi:10.1029/2011JB008577.

Noda H., Dunham E.M., Rice J.R. Earthquake ruptures with thermal weakening and the operation of major faults at low overall stress levels // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2009. Vol. 114. B07302. doi:10.1029/2008JB006143.

Ohnaka M., Shen L.-F. Scaling of the shear rupture process from nucleation to dynamic propagation: Implications of geometric irregularity of the rupturing surface // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1999. Vol. 104 (B1). P. 817–844. doi:10.1029/1998JB900007.

Ortlepp W.D. Rock fracture and rockbursts. The South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, 1997. 98 p.

Ortlepp W.D., Armstrong R., Ryder J.A., O'Connor D. Fundamental study of micro-fracturing on the slip surface of mine-induced dynamic brittle shear zones // Proceedings of the 6th International symposium on Rockburst and Seismicity in Mines / Potvin Y., Hudyma M. (Eds.). Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2005. P. 229–237. doi:10.36487/ACG_repo/574_20.

Otsuki K., Dilov T. Evolution of hierarchical self-similar geometry of experimental fault zones: Implications for seismic nucleation and earthquake size // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2005. Vol. 110. B03303. doi:10.1029/2004JB003359.

Peng S., Johnson A.M. Crack growth and faulting in cylindrical specimens of Chelmsford granite // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstract. 1972. Vol. 9. P. 37–86. doi:10.1016/0148-9062(72)90050-2.

Perrin G., Rice J.R., Zheng G. Self-healing slip pulse on a frictional surface // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 1995. Vol. 43. P. 1461–1495. doi:10.1016/0022-5096(95)00036-I.

Petukhov I.M., Linkov A.M. Mechanics of rockburst and outburst [in Russian]. Nedra, Moscow, 1983. 279 p.

Popkov V.I. Faults not only migration channels, but area accumulation of oil and gas // Geology, Geography and Global Energy. 2012. Vol. 3 (46). P. 23–28.

Reches Z., Lockner D.A. Nucleation and growth of faults in brittle rocks // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1994. Vol. 99. P. 18159–18173. doi:10.1029/94JB00115.

Rice J.R. Heating and weakening of faults during earthquake slip // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2006. Vol. 111. B05311. doi:10.1029/2005JB004006.

Rice J.R. New perspectives on crack and fault dynamics. Springer, Dordrecht, 2001. doi:10.1007/0-306-46956-1_1.

Rosakis A.J., Xia K., Lykotrafitis G., Kanamori H. Dynamic shear rupture in frictional interfaces: speeds, directionality, and modes // Treatise on Geophysics / Schubert G. (Ed.). Elsevier, Amsterdam, 2007. Vol. 4. P. 183–213. doi:10.1016/B978-0-444-53802-4.00072-5.

Rubino V., Rosakis A.J., Lapusta N. Understanding dynamic friction through spontaneously evolving laboratory earthquakes // Nature Communications. 2017. Vol. 8. 15991. doi:10.1038/ncomms15991.

Rubinstein S.M., Cohen G., Fineberg J. Detachment fronts and the onset of dynamic friction // Nature. 2004. Vol. 430. P. 1005–1009. doi:10.1038/nature02830.

Ruina A. Slip instability and state variable friction laws // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1983. Vol. 88. P. 10359–10370. doi:10.1029/JB088iB12p10359.

Scholz C.H. Earthquakes and friction laws // Nature. 1998. Vol. 391. P. 37–42. doi:10.1038/34097.

Scholz C.H. The mechanics of earthquakes and faulting. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

Segall P., Pollard D.D. The mechanics of discontinuous faults // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 1980. Vol. 85. P. 4337–4250. doi:10.1029/JB085iB08p04337.

Sibson R.H. Interactions between temperature and fluid pressure during earthquake faulting–A mechanism for partial or total stress relief // Nature. 1973. Vol. 243. P. 66–68. doi:10.1038/physci243066a0.

Silva V., Yepes-Estrada C., Weatherill G. Part Three: Hazard specific risk assessment – earthquake. In book: Words into action guidelines national disaster risk assessment // Words into Action Guidelines National Disaster Risk Assessment / Safaie S. (Ed.). United Nations International Strategy for Disaster Risk Reduction, Geneva, Switzerland, 2017.

Smith R.B., Jordan M., Steinberger B., Puskas C.M., Farrell J., Waite G.P., Husen S., Chang W.-L., O'Connell R. Geodynamics of the Yellowstone hotspot and mantle plume: Seismic and GPS imaging, kinematics, and mantle flow // Journal of Volcanology and Geothermal Research. 2009. Vol. 188. P. 26–56. doi:10.1016/j.jvolgeores.2009.08.020.

Sobolev G.A., Ponomarev A.V. Earthquake physics and prognostics [in Russian]. Nauka, Moscow, 2003. 270 p.

Stavrogin A.N., Protosenya A.G. Rock strength and stability of deep productivity [in Russian]. Nedra, Moscow, 1985. 271 p.

Stavrogin A.N., Tarasov B.G. Experimental physics and rock mechanic [in Russian]. Nauka, St. Petersburg, 2001. 343 p.

Suckale J. Induced seismicity in hydrocarbon fields // Advances in Geophysics. 2009. Vol. 51. P. 55–106. doi:10.1016/S0065-2687(09)05107-3.

Tarasov B.G. Intersonic shear rupture mechanism // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2008. Vol. 45. P. 914–928. doi:10.1016/j.ijrmms.2007.10.002.

Tarasov B.G. Superbrittleness of rocks at high confining pressure // Deep Mining 2010: Proceedings of the Fifth International Seminar on Deep and High Stress Mining. Australian Centre for Geomechanics. Perth, 2010. P. 119–133. doi:10.36487/ACG_repo/1074_08.

Tarasov B.G. Universal scale of brittleness for rocks failed at compression // Proceedings of the 13th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics. Melbourne, Australia, 2011. Vol. 2. P. 669–673.

Tarasov B.G. Depth distribution of lithospheric strength determined by the self-unbalancing shear rupture mechanism // Proceedings of the ISRM International Symposium – Eurock 2013. Wroclaw, Poland, 2013. P.165–170. doi:10.1201/b15683-25.

Tarasov B.G. Hitherto unknown shear rupture mechanism as a source of instability in intact hard rocks at highly confined compression // Tectonophysics. 2014. Vol. 621. P. 69–84. doi:10.1016/j.tecto.2014.02.004.

Tarasov B.G. Shear fractures of extreme dynamics // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2016. Vol. 49. P. 3999–4021. doi:10.1007/s00603-016-1069-y.

Tarasov B.G. Shear ruptures of extreme dynamics in laboratory and natural conditions // Deep Mining 2017: Proceedings of the Eighth Conference on Deep and High Stress Mining. Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2017. P. 3–50. doi:10.36487/ACG_rep/1704_0.1_Tarasov.

Tarasov B.G. Dramatic weakening and embrittlement of intact hard rocks in the earth's crust at seismic depths as a cause of shallow earthquakes // Earth crust / Nawaz M., Sattar F., Kundu S.N. (Eds.). IntechOpen, 2019. doi:10.5772/intechopen.85413.

Tarasov B.G. New physics of supersonic ruptures // Deep Underground Science and Engineering. 2023a. Vol. 2. P. 207–244. doi:10.1002/dug2.12050.

Tarasov B.G. Fan-hinged shear instead of frictional stick-slip as the main and most dangerous mechanism of natural, induced and volcanic earthquakes in the earth's crust // Deep Underground Science and Engineering. 2023b. Vol. 2. P. 305–336. doi:10.1002/dug2.12052.

Tarasov B.G., Ortlepp W.D. Shock loading-unloading mechanism in rockburst shear fractures in quartzite causing genesis of polyhedral sub-particles in the fault gouge // Proceeding of the Fourth International Seminar on Deep and High Stress Mining, Australia, 2007. P. 183–192. doi:10.36487/ACG_repo/711_12.

Tarasov B.G., Randolph M.F. Frictionless shear at great depth and other paradoxes of hard rocks // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2008. Vol. 45. P. 316–328. doi:10.1016/j.ijrmms.2007.06.001.

Tarasov B.G., Randolph M.F. Superbrittleness of rocks and earthquake activity // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2011. Vol. 48. P. 888–898. doi:10.1016/j.ijrmms.2011.06.013.

Tarasov B.G., Guzev M.A. New insight into the nature of size dependence and the lower limit of rock strength // Proceeding of the 8th International Symposium on Rockbursts and Seismicity in Mines. St. Petersburg, Moscow, 2013. Vol. 1. P. 31–40.

Tarasov B.G., Potvin Y. Universal criteria for rock brittleness estimation under triaxial compression // International Journal of Rock Mechanics and Mining Science. 2013. Vol. 59. P. 57–69. doi:10.1016/j.ijrmms.2012.12.011.

Tarasov B.G., Randolph M.F. Improved concept of lithospheric strength and earthquake activity at shallow depths based upon the fan-head dynamic shear rupture mechanism // Tectonophysics. 2016. Vol. 667. P. 124–143. doi:10.1016/j.tecto.2015.11.016.

Tarasov B.G., Sadovskii V.M. Modeling of fan formation in a shear rupture head on the basis of singular solutions of plane elasticity // AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 1773. P. 080006-1–080006-7. doi:10.1063/1.4964990.

Tarasov B.G., Stacey T.R. Features of the energy balance and fragmentation mechanisms at spontaneous failure of class I and class II rock // Rock Mechanics and Rock Engineering. 2017. Vol. 50. P. 2563–2584 doi:10.1007/s00603-017-1251-x.

Tarasov B.G., Sadovskii V.M., Sadovskaya O.B. Analysis of fan waves in a laboratory model simulating the propagation of shear ruptures in rocks // Computational Mechanics of Solids. 2016. Vol. 9 (1). P. 38–51. doi:10.7242/1999-6691/2016.9.1.4.

Tarasov B.G., Guzev M.A., Sadovskii V.M., Cassidy M.J. Modelling the mechanical structure of extreme shear ruptures with friction approaching zero generated in brittle materials // International Journal of Fracture. 2017. Vol. 207. P. 87–97. doi:10.1007/s10704-017-0223-1.

Xia K., Rosakis A.J., Kanamori H. Laboratory earthquakes: the sub-Raleigh-to supershear rupture transition // Science. 2004. Vol. 303. P. 1859–1861. doi:10.1126/science.1094022.

Zheng G., Rice J.R. Conditions under which velocity-weakening friction allows a self-healing versus a crack-like mode of rupture // Bulletin of the Seismological Society of America. 1998. Vol. 88. P. 1466–1483. doi:10.1785/BSSA0880061466.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

ТАРАСОВ Борис Григорьевич – доктор технических наук, главный научный сотрудник ВНИМИ. Стаж работы в геомеханике 48 лет. Профессор Ленинградского горного института (1992–1999), профессор Западного Австралийского университета (2000–2018), профессор Дальневосточного федерального университета (2019–2021). Руководил научным центром «Геотест» (1992–1999) и лабораторией геомеханики (2003–2018). Основные научные интересы: экспериментальная физика, механика горных пород.

Статья поступила в редакцию 16 февраля 2024 г.,
одобрена после рецензирования 15 марта 2024 г.,
принята к публикации 18 марта 2024 г.