ISSN 2619-1563 (Online)

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

ОСНОВАН В 2004 г.
ВЫХОДИТ 4 РАЗА В ГОД

ЯНВАРЬ № 1 2019 МАРТ

УЧРЕДИТЕЛИ ЖУРНАЛА

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН

Адрес редакции: 630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3
тел. 8(383) 363-67-14

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Основан в 2004	Периодичность 4 раза в год	№ 1	Январь–март 2019

СОДЕРЖАНИЕ

НОВОСИБИРСК
ИНГГ СО РАН
2019

ISSN 2619-1563 (Online)

RUSSIAN JOURNAL OF GEOPHYSICAL TECHNOLOGIES

Founded in 2004	Quarterly	No 1	January–March 2019

CONTENTS

ISSN 2619-1563 (Online)

Геофизические технологии, № 1, 2019, с. 4–32 www.rjgt.ru
doi: 10.18303/2619–1563–2019–1–4 УДК 550.8.053

НОВЫЕ ПОДХОДЫ В ОПТИМИЗАЦИИ РАСЧЕТА ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ, СВЯЗАННЫХ НЕПОСРЕДСТВЕННО С ВЫДЕЛЕННОЙ ЦЕЛЕВОЙ ОБЛАСТЬЮ СЕЙСМИЧЕСКОГО ОТКЛИКА

А.В. Шалашников[1], Д.Б. Фиников[1], Н.И. Хохлов[2], А.М. Иванов[2]

[1]ООО «Сейсмотек»,
121205, Москва, Инновационный центр «Сколково», Большой бульвар, 42/1, оф. 1.110, Россия,
[2]Московский физико-технический институт,
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, 9, Россия,
e-mail: a.shalashnikov@seismotech.ru

В статье описана методика расчета волнового поля отраженных волн определенного типа переотражения от локализованных целевых объектов среды. Особенностью метода является параметрическое объединение оператора продолжения волнового поля, рассчитываемого посредством послойного пересчета на базе интеграла Кирхгофа и конечно-разностного оператора отраженных волн. Исследования осуществляются ООО "Сейсмотек" при грантовой поддержке Фонда "Сколково".

Методика послойного пересчета волнового поля посредством интеграла Кирхгофа; моделирование волнового поля разностным оператором; поляризационная фильтрация; угловые глубинные сейсмограммы

NEW APPROACHES IN OPTIMIZATION OF CALCULATION OF WAVE FIELDS DIRECTLY RELATED TO THE SELECTED TARGET AREA OF SEISMIC RESPONSE

A.V. Shalashnikov[1], D.B. Finikov[1], N.I. Khokhlov[2], A.M. Ivanov[2]

[1]Seismotech Ltd,
Bolshoy bulvar, 42/1, office 1.110, Scolcovo Innovation Center, Moscow, 121205, Russia,
[2]Moscow Institute of Physics and Technology, Institutskiy per., 9, Dolgoprudny,
Moscow region, 141701, Russia,
e-mail: a.shalashnikov@seismotech.ru

The article describes the method of calculating the wave field of reflected waves of a certain type of re-reflection from localized target objects. A special feature of the method is the combination of the wave field continuation operator calculated by means of layer-by-layer recalculation based on the Kirchhoff integral and the finite-difference operator of reflected waves. Parameterization of the wave field continuation operator type is determined on the basis of the frame effective depth-velocity model. The research is carried out by Seismotech, Ltd under the grant support of "Skolkovo" Foundation.

Boundary integral wavefield transformation; finite-difference modelling methods; polar filtering; AVA-gathers

ВВЕДЕНИЕ

Задача моделирования сейсмических волновых полей – важный многоцелевой инструмент для различных этапов работы с сейсмическими данными. Лучевое моделирование зачастую используется при планировании геометрии системы наблюдений и выборе оптимальных параметров отстрела. Также кинематическое моделирование может быть использовано для проверки структурных гипотез в сложных средах, когда на этапе решения обратной кинематической задачи уверенное присутствие синфазностей на глубинных мигрированных сейсмограммах общей точки изображения и качество их «спрямленности» допускает определенную вариативность в их пикировке и поведении структурного горизонта.

Результаты динамического моделирования призваны верифицировать методики решения обратных динамических задач, имеющие определенное отношение к инверсии упругих параметров. Но, как правило, полноволновое моделирование упругих и неупругих динамических полей в практике обработки и интерпретации сейсмических данных не имеет место ни до, ни после этапов инверсии и восстановления упругих параметров. Это происходит по следующим причинам:

1. Слишком долго. Для корректной работы с динамикой реальных данных трехмерность поля может быть существенным фактором. Для целевых областей, имеющих «тонкую» структуру ~ 10–30 м, требуется выполнение моделирования на высоких частотах, с которыми различного рода сеточным алгоритмам расчета волновых полей трудно справляться, особенно при наличии зон малых скоростей продольных и поперечных волн.
2. Трудно из полученной волновой картины выделить то, что обусловлено целевой областью модели.

Пусть 3D-моделирование все же выполнено (при максимальном соблюдении законов природы и близости оптических свойств восстановленной ГСМ к реальной, вообще говоря, неизвестной модели среды). Тогда мы имеем еще один набор данных, в котором есть все непонятное бесконечное множество волн со всеми преломленными, обменными, кратными, внутренними кратными, интерференцией волн внутри пачек слоев и пр. И этот набор данных также предстоит обработать для получения динамической информации, связанной, зачастую, с малой целевой областью и слоем.

Таким образом, для верификации результатов инверсии требуется моделирование (3D) и обработка синтетического поля, что, как правило, очень ресурсоемко. Может быть, это было бы оправданно, если в итоге такого удорожания были бы получены определенные устойчивые результаты. Но задача моделирования может и подтвердить, и опровергнуть решение, полученное на этапе обратной задачи, более-менее удовлетворяющее ограничениям и предположениям метода, находясь в поисковом классе. Из чего можно сделать вывод, что такие восстановленные параметры или физически не реализуемы, или сочетание геометрии системы наблюдений вкупе с оптическими свойствами принятой глубинно-скоростной модели среды (ГСМ) не позволяет обеспечить необходимую точность. Поэтому проекты трехмерного полноволнового моделирования на данное время являются большой редкостью.

В данной работе хотелось бы сделать шаги навстречу преодолению описанных выше сложностей. Ранее в работах [Каплан и др., 2016; Фиников, Шалашников, 2013], в которых описывался комплекс программ трансформации волновых полей, предлагалось использование методики послойного «перепогружения» в прямом или обратном времени. Решались, например, такие задачи, как погружение источников и приемников на фиксированный горизонт в используемой ГСМ с целью упрощения волновой картины и анализа кинематической структуры волн, трехмерное моделирование волны заданного кода (описание схемы прохождения и переотражения от интерфейсных горизонтов, смены типа поляризации). Мы опускаем здесь подробное описание алгоритмов, отметим лишь, что в основном они базируются на способах продолжения волновых полей, изложенных в классической монографии [Петрашень, Нахамкин, 1973], а многие формулы для расчета динамических параметров основаны на результатах, полученных в книге [Петрашень, 1980] и приведенных в главе «Справочника геофизики» [Подъяпольский, 1966].

На идеологическом уровне методика послойного пересчета представляет собой пример реализации обобщенных конечных элементов, когда оператор внутри достаточно существенной области рассчитывается не очень сложно за счет слабых вариаций оптических свойств среды, что допускает использование аппарата асимптотических локальных решений для реализации численного расчета. А на границах этих областей производится «объединение» данных и оператора переноса, реализуемого областью или слоем, т. е. пространственное интегрирование данных с применением определенных кинематических подвижек, весовых функций, различных фильтров и т. д.

Описываемый подход, таким образом, представляет собой настраиваемый граф или конструктор из элементов описания последовательности «движений» поля, а также последовательности смены типа поляризации волны и сопутствующей последовательности применения или не применения динамических параметров на границах слоев.

Возможность применения или не применения различного рода специфических динамических преобразований, например, эмулирующих неупругие эффекты, имеет отдельную ценность. Так, с точки зрения оценки свойств миграционных преобразований, компенсирование геометрического расхождения данных в целевых областях на определенной геометрии системы наблюдений – возможность параметрического управления динамикой, связанной с переходом волн через границу разрыва акустических импедансов, – представляется полезным свойством. Например, использование такого моделирования с коэффициентом отражения 1 позволяет оценивать потери энергии на ответе миграции.

Также хотелось бы заметить, что с точки зрения моделирования данная методика сравнима с лучевым методом. Мы считаем только такие поля, какие хотим и «заказываем». Уместно вспомнить, как о лучевом методе писал один из его создателей, академик А.С. Алексеев: «Вместе с В.М. Бабичем нам удалось разработать достаточно общий метод исследования динамики волн – так называемый лучевой метод. Этот метод активно используется в сейсморазведочных исследованиях при поиске нефти и газа и в сейсмологии. Это очень удобный аппарат расчета, может быть, не всегда точный, но в целом он помогает разобраться в структуре волнового поля. Можно расчленить волны при расчетах. Когда появились универсальные численные методы, на машинах считалось все поле. Как в природе. Оно запутано, интерференционно – неизвестно, какая и откуда пришла волна. А вот в технологии исследования с помощью лучевого метода удается разделять волны, анализировать по одиночке [Шпак, 1998].

Современное изложение многих результатов лучевой теории можно прочитать в относительно недавней монографии [Бабич, Киселев, 2014].

Способ послойного пересчета – следующий по сложности алгоритм после лучевого метода, обладающий теми же достоинствами, но позволяющий учесть и некоторые не лучевые эффекты (например, дифракции на криволинейных границах). Он оперирует не с лучами, а фронтами волн, и поэтому, с точки зрения динамических свойств рассчитанных волновых полей, интегральная методика обладает существенными преимуществами. Методика имеет преимущества и с точки зрения структурной стабильности волновой картины в относительно сложной ГСМ.

Техника моделирования волновых полей интегральными операторами также имеет давнюю историю. Она развивалась в монографии [Клем-Мусатов, 1980], и за несколько десятилетий им и сотрудниками его лаборатории были получены важные результаты. К.Д. Клем-Мусатов с соавторами уделяли много внимания тонким вопросам динамики и изучению дифракций (исторический очерк можно найти в [История развития института…, 2010]), мы же здесь ставим акцент на свойствах операторов переносить динамические особенности полей без искажений. Здесь важны многие численные вопросы реализации алгоритмов, на которых останавливаться не будем (это большая и отдельная тема), а продемонстрируем эти возможности на содержательных примерах.

Особенно важно, по нашему мнению, то, что создан инструмент для моделирования трехмерных данных, позволяющий работать в разумной дискретности и обеспечивать требуемую точность и широкий спектр рассчитанного волнового поля.

Для наглядности приведем простой пример расчета отраженных *PP-, PSV-,PSH*-волн (среда была неизотропна и $V_{SV} \neq V_{SH}$) от некоторой «негладкой» границы (рис. 1).

В отличие от лучевого моделирования, интегральное решение устойчиво относительно гладкости или шероховатости интерфейсных границ (лучи не разлетятся).

Имея уверенность в структурной стабильности волновой картины (т. е. «лучи» в среде не заблудятся и не потеряются), моделирование на базе интегральных преобразований можно использовать для проверки различного рода структурных гипотез при решении обратных кинематических задач (например, идентификация наличия или отсутствия зон тени в сложных сейсмологических условиях соляно-купольной тектоники).

В контексте данной работы все же главным достоинством такого моделирования является свойство, которое мы назвали свойством трансферности.

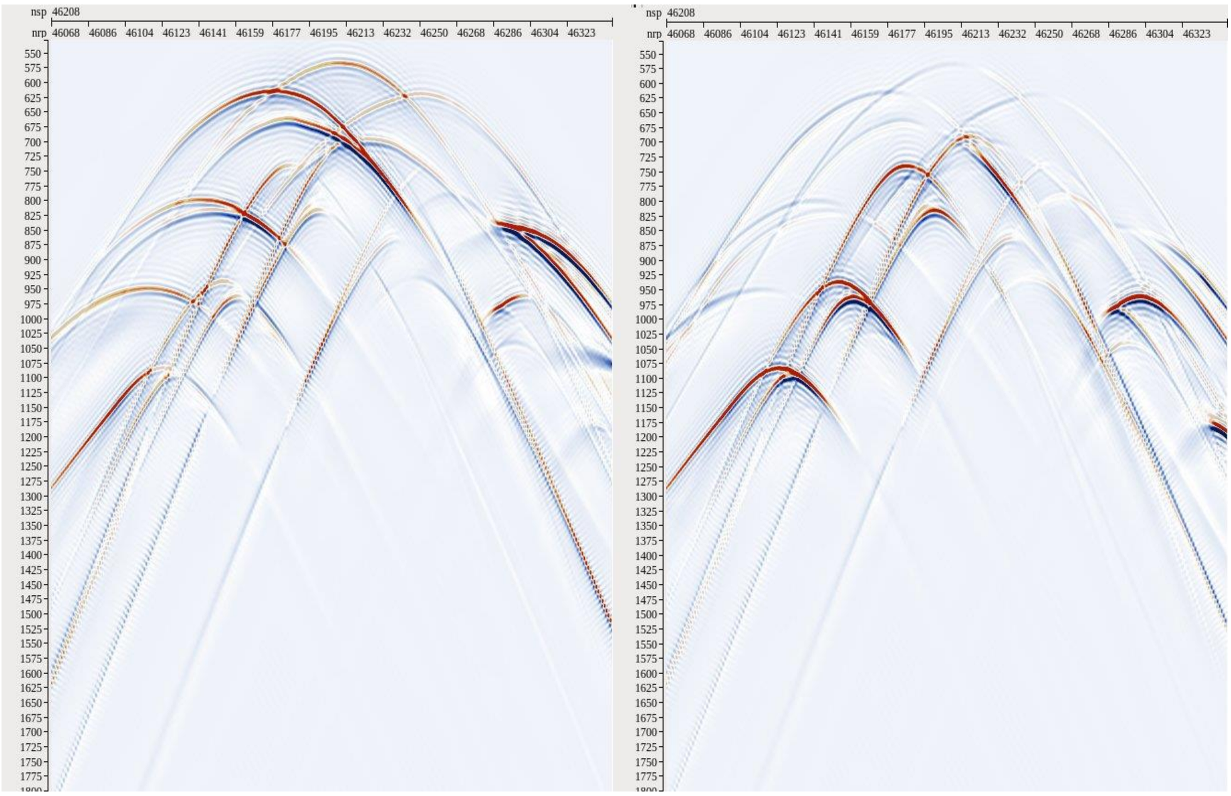


Рис. 1. Слева поле всех волн Z-компонента, справа поле всех волн X-компонента

СВОЙСТВО ТРАНСФЕРНОСТИ МЕТОДА ПОСЛОЙНОГО ПЕРЕСЧЕТА

Важным свойством методики послойного пересчета волновых полей является возможность решения задачи получения сейсмического отклика от некоторой целевой области, рассчитанного каким-либо «сторонним» способом («включения» этого отклика в ответ моделирования). Последовательность интегральных преобразований позволяет на некотором промежуточном этапе вовлечь «внешний» оператор реакции среды в решение посредством пространственного интегрирования функции источника на границе целевой области с некоторым оператором реакции этой области, рассчитанным на заданный базис входных функций источника. Сказанное означает, что в методике есть возможность переноса некоторого решения волнового уравнения через используемую эффективную ГСМ на заданную геометрию наблюдений. Эту особенность методики называем свойством трансферности.

Следовательно, эта техника позволяет генерировать гибридные решения, когда отклик от выделенной целевой области формируется некоторым специальным образом, а «перенос» поля через «динамически нецелевую» часть эффективной ГСМ выполняет последовательность операторов послойного пересчета.

Примером такого моделирования может служить так называемая демиграция набора целевых слоев в некоторой заданной эффективной модели среды по некоторой модели сейсмического отклика (например, по ответу миграции). Из точки ПВ на кровле демигрируемого пласта рассчитывается прямая волна. Далее с учетом функции Грина и динамики прямой волны производится пространственное интегрирование глубинных AVA-разверток с учетом угла падения прямой волны в каждую глубинную точку (при заданном поле отражающих нормалей) на условные регулярные приемники, расположенные на кровле целевого демигрируемого слоя. Далее полученное поле продолжается послойным пересчетом на нужную геометрию наблюдений на рельефе. Приведем пример некоторой трехмерной сейсмограммы. На рис. 2 показаны примеры демиграции реальных сейсмограмм. Отклик моделировался от набора из 25 эффективных слоев, но здесь крупно показан фрагмент верхней части, в расчете которого участвовало 8 слоев.

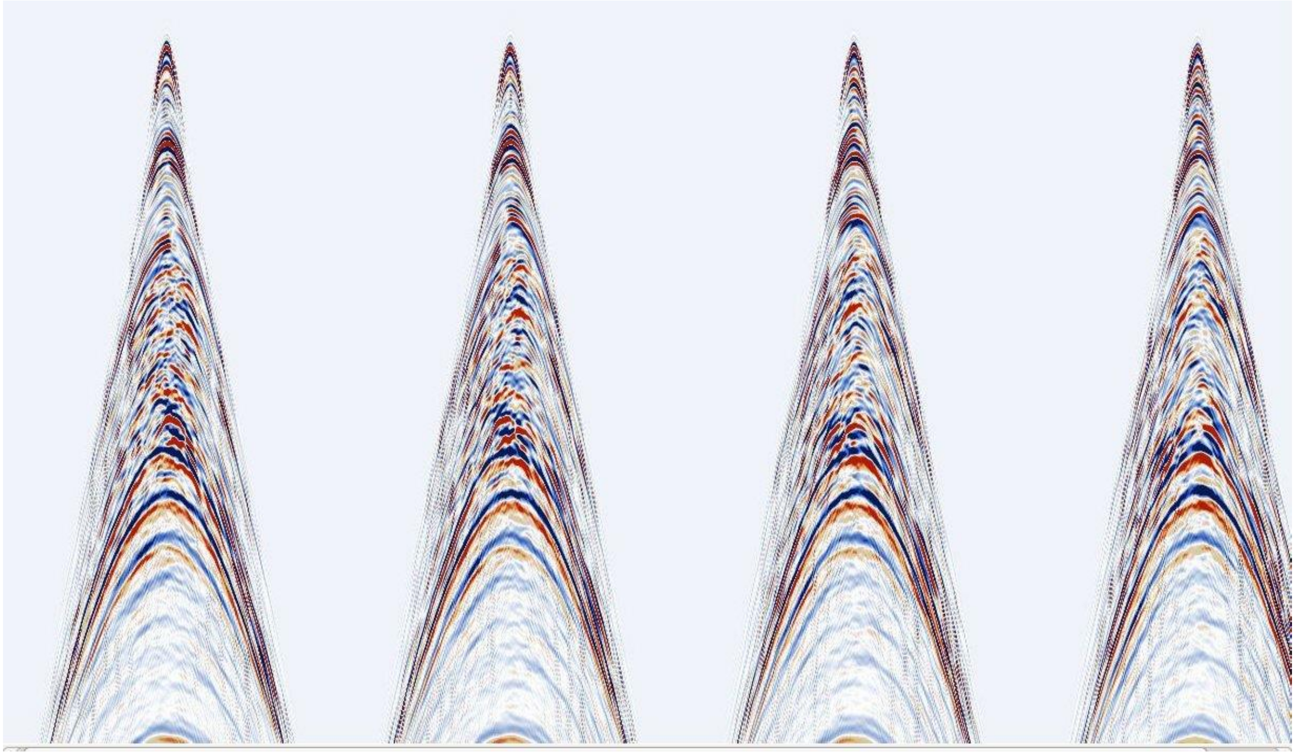


Рис. 2. Сечения некоторой трехмерной синтетической демигрированной сейсмограммы. Отклик на данном фрагменте моделировался от набора из 8 эффективных слоев

Приводим такой пример для того, чтобы, во-первых, показать еще одно приложение методики послойного пересчета интегральными операторами («демиграция» становится популярным инструментом в самых разнообразных приложениях способов построения сейсмических изображений), во-вторых, подчеркнуть, что «демиграция» – это, по существу, задача моделирования и, будучи реализована в технике послойного пересчета, позволяет получать образ сложного волнового поля.

Отметим также, что решения для отклика целевого слоя, коллектора, некоторой пачки слоев могут быть получены из самых разных соображений, это зависит от решаемой задачи. Например, если последующая задача динамической инверсии волнового поля решается в предположении некоторой специальной модели связи отраженного поля и свойств упругих параметров (отсутствие внутренних кратных, конкретная модель зависимости амплитуды отражения от угла падения, отсутствие коэффициента прохождения через внутренние границы целевой пачки и т. п.), и если мы хотим разобраться отдельно с компенсацией оптических свойств модели и влияния геометрии наблюдений, чтобы проверить, насколько процедуры обработки исказили динамику, то представляется эффективным для модели волнового поля использовать такую прямую задачу, на которую будет рассчитываться обратная в процессе динамической инверсии. В любом случае было бы полезно иметь некоторый набор решений для формирования отклика от целевой динамической структуры.

ПОСТРОЕНИЕ ГИБРИДНОГО РЕШЕНИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЯ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН ОТ ТОНКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПАЧКИ СЛОЕВ НА БАЗЕ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОГО ОПЕРАТОРА ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ И МЕТОДА ПОСЛОЙНОГО ПЕРЕСЧЕТА

Разумеется, наиболее распространенным решением для формирования сейсмического отклика является расчет полей отраженных волн разностными операторами. Мы уже отмечали, что способ послойного пересчета интегральными операторами позволяет учитывать некоторые не лучевые эффекты, оперирует не с лучами, а фронтами волн.

Однако метод не применим при описании рассеянных волн и прочих явлений волновой сейсмики. Подход позволяет интерпретировать отклики структур неоднородностей месторождений в виде суперпозиций отраженных волн, чего не всегда достаточно при анализе полевых данных.

Другой метод заключается в численном решении волнового уравнения в области распространения сейсмических волн. При достаточно точных расчетах этот подход значительно превосходит лучевой метод по соответствию результатов моделирования реальным данным. Главным преимуществом данных методик перед лучевым подходом является более точное описание откликов от структур неоднородностей, при образовании которых волновая природа сейсмических волн играет важную роль. В сейсморазведке рассматривается широкий круг упругих волн. Рассмотрим их основные типы [Kennett, 2009]. Прежде всего, это продольные волны (*P*-wave) и поперечные или сдвиговые волны (*S*-wave). На границах полупространств возникают поверхностные волны Рэлея. В случае упругого слоя на упругом полупространстве могут возникать поверхностные волны Лява. В случае слоистых сред возникают обменные волны. Еще один тип волн – Релея-Лэмба – возникают на границах раздела сред (контактные границы). В случае контакта между твердым телом и жидкостью возникают волны Стоунли (скважинные волны). Волны, аналогичные волнам Маха в газодинамике, – головные – возникают в случае контакта двух сред. При многократном переотражении от границы раздела сред возникают кратные волны. В случае огибания волной неоднородности возникают дифракционные волны. Волны, которые прошли препятствие, например, резервуар, называются проходящими волнами. С глубиной возрастает скорость звука и появляются рефрагированные упругие волны. При прохождении волны через множество неоднородностей возникают рассеянные волны. Волны Крауклиса − волны, распространяющиеся в трехслойных моделях, в случаях, когда средний слой заполнен флюидом [Korneev, 2011]. Все рассмотренные типы волн учитываются при использовании сеточных методов решения волнового уравнения. При применении прямых методов решения волнового уравнения, модель среды (геологическая) аппроксимируется, используя численные сетки, представляется в виде дискретизированного набора заданного числа точек. Сегодня, благодаря быстрому развитию численных методов и многопроцессорных вычислительных систем, стало возможным решать существенно более сложные задачи сейсмической разведки, причем без каких-либо осреднений и вспомогательных предположений, учитывать структуру исследуемых грунтов, в частности, присутствие в ней неоднородных включений: трещин, флюидонасыщенности, каверн, слоистости, карстовых образований. Однако перечисленные выше сложности моделирования волновых полей для низкоскоростных сред, плотной системы трехмерных наблюдений, больших объемов сред остаются принципиальными, и это определяет актуальность получения гибридных решений.

Приведем описание технологии включения тонкой пачки слоев в некоторую эффективную модель среды. Не теряя общности, будем использовать латерально однородную структуру динамических слоев, которые будут нашими целевыми отражателями. Окружим целевую пачку некоторым «облекающим» слоем, кровлю которого допустимо считать локально плоской. С точки зрения конечно-разностного оператора, внешность «облекающего» слоя будет однородной, а на границах расчетной области будут использованы поглощающие PML-слои, чтобы от них не было отражений. Для формирования сейсмического отклика нам понадобится поток сейсмограмм ОПВ с плотным расположением приемников и чуть менее плотной системой расположения источников на границе приведения – границе «облекающего» слоя.

Мы используем для демонстрации технологии латерально однородную структуру динамических слоев, поэтому в силу симметрии нам нужна только одна плотная сейсмограмма ОПВ.

ПВ и ПП расположены на локально-плоской кровле «облекающего» слоя, поэтому через разложение на плоские волны можно произвести поляризационную фильтрацию ОПВ-сейсмограмм для разделения *PP*- и *PS*-волн (мы в данной ситуации собираемся работать с откликом *PP*-волн, но, в принципе, также можно работать и с *PS*-волнами) и компенсации т. н. «obliquity-factor» (т. е. снятие направленности приемника).

Далее мы формируем поток ОПП-сейсмограмм, который будет пространственно интегрирован с полем прямой волны, рассчитанной послойным пересчетом на кровлю облекающего слоя. Таким образом, мы получаем поле отраженных волн от источника на поверхности от целевой пачки слоев, зарегистрированное на кровле «облекающего» слоя.

Далее опять же послойным пересчетом трансформируем это поле на заданную (в нашем случае достаточно регулярную) систему наблюдений на свободной поверхности через заданную эффективную ГСМ.

Полученное временное поле нам будет интересно с точки зрения возможности восстановления миграцией динамических свойств, определяемых упругими свойствами отражающих границ, а также близости динамики отклика, рассчитанного посредством конечно-разностного оператора, к динамике отклика, определяемой посредством приближения Борна. В последнем случае коэффициенты отражения рассчитываются, исходя из системы уравнений на непрерывность смещений и напряжений при падении плоской волны, на длине которой свойства среды до и после границы разрыва локально однородны.

Заметим, что такого рода эксперимент был бы интересен также в условиях немного смещенной оценки ГСМ, используемой при миграции синтетического поля, для верификации устойчивости динамических параметров восстановленной пачки относительно допустимой вариативности эффективной

ГСМ. Также интерес представляет собой динамические искажения восстановленной пачки, связанные с геометрией системы наблюдений, например, узкая азимутальность расположения приемников, даже в случае 2,5D среды, приводит к искажению динамики за счет неохвата необходимой зоны Френеля на поле приемников при миграции, в зависимости от целевой области эффект искажения динамики может быть разным.

В данной работе мы такое исследование не проводим, а только демонстрируем методологию. Показываем возможности компенсации преобразованием Кирхгофа действия операторов послойного пересчета и конечно-разностного. Демонстрируем восстановленные в результате атрибутной миграции [Шалашников, Фиников, 2018] угловые развертки в сравнении с синтетическими угловыми развертками, соответствующими заданной динамической пачке в условиях борновского приближения.

НЕКОТОРЫЕ ВАЖНЫЕ АСПЕКТЫ ЦЕЛЕВОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПАЧКИ

Вообще говоря, для моделирования было бы интересно задавать действительно «тонкие» структуры. Для этого, во-первых, требуется работать на довольно высоких частотах и задавать для конечно-разностного оператора внутри «облекающего» слоя мелкую расчетную сетку (и уметь выдерживать частотный диапазон на послойном пересчете). А во-вторых, в идеальном случае, в качестве функции источника для конечно-разностных сейсмограмм иметь максимально широкий Band-Pass импульс, если мы хотим работать с широким спектром и разрешать интерференцию слоев.

Это важные условия расчета волновых полей внутри целевой области, которые определяют, что мы в принципе с этим полем потом сможем сделать.

При использовании сеточных методов важным параметром является дискретизация расчетной области. Она должна быть достаточно подробная для описания «тонких» неоднородностей и фронта сейсмических волн, распространяющихся в геологической породе. Здесь мы ставили задачу получить волновую картину в широком (до 150 Гц) диапазоне частот.

Однако мы ограничились простой структурой среды, сведя задачу к осесимметричному случаю, и решали, по сути, двумерную систему уравнений, что позволило существенно расширить возможности по пространственной дискретизации. Это важный и востребованный практикой частный случай: интересующий объект имеет простую симметричную структуру, а вмещающая среда – сложный существенно трехмерный объект.

В работе [Kristek et al., 2009] рассматривалась система уравнений линейной теории упругости. В осесимметричном случае в цилиндрических координатах ее можно записать в виде

$$\rho u_{tt}^{r} = \frac{1}{r}\left(r\sigma^{rr}\right)_{r} + \sigma_{z}^{rz} - \frac{1}{r}\left(r\sigma^{\theta\theta}\right)_{r} + \sigma_{r}^{\theta\theta},$$

$$\rho u_{tt}^{z} = \frac{1}{r}\left(r\sigma^{rz}\right)_{r} + \sigma_{z}^{zz},$$

$$\sigma^{rr} = \lambda\left(\frac{1}{r}\left(ru^{r}\right)_{r} + u_{z}^{z}\right) + 2\mu u_{r}^{r},$$

$$\sigma^{rz} = \mu\left(u_z^r + u_r^z\right),$$

$$\sigma^{\theta\theta} = \lambda\left(\frac{1}{r}\left(ru^r\right)_r + u_z^z\right) + 2\mu\frac{1}{r}u^r,$$

$$\sigma^{zz} = \lambda\left(\frac{1}{r}\left(ru^r\right)_r + u_z^z\right) + 2\mu u_z^z.$$

Здесь u^r и u^z – радиальная и вертикальная компоненты вектора смещения; $\sigma^{rr}, \sigma^{rz}, \sigma^{\theta\theta}, \sigma^{zz}$ – компоненты тензора упругих напряжений. Нижние индексы обозначают дифференцирование. Введением симметричных конечно-разностных аппроксимаций производных был реализован конечно-разностный метод на сдвинутой сетке со вторым порядком точности по времени и восьмым по пространству. Для использования максимально небольшой расчетной области требовалось использование эффективных неотражающих граничных условий. В данной работе рассматривается сверточный PML (CPML) [LeVeque, 2002]. Данный тип PML появился позже первоначально введенного split-field PML (SPML) и является более эффективным по памяти и простым в реализации. Более подробно классификация видов PML представлена в [Roden, Gedney, 2000]. Проведены тестовые расчеты, в ходе которых получены волновые картины (рис. 3) в разные моменты времени. Использование такого типа граничных условий позволило уменьшить амплитуду волны на два порядка при прохождении через PML слоя толщиной в 10 узлов.

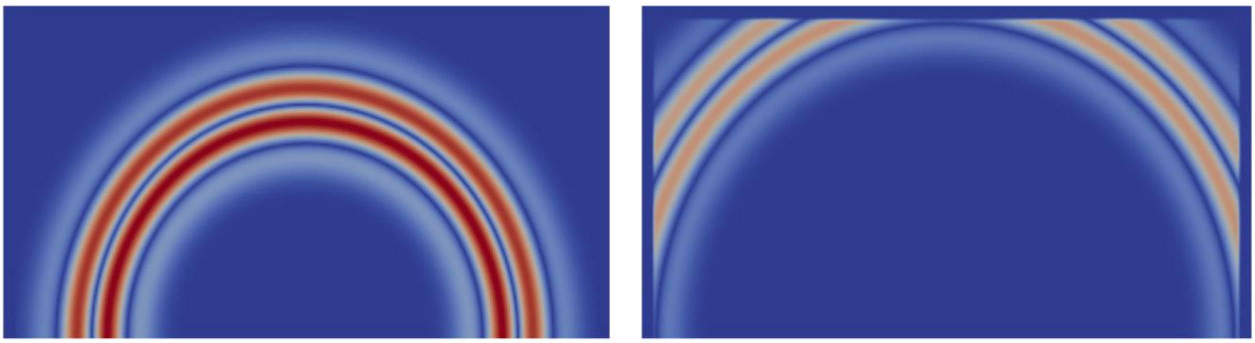


Рис. 3. Волновая картина до и после достижения границы, ось симметрии внизу

Для задания импульса с достаточно широким спектром использовался импульс Ормсби (Ormsby wavelet) [Ryan, 1994]:

$$f(t) = \left(\frac{f_4^2}{f_4 - f_3}\mathrm{sinc}^2(f_4 t) - \frac{f_3^2}{f_4 - f_3}\mathrm{sinc}^2(f_3 t)\right) - \left(\frac{f_2^2}{f_2 - f_1}\mathrm{sinc}^2(f_2 t) - \frac{f_1^2}{f_2 - f_1}\mathrm{sinc}^2(f_1 t)\right),$$

в работе использовались параметры $f_1 = 5,\ f_2 = 10,\ f_3 = 100,\ f_4 = 150$ Гц, что позволило получить спектр импульса практически в виде ступеньки (рис. 4).

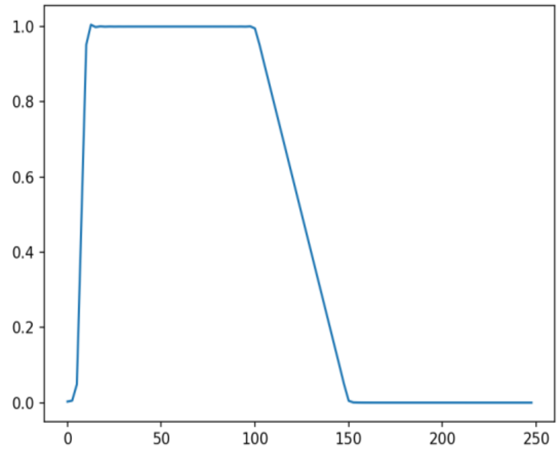


Рис. 4. Спектр импульса Ормсби с параметрами $f_1 = 5,\ f_2 = 10,\ f_3 = 100,\ f_4 = 150$ Гц

На рис. 5 приведен пример расчетной сейсмограммы, полученной данным методом.

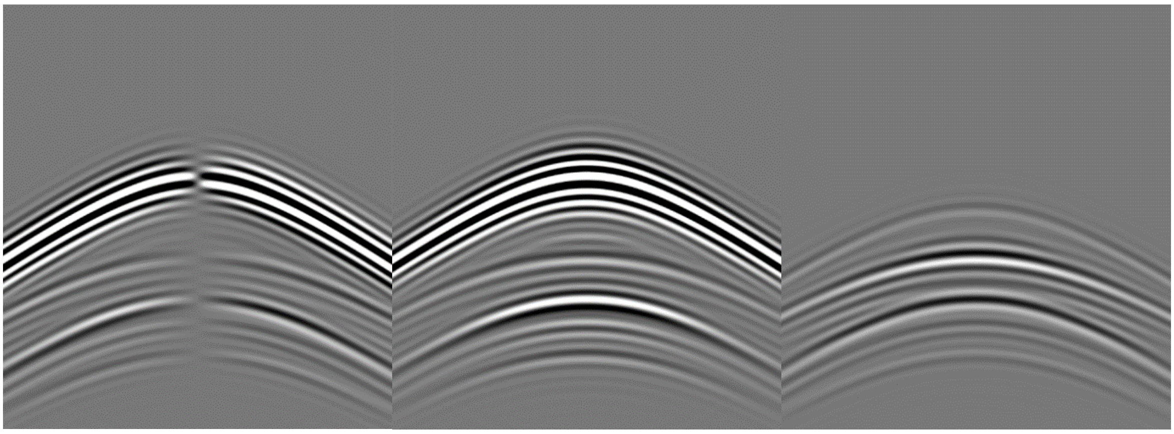


Рис. 5. Сейсмограмма отклика от тонкослоистой структуры. Слева направо – компоненты вектора смещений u^x, u^y, u^z

Использование данного подхода позволило существенно сократить время получения расчетной сейсмограммы, на рабочей станции средней производительности время расчета занимало не более часа. Конечно, на современных распределенных вычислительных ресурсах для сравнительно узких по вертикальной координате интервалов можно ставить и более общие задачи, чем в демонстрируемом здесь примере.

ПРАКТИЧЕСКИЙ ПРИМЕР

Рассмотрим применение данной технологии в некоторой «реальной» эффективной модели с некоторого морского проекта.

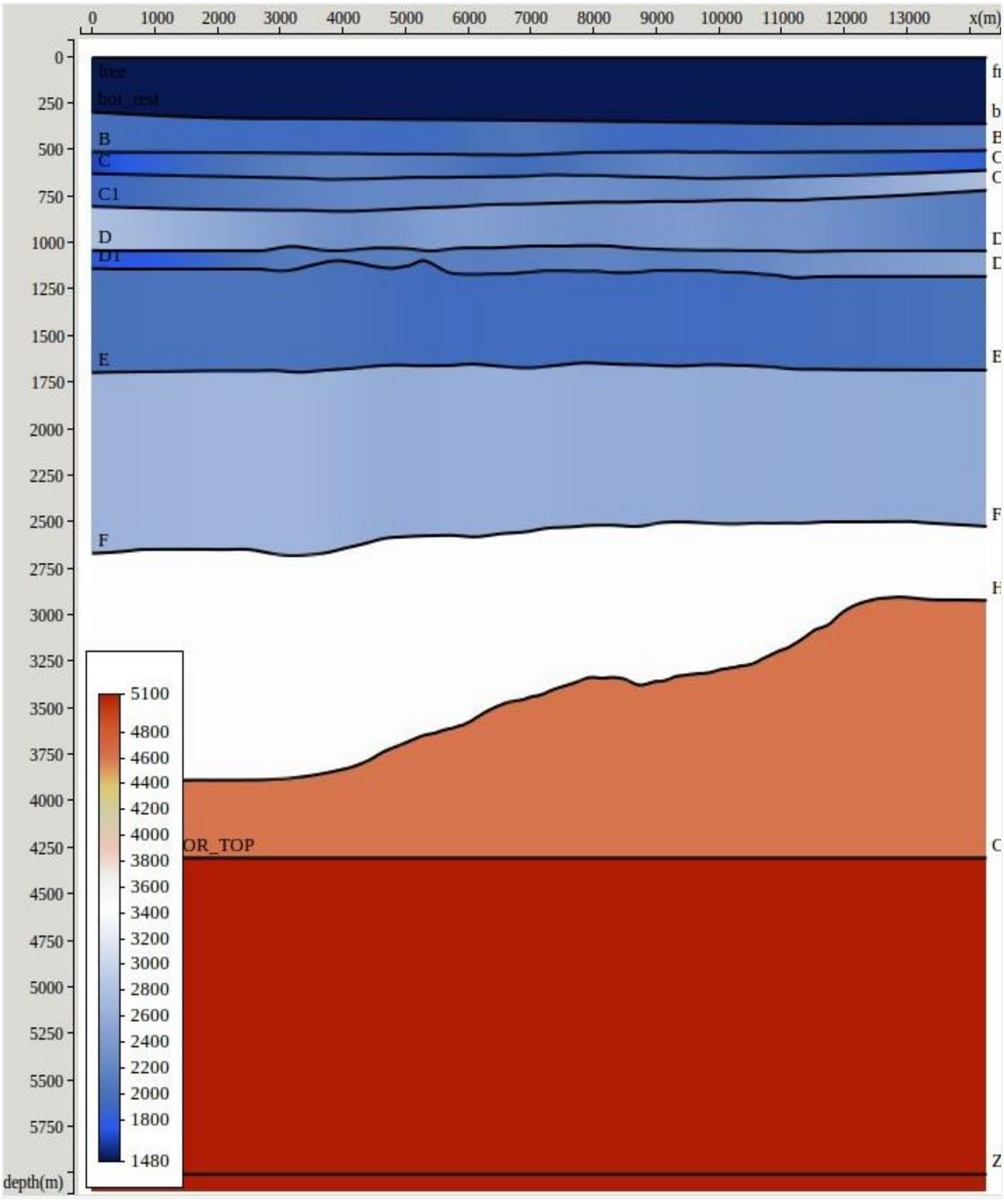


Рис. 6. Эффективная восстановленная ГСМ. Кровля «облекающего» слоя — COLLECTOR_TOP. Вся толща облекающего слоя была задана 700 м

Вглубь модели «поместим» некоторую структуру, отклик которой мы будем изучать. Для примера проведем три эксперимента и определим три подобные структуры, отличающиеся динамическими параметрами.

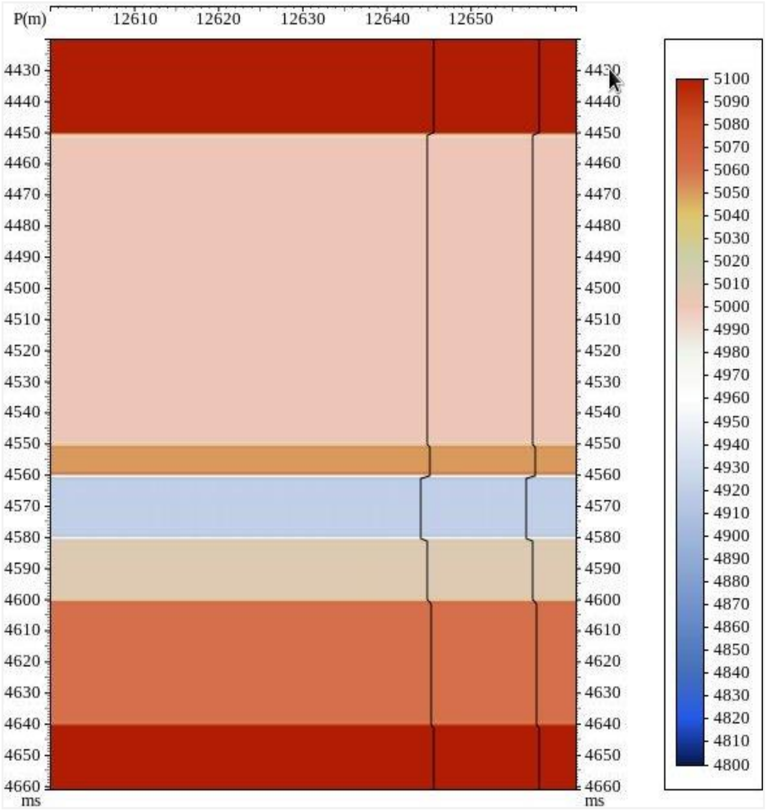


Рис. 7. Слабоконтрастная по V_p -пачка. $V_s = 0.6 * V_p$

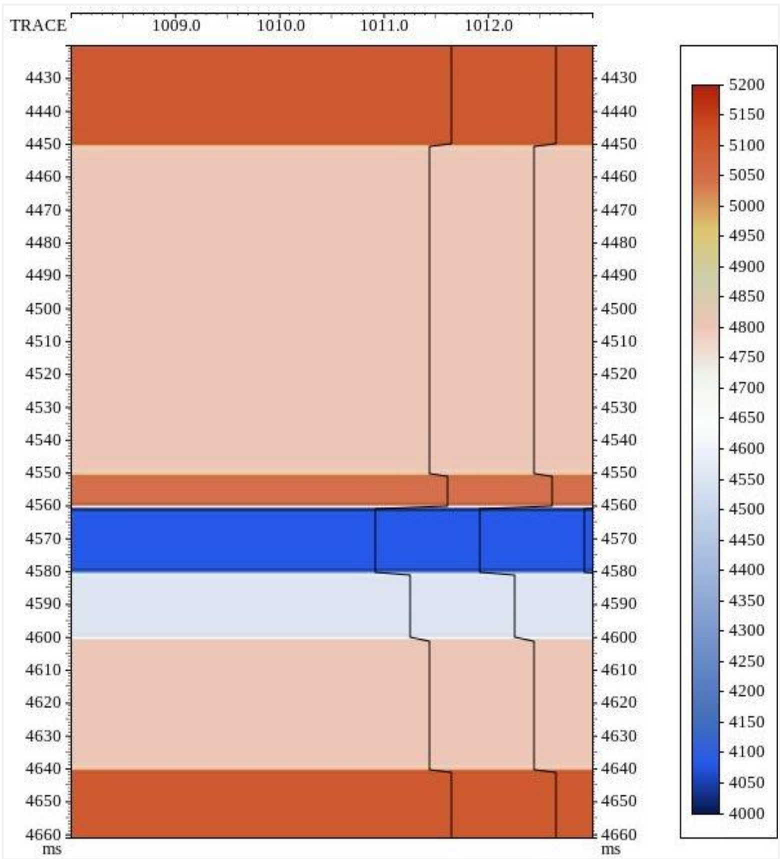


Рис. 8. Контрастная по V_P -пачка. $V_S = 0.6 * V_P$

Третья структура отличается от контрастной V_p-пачки пониженным уровнем соотношения $V_s/V_p = 0.3$. Для этих трех структур рассчитывались модельные трехмерные сейсмограммы ОПВ. Шаг дискретизации ПП – 2 м, частотный диапазон – до 125 Hz. Выносы ±700 м по X/Y.

Продемонстрируем работу поляризационного фильтра – выделение отраженных *PP*-волн с компенсацией «obliquity-factor» на примере сейсмограммы от слабоконтрастной структуры (рис. 9).

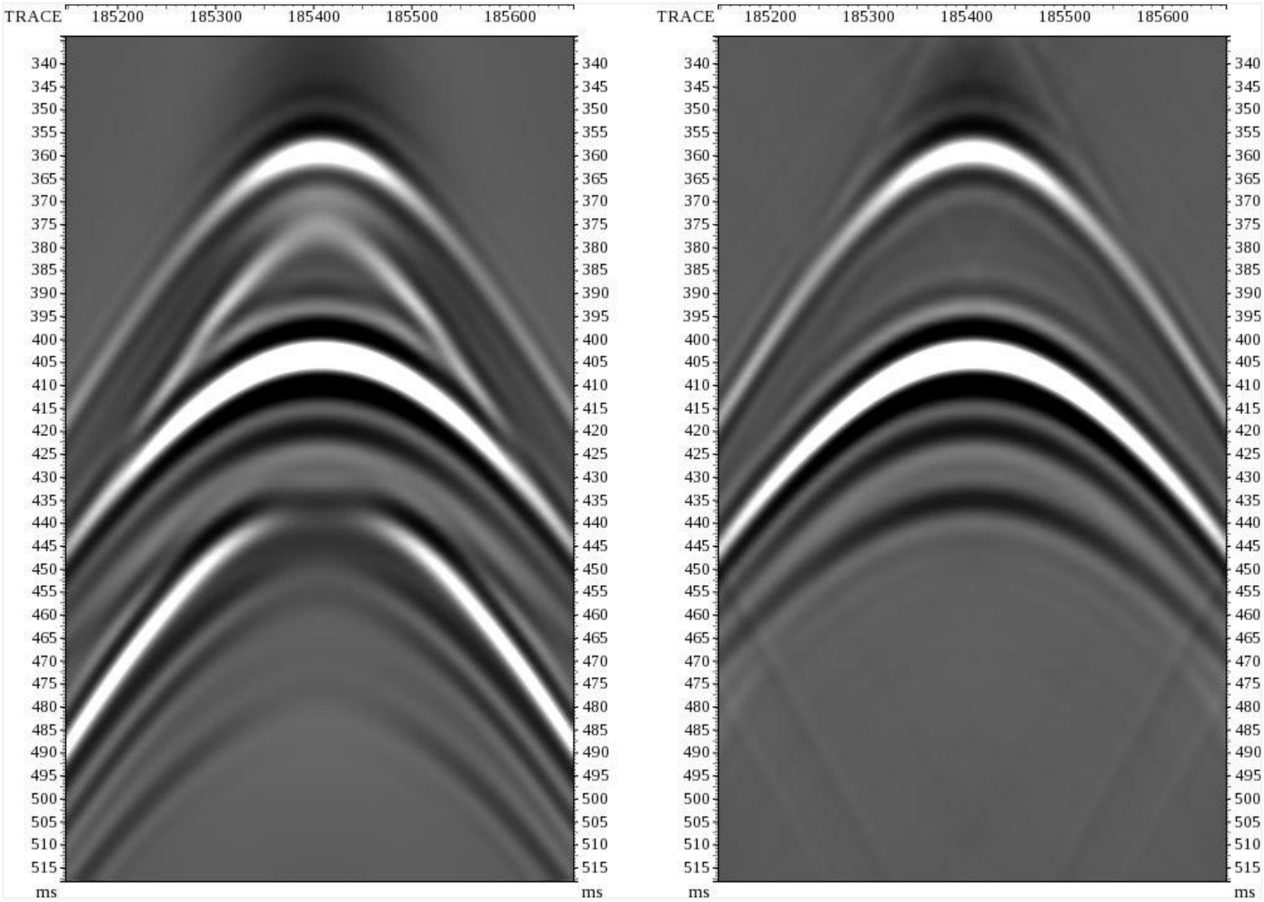


Рис. 9. Слева – центральное сечение синтетической трехмерной сейсмограммы от слабоконтрастной структуры – Z-компонента. Справа – результат работы поляризационного фильтра – фильтрации *PS*-волн и компенсация «obliquity-factor»

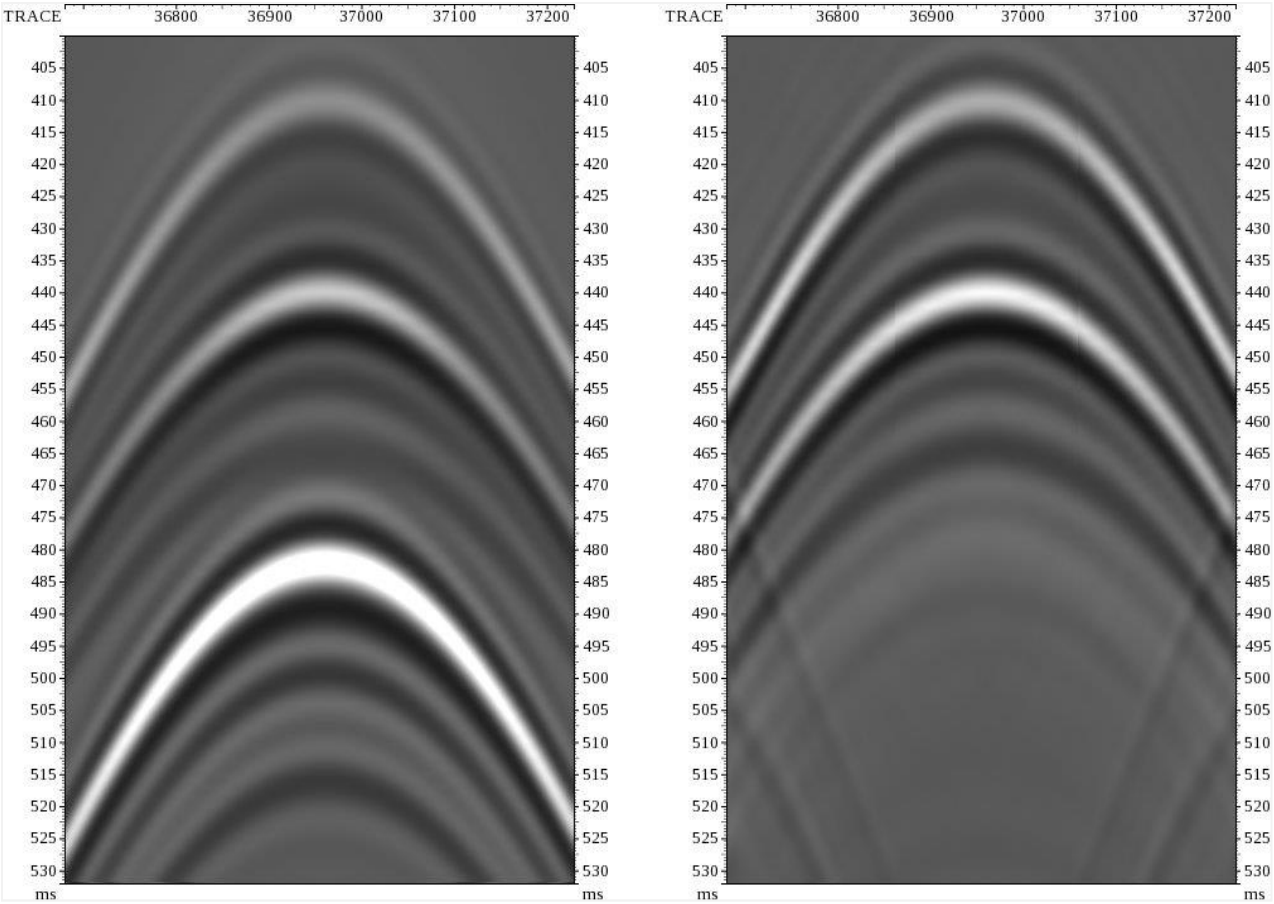


Рис. 10. Слева – сечение, удаленное на 500 м от центрального синтетической трехмерной сейсмограммы от слабоконтрастной структуры – Z-компонента. Справа – результат работы поляризационного фильтра: выделения *PS*-волн и компенсация «obliquity-factor»

Продемонстрируем сравнение динамики рассчитанных сейсмограмм на центральном сечении для контрастной пачки с соотношением (зачастую неизвестным!) $V_s/V_p = 0.6$ и $V_s/V_p = 0.3$. Как видно, в первом случае много энергии перераспределяется на обменные волны, которые еще хорошо интерферируют с *PP*-волнами.

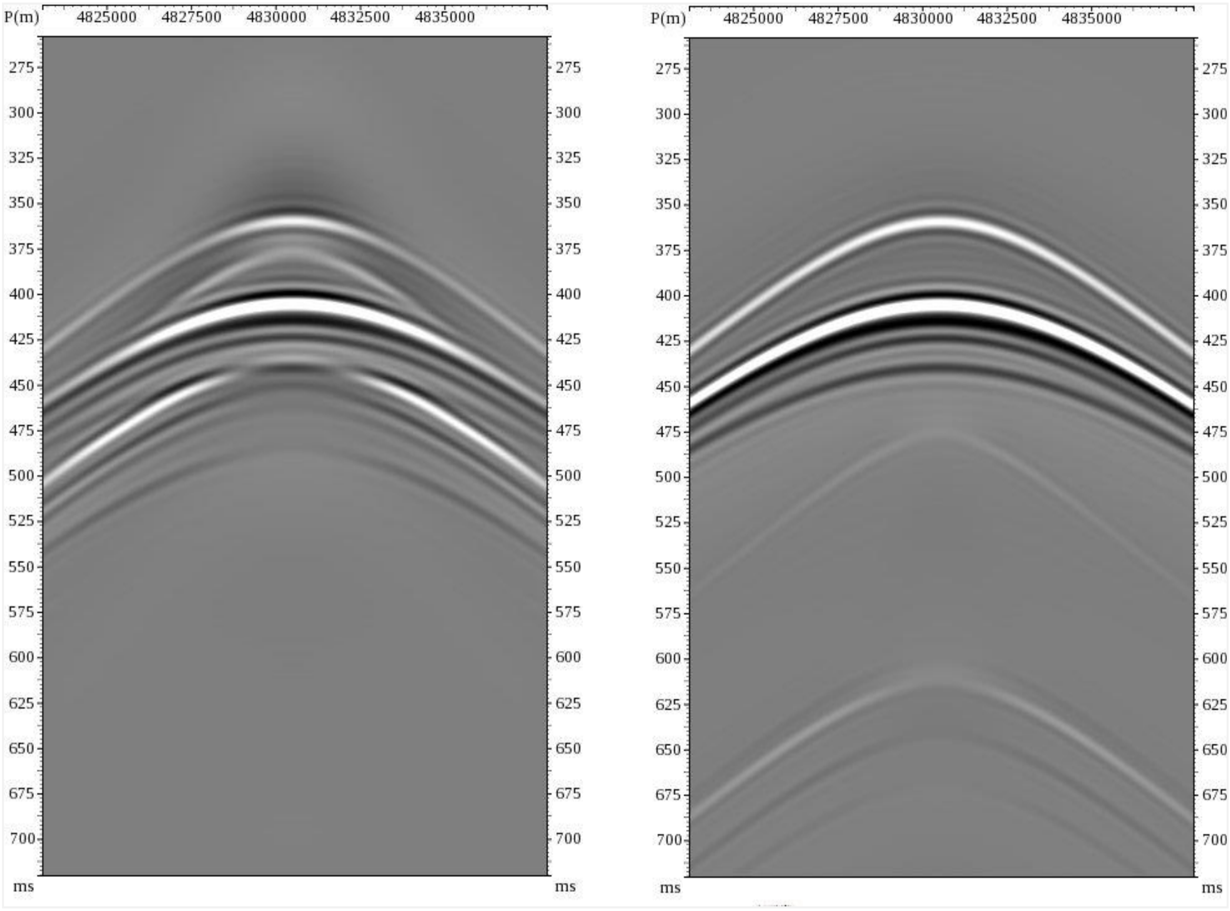


Рис. 11. Слева – Z-компонента центрального сечения трехмерной сейсмограммы от контрастной структуры с большими скоростями поперечных волн $V_s/V_p = 0.6$. Справа – Z-компонента центрального сечения трехмерной сейсмограммы от контрастной структуры с малыми скоростями поперечных волн $V_s/V_p = 0.3$

После фильтрации обменных волн и компенсации «obliquity-factor», и организации потока сейсмограмм ОПП рассчитываем из ПВ на свободной поверхности прямую волну методом послойного пересчета. Далее производим пространственное интегрирование на кровле «облекающего» слоя прямой волны с синтетическими поляризованными сейсмограммами ОПП от целевой структуры. Далее послойным пересчетом продолжаем поле отраженных волн с кровли «облекающего» слоя на свободную поверхность. Для сопоставления кинематической структуры волнового поля от контрастной целевой пачки горизонтов с полями отраженных волн от интерфейсных горизонтов эффективной ГСМ произведем послойное моделирование с динамическими параметрами, определяемыми скачками V_p на эффективной модели (плотности=1, $V_s = 0$). Пример суммарной ОПВ сейсмограммы в центре профиля представлен на рис. 12.

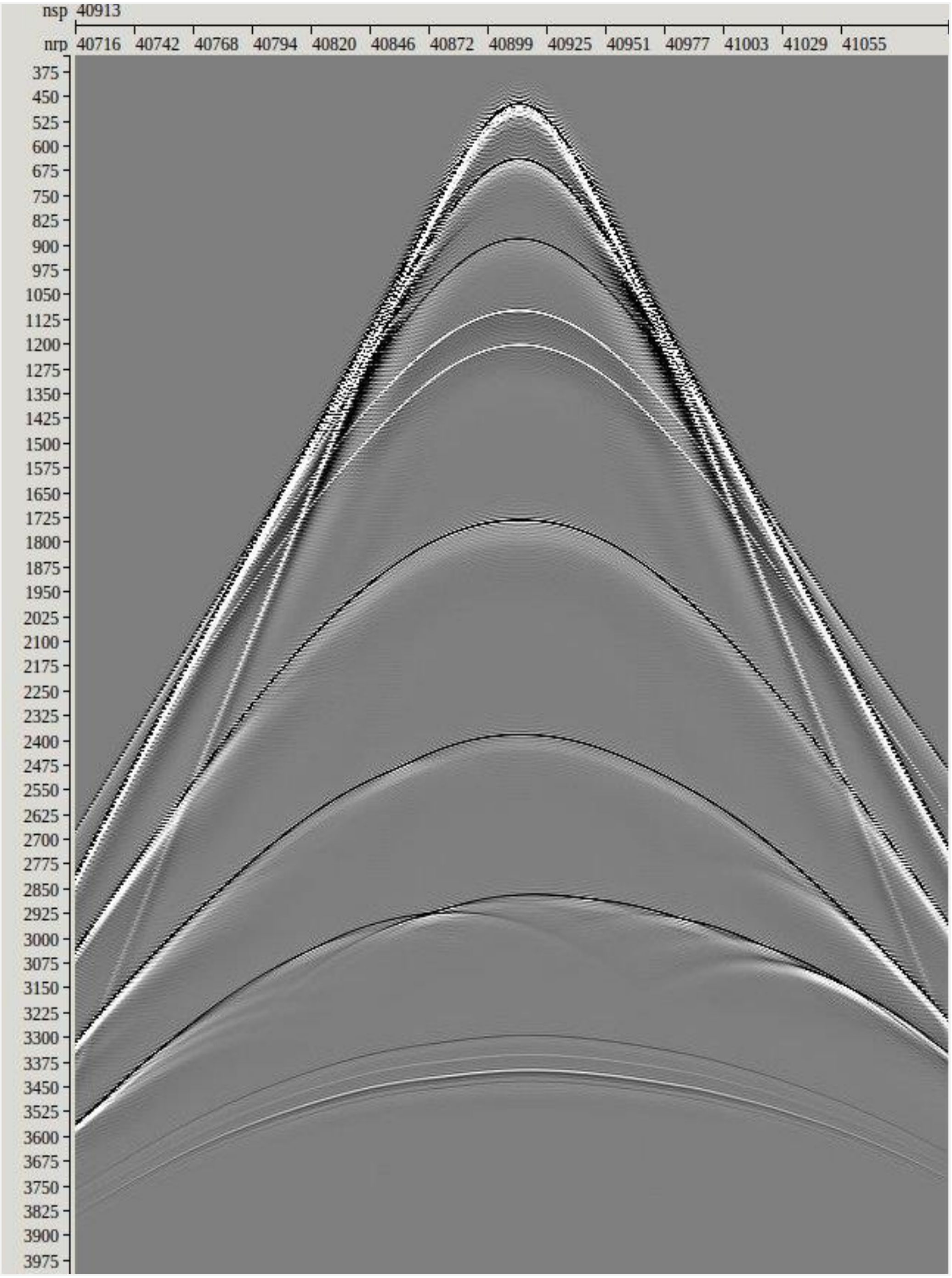


Рис. 12. Включение контрастной структуры в эффективную глубинно-скоростную модель. Суммарная сейсмограмма отраженных *PP*-волн

Спектр всех рассчитанных полей выдерживался в широком диапазоне до 125 Hz.

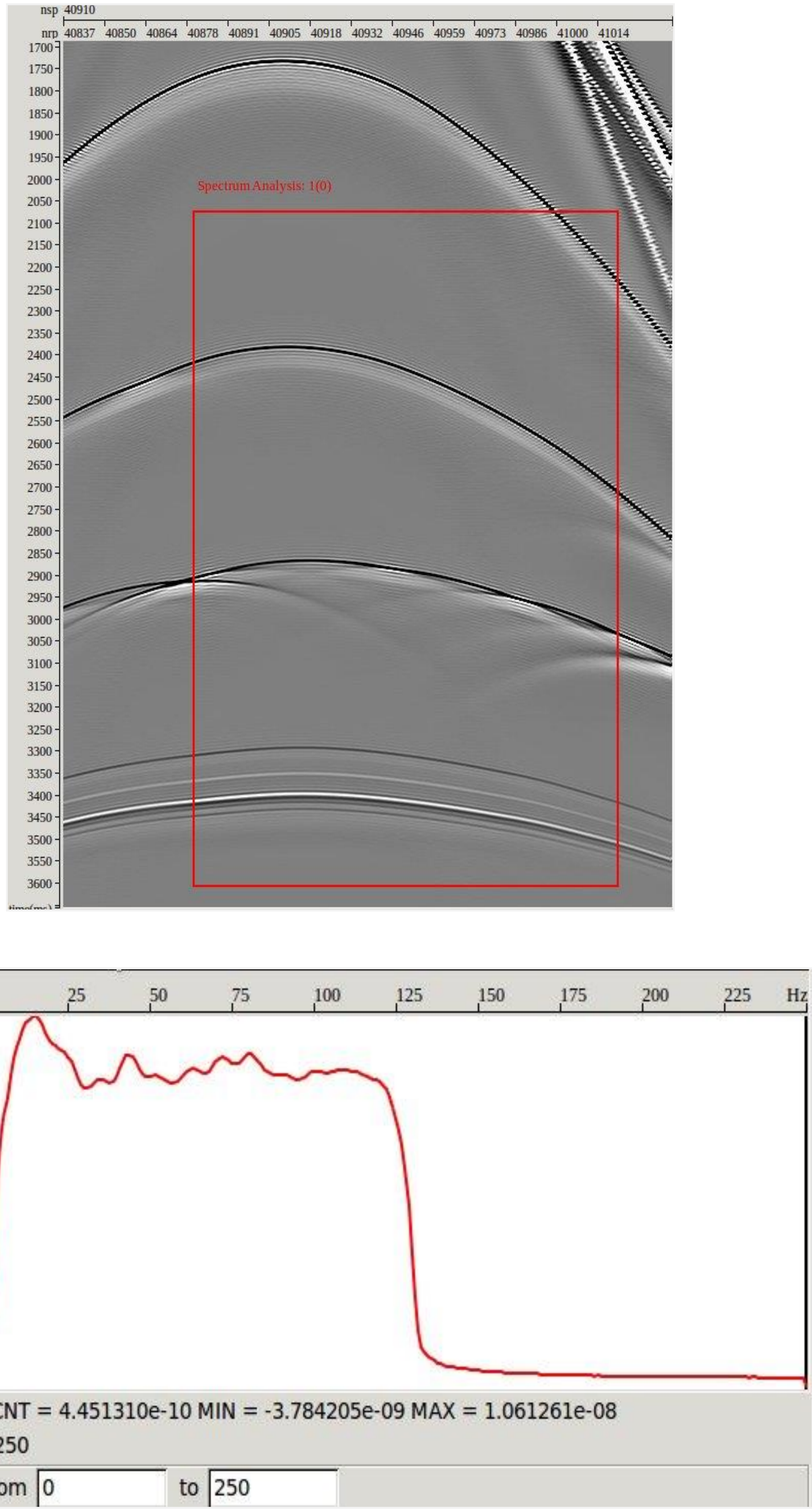


Рис. 13. Оценка амплитудного спектра рассчитанных сейсмограмм

Приведем разрезы суммарных равных удалений для включенной контрастной структуры.

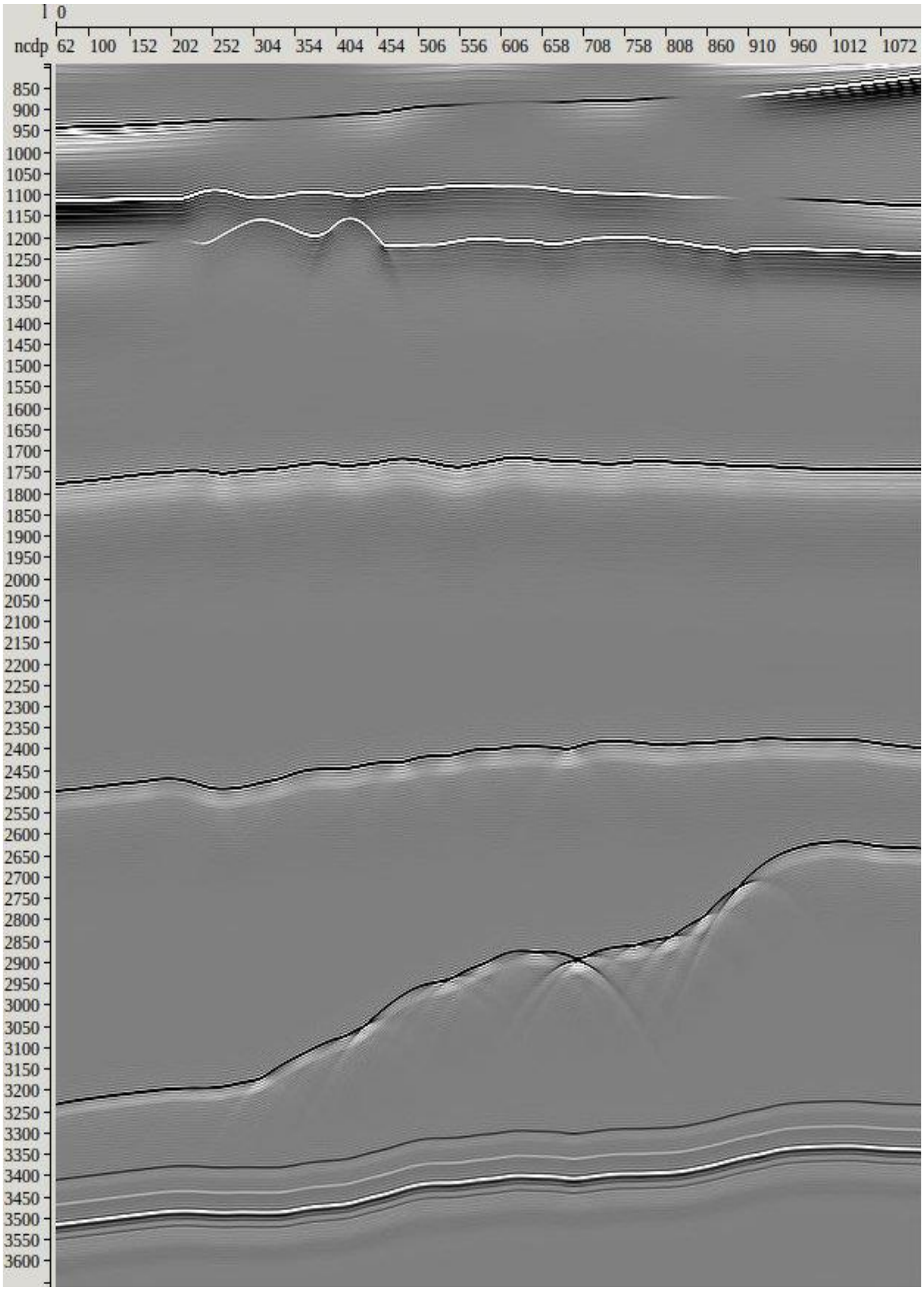


Рис. 14. Включение контрастной структуры в эффективную глубинно-скоростную модель. Разрез нулевого удаления

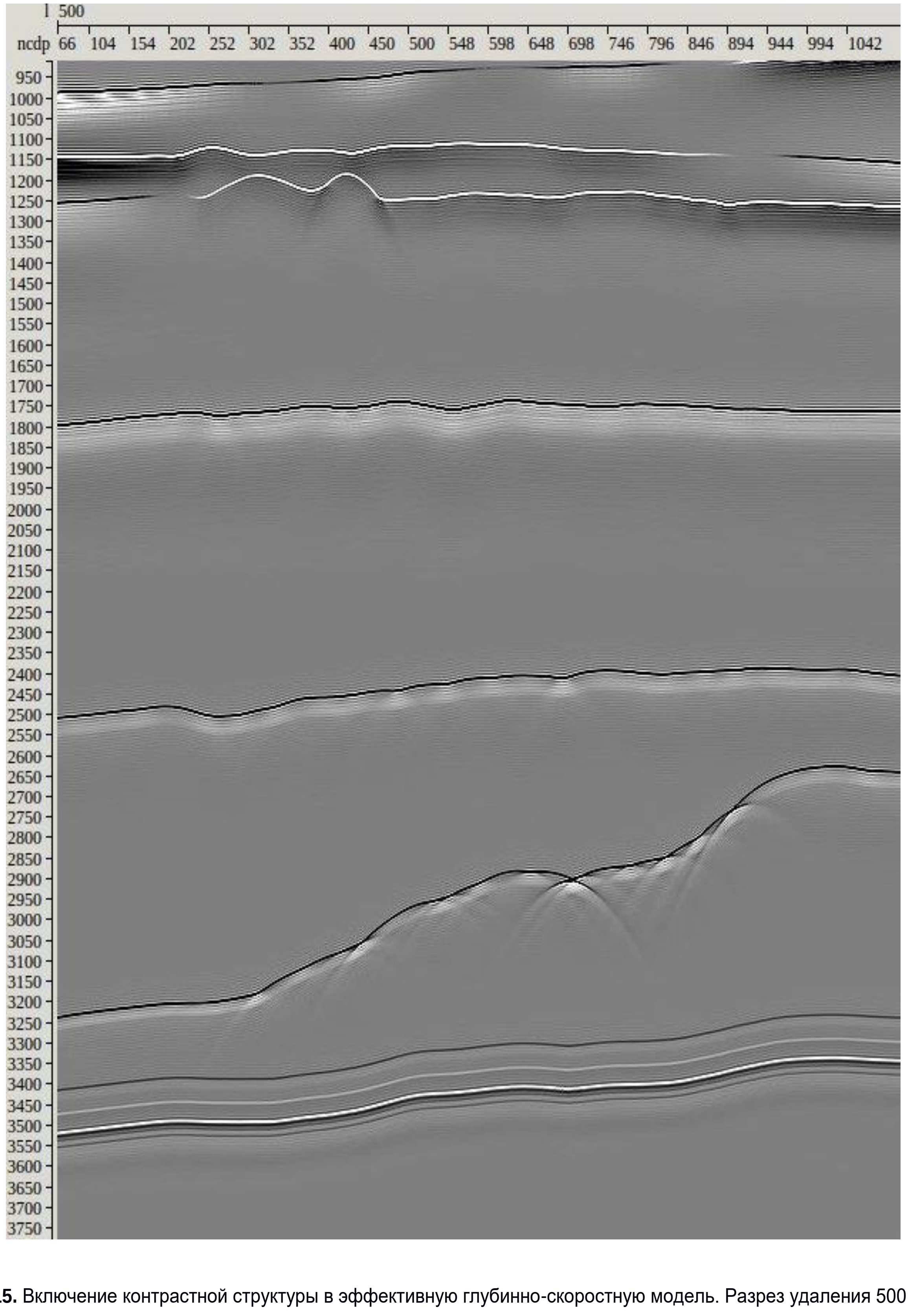


Рис. 15. Включение контрастной структуры в эффективную глубинно-скоростную модель. Разрез удаления 500 м

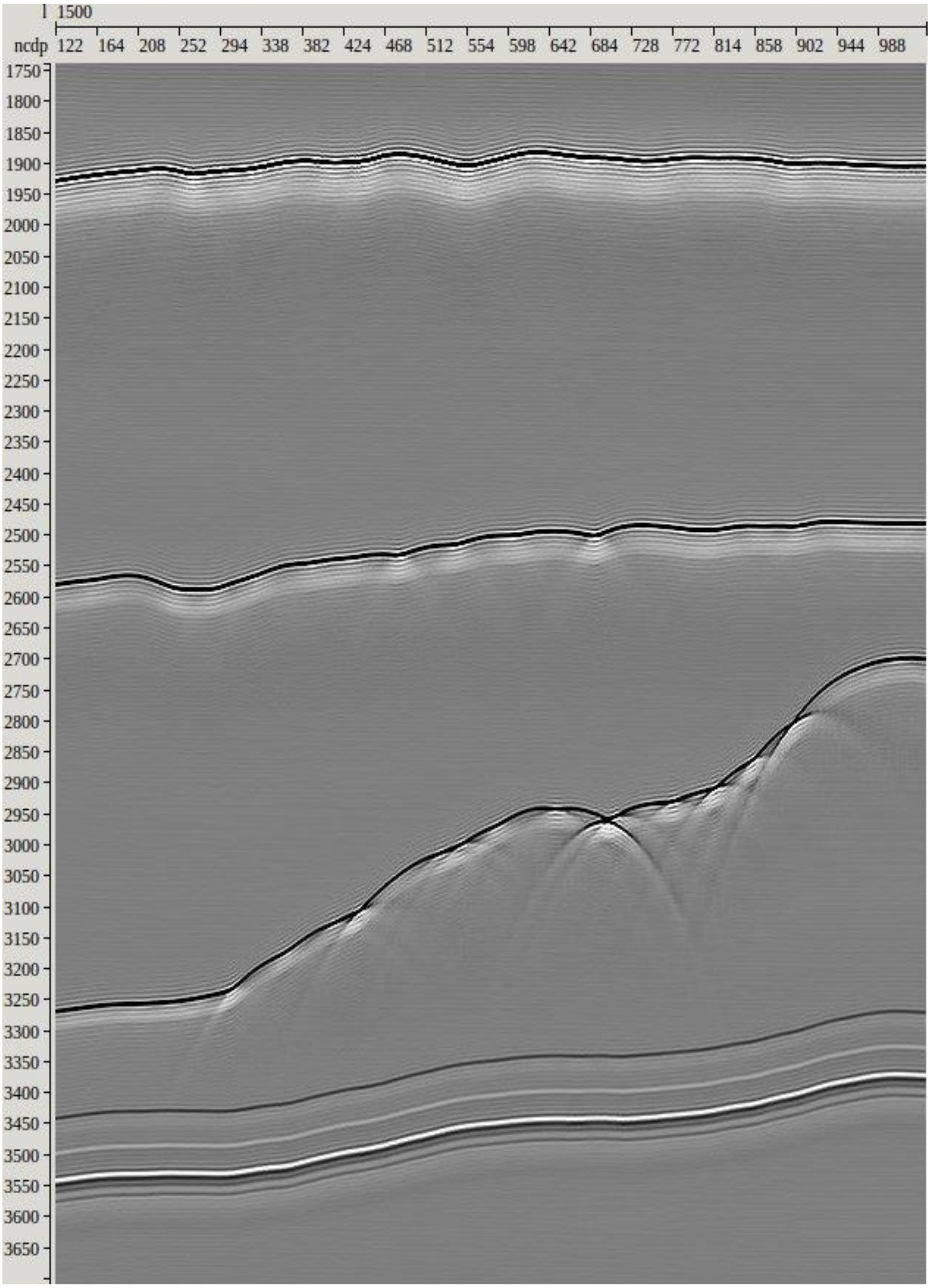


Рис. 16. Включение контрастной структуры в эффективную глубинно-скоростную модель. Разрез удаления 1500 м

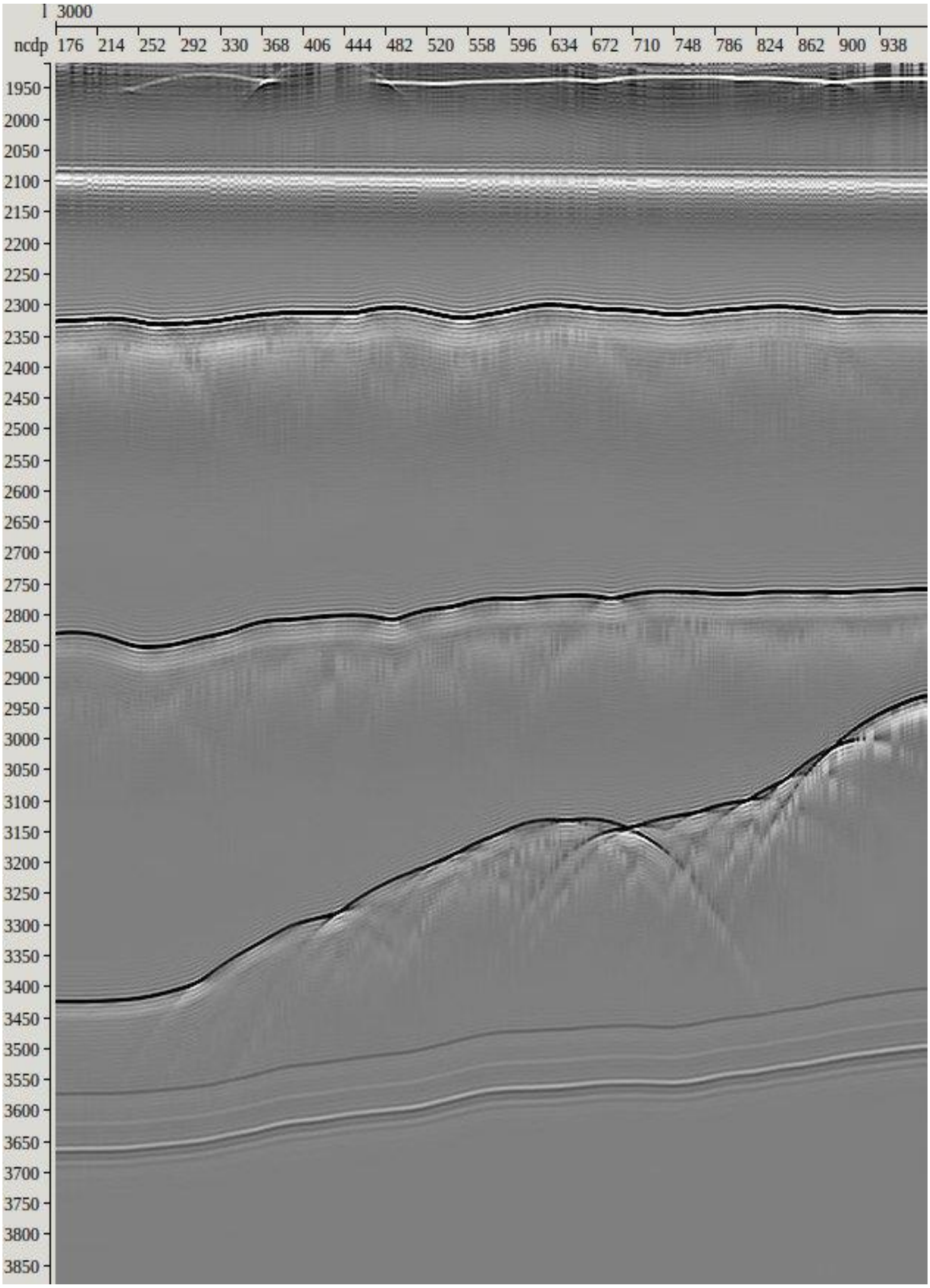


Рис. 17. Включение контрастной структуры в эффективную глубинно-скоростную модель. Разрез удаления 3000 м

На рис. 14–17 показаны разрезы сейсмограмм в сортировке по удалениям источник/приемник. В черно-белой шкале обычно демонстрируют сейсмические данные с высоким разрешением и здесь мы следуем этой традиции, т. к. одним из важных достоинств метода считаем возможность сохранения высоких и низких частот, что обычно сопряжено с известными сложностями. На разрезах демонстрируется структурное соотношение кинематики волн, отраженных от эффективных каркасных границ ГСМ и целевого объекта-пласта, а также демонстрируются кинематико-динамические различия полей, связанных с различными границами и целевым пластом, по наличию дифракционных элементов (петель на годографах). Можно видеть, что изучаемая тонкослоистая пачка, которая является простой в пространственном простирании, не содержит дифракционных эффектов (содержит лишь микро-петли), чего нельзя сказать об отражениях от вышележащих горизонтов.

Продемонстрируем сравнение динамики рассчитанных сейсмограмм на свободной поверхности на центральном сечении на ПВ=3000 м для контрастной пачки с соотношением $V_s/V_p = 0.6$ и $V_s/V_p = 0.3$. Как видно, в области нулевых удалений динамика сейсмограмм очень близка, но с повышенными скоростями поперечных волн мы наблюдаем сильно-выраженный AVO-эффект падения амплитуд с удалением.

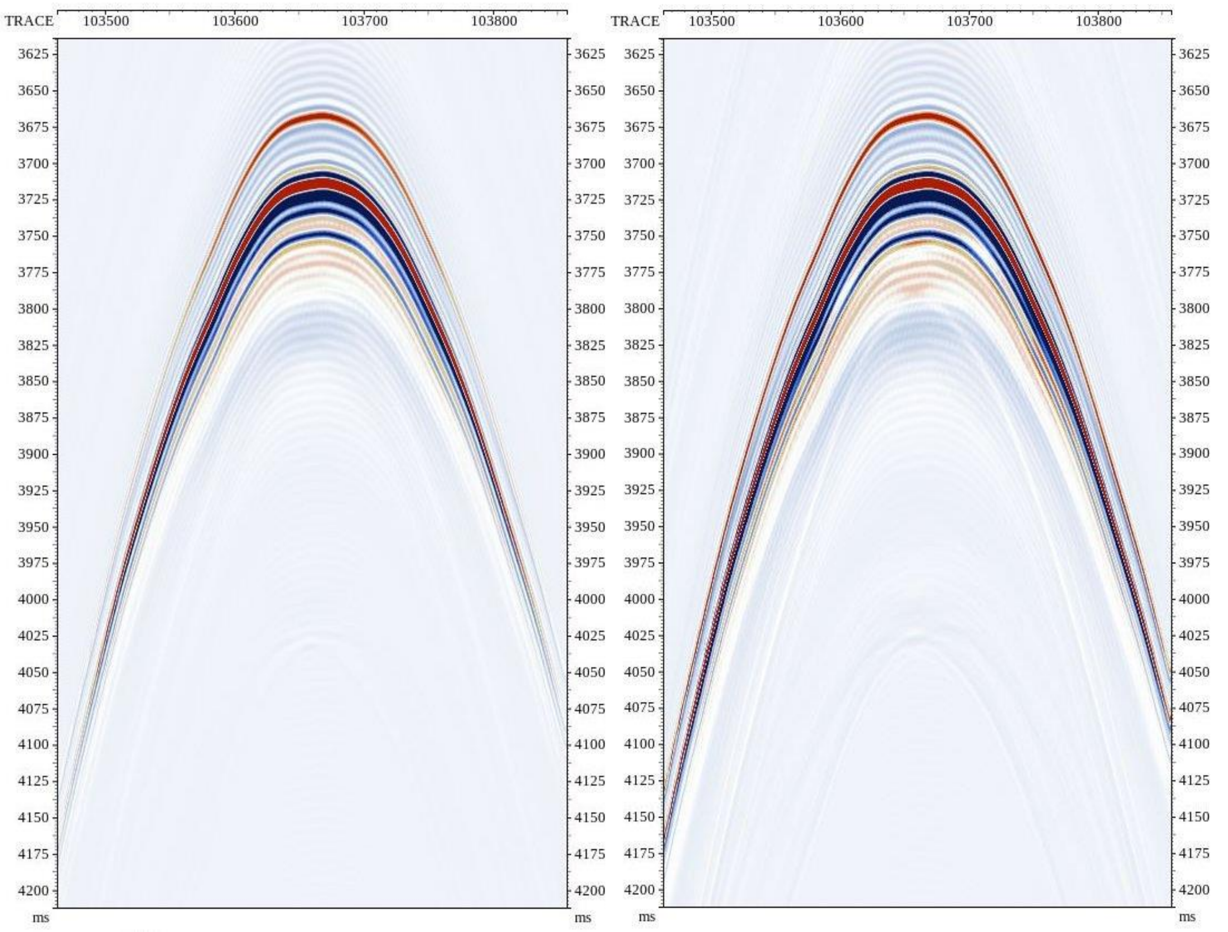


Рис. 18. Сравнение динамики рассчитанных сейсмограмм на свободной поверхности на центральном сечении на ПВ=3000 м для контрастной пачки. Слева $V_s/V_p = 0.6$. Справа $V_s/V_p = 0.3$

Далее произведем атрибутную миграцию сейсмограмм с восстановлением угловых разверток общей точки изображения. Суммарный результат миграции представлен на рис. 19.

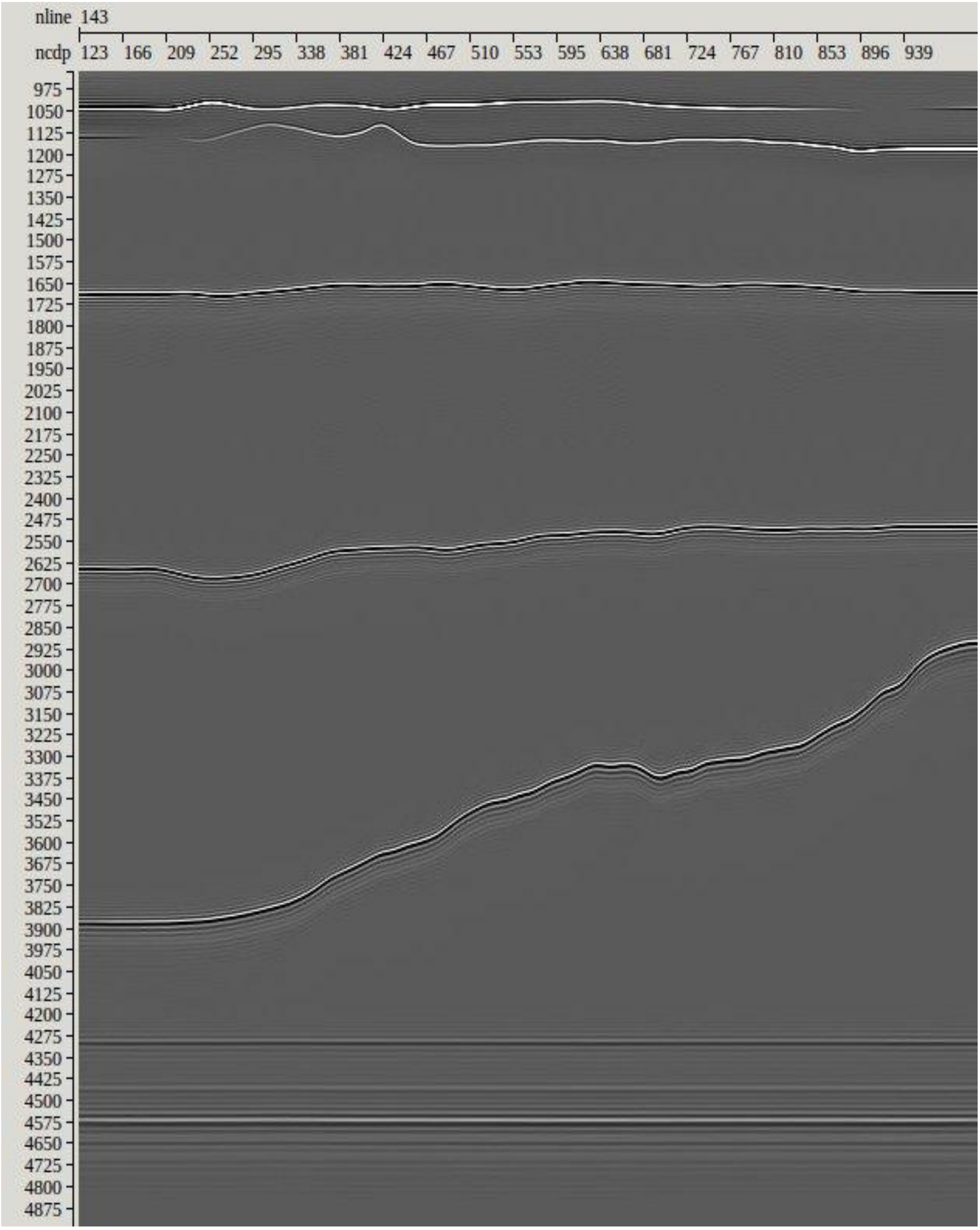


Рис. 19. Суммарный ответ миграции с включением контрастной структуры

Верифицируем динамику восстановленных глубинных сейсмограмм (с точки зрения ее неискажения оператором послойного пересчета). Для этого мы продемонстрируем (на примере слабоконтрастной структуры), что восстановленные угловые сейсмограммы не зависят от модели, в которую мы включали нашу тонкослоистую структуру. Для этого мы произвели «поднятие» синтетических сейсмограмм с кровли «облекающего» слоя на свободную поверхность в однородной модели со скоростью этого «облекающего» слоя и смигрировали данные в этой однородной эффективной модели. Результаты – угловые глубинные сейсмограммы до 45° – представлены на рис. 20.

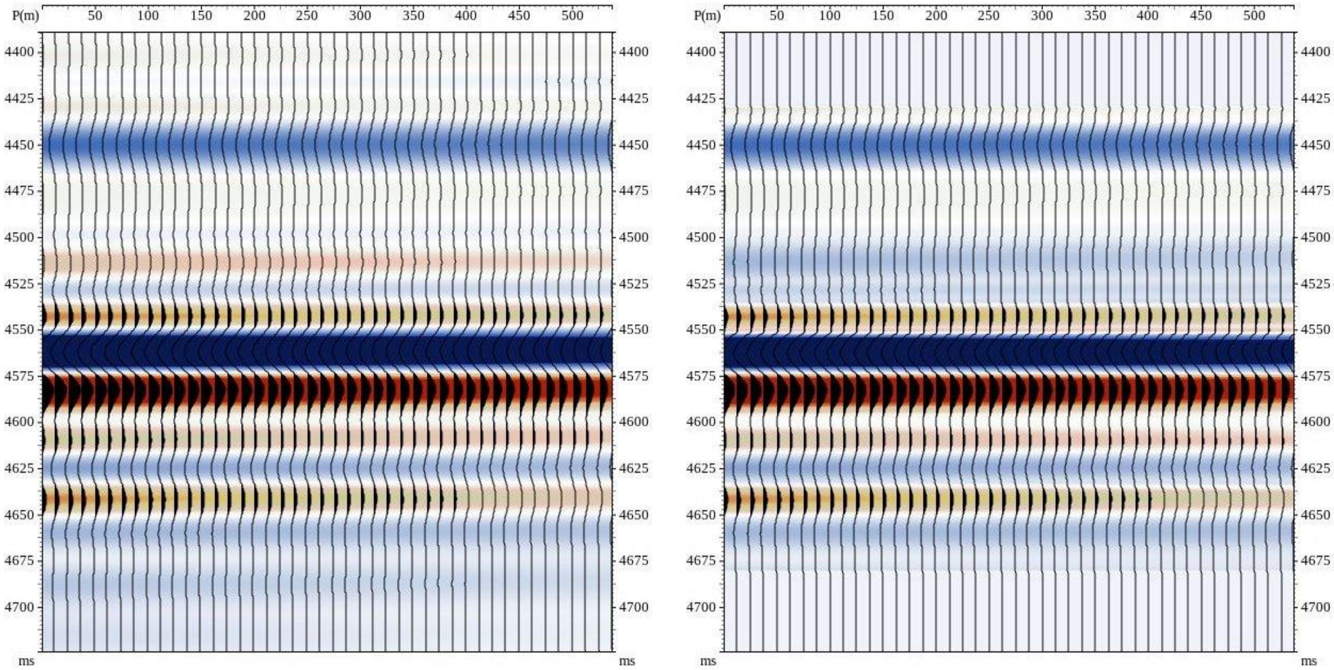


Рис. 20. Слева – угловые сейсмограммы до 45°, полученные в результате гибридной схемы моделирования от слабоконтрастной структуры в сложной эффективной модели среды и последующей атрибутной миграции в этой же модели среды. Справа – угловые сейсмограммы в развертках до 45°, полученные в результате гибридной схемы моделирования от слабоконтрастной структуры в однородной модели среды с V_p «облекающего» слоя и последующей атрибутной миграции в этой же модели среды

Далее для трех, используемых в нашем эксперименте отражающих структур, приведем сравнение восстановленной атрибутной миграцией динамики отраженных амплитуд с динамикой «синтетических» угловых глубинных разверток, полученных в приближении Борна, а именно в домене *Depth*$\rightarrow$*Time*. На временах отражения от интерфейсных границ в зависимости от угла падения для плоской волны из системы уравнений на непрерывность смещений и напряжений рассчитываются амплитуды, и с такими амплитудами добавляются дельта-функции в диапазоне частот. Ответ переводится в глубинную область преобразованием *Time*$\rightarrow$*Depth*.

Приведем сравнение восстановленных глубинных разверток посредством атрибутной миграции смоделированных гибридной схемой данных и «синтетических» угловых разверток.

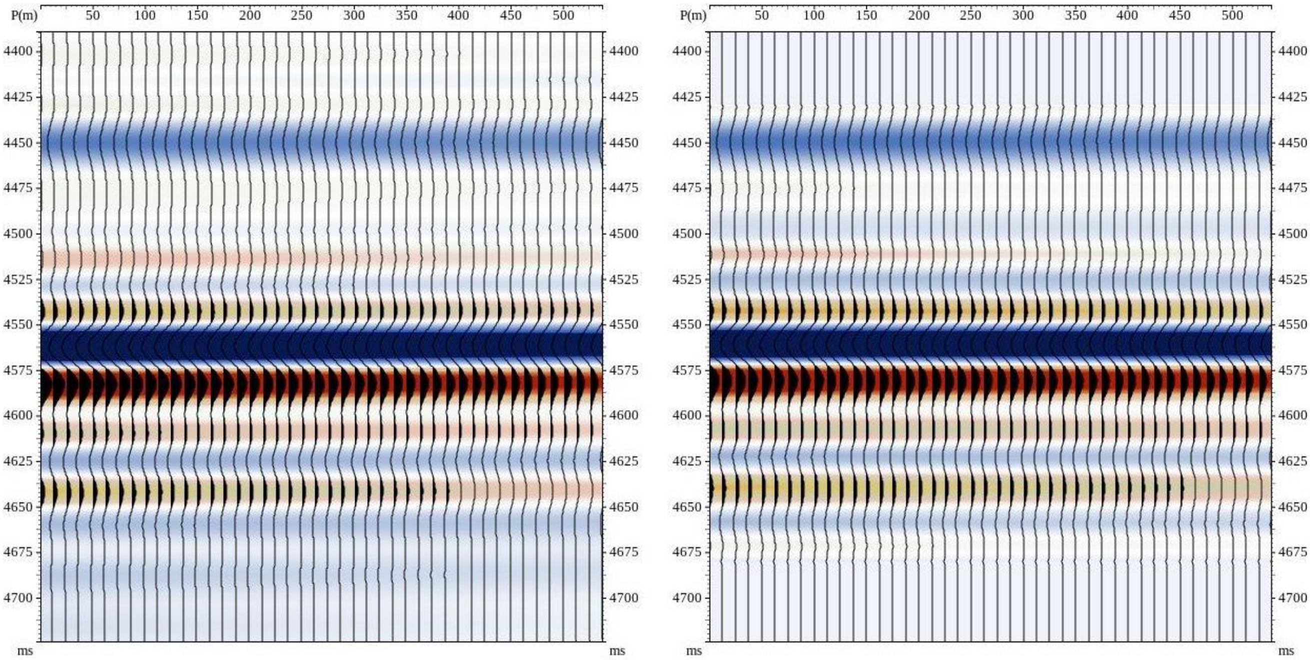


Рис. 21. Слева – восстановленная глубинная угловая сейсмограмма до 45 градусов по слабоконтрастной отражающей целевой структуре. Справа – соответствующая синтетическая сейсмограмма

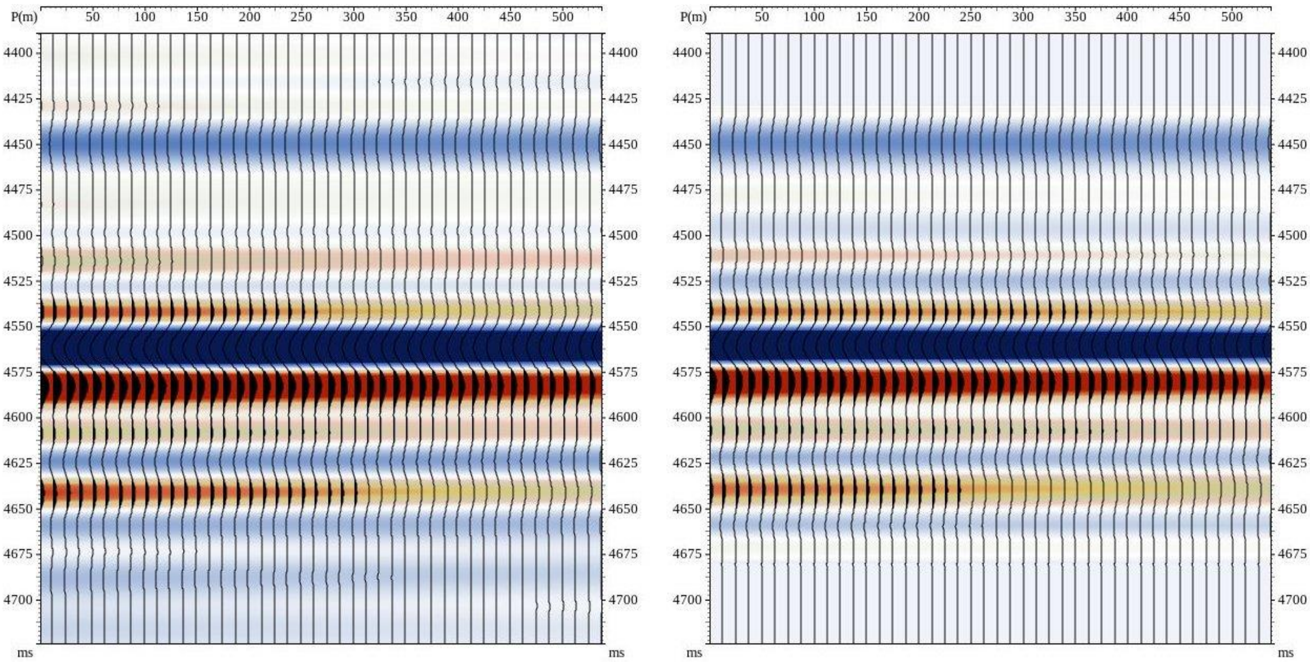


Рис. 22. Слева – восстановленная глубинная угловая сейсмограмма до 45 градусов по контрастной отражающей целевой структуре с большим соотношением $V_s / V_p = 0.6$. Справа – соответствующая синтетическая сейсмограмма

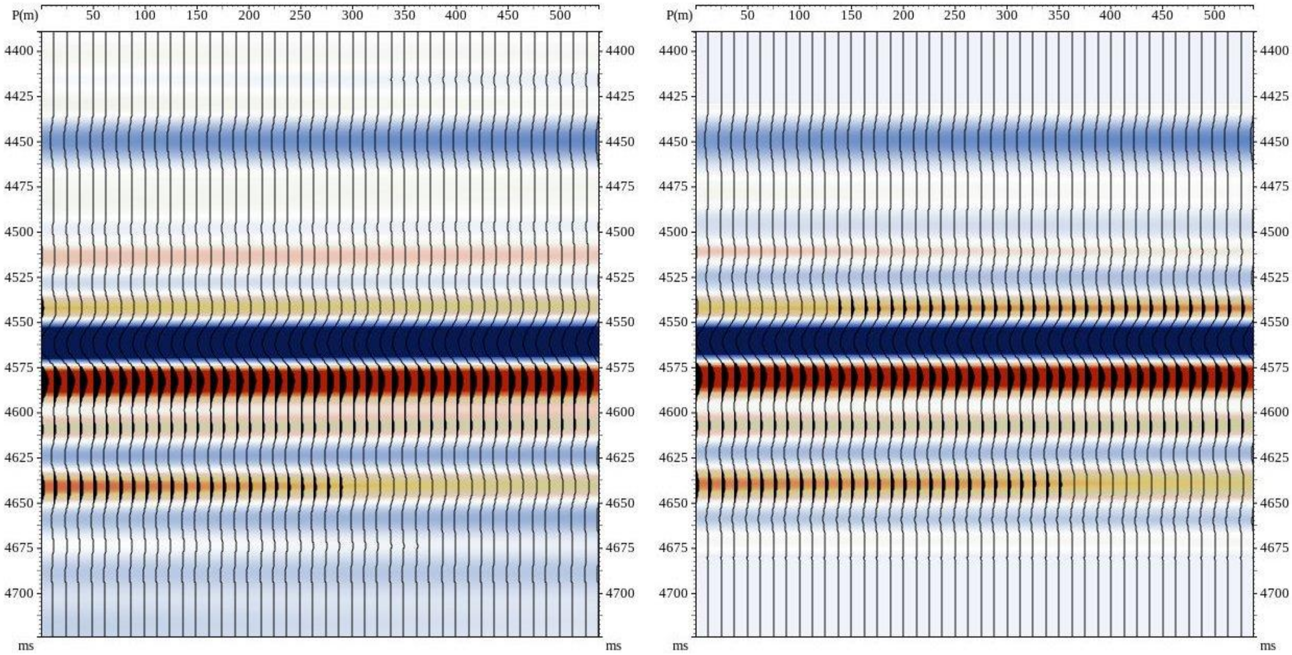


Рис. 23. Слева – восстановленная глубинная угловая сейсмограмма до 45 градусов по контрастной отражающей целевой структуре с малым соотношением $V_s/V_p = 0.3$. Справа – соответствующая синтетическая сейсмограмма

Рассмотренная нами схема отличается от случая общего положения использованием латеральной однородности отражающей целевой структуры. В общем же случае необходимо производить расчет набора трехмерных сейсмограмм ОПВ. Приемники для выполнения поляризационной фильтрации должны быть расположены очень часто, что не представляет сложности, поскольку расчет и так производится на достаточно подробной сетке. А дискретность по ПВ определяется «сложностью» латеральной неоднородности целевых структур.

Сложность расчета гибридных сейсмограмм главным образом определяется сложностью расчета конечно-разностными операторами реакции структуры внутри «облекающего» структуру слоя. Но исходя из того, что слой может быть довольно тонкий, и, соответственно, расчетные X-апертуры много меньше апертуры для сейсмограммы реальной геометрии наблюдений, и целевая область может быть невелика, то решение таких задач представляется вполне осуществимым и недорогим.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан способ расчета волнового поля отраженных волн от локализованных целевых объектов среды. Демонстрируется комбинирование способа послойного пересчета интегральными операторами для толстослоистой модели среды с сеточным решением для тонкослоистого пласта. Создан инструмент для моделирования трехмерных данных, позволяющий работать в разумной дискретности, и обеспечивать требуемую точность и широкий спектр рассчитанного волнового поля.

Несмотря на иллюстративный характер примеров, можно сделать важные для практики выводы о хорошем совпадении аналитических асимптотических формул для динамических параметров отраженных волн и решений, полученных сеточными методами. Кроме того, посредством такого моделирования нам удалось убедиться в хорошей точности получения угловых разверток средствами атрибутной миграции. Это один из примеров полезности прямых задач для верификации алгоритмов и методики обработки.

Схема моделирования проверена специально поставленными численными экспериментами. На наш взгляд, способ проверки интересен и попутными результатами. В самом деле, как проверить результат моделирования? Мы его верифицировали миграцией. Но миграция Кирхгофа сама опирается на многие приближения и может давать систематические погрешности. Так вот: хорошее восстановление динамики после миграции в истинных амплитудах (причем в двух разных моделях: однородной толщи выше тонкослоистой пачки и в сложной модели), само по себе является полезным результатом, который показывает, что приближения миграции вполне допустимы. Наверняка это не всегда так, но моделирование дает возможность осуществить проверку.

Прямые задачи не скоро войдут в повседневную практику обработки и интерпретации данных сейсморазведки, если геофизики не избавятся от присущей им гигантомании, когда ради сравнительно небольшой целевой области обсчитывается по полному графу и с привлечением всех ресурсов весь колоссальный объем данных. Это может быть отчасти оправдано при обработке и интерпретации реальных наблюдений, но при решении прямых задач создает непреодолимые и неоправданные трудности. Существует не так уж много обсчитанных моделей волновых полей в сложных средах, и они всегда бедны по частотному составу и плотности искусственных наблюдений. Чаще всего и модели считаются с вынужденными упрощениями и загрублениями, особенно в верхней части разреза. Важно уметь точно поставить задачу моделирования и иметь необходимый инструментарий для ее решения. Нам кажется, что прагматичный подход, развиваемый в нашей работе, и является возможным решением этой проблемы.

ЛИТЕРАТУРА

Бабич В.М., Киселев А.П. Упругие волны. Высокочастотная теория. – СПб.: БХВ-Петербург, 2014. – 320 с.

История развития института геологии и геофизики СО (АН СССР и РАН) и его научных направлений; Рос. акад. наук, Сиб. Отд-ние, Ин-т геологии и минералогии им. В.С. Соболева, Ин-т нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука. – Новосибирск: Академическое изд-во «Гео», 2010. – С. 618–663.

Каплан С.А., Лебедев Е.Б., Шалашников А.В., Фиников Д.Б. Прямые задачи в обработке и интерпретации сейсмических данных // Через интеграцию геонаук к постижению гармонии недр: Тезисы докладов 7 международной выставки и конференции EAGE (Санкт-Петербург, 11–14 апреля 2016 г.) – СПб., 2016. – С. Tu C 05.

Клем-Мусатов К.Д. Теория краевых волн и ее применение в сейсмике. – Новосибирск: Наука, 1980 – 292 с.

Петрашень Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. – Л.: Наука, 1980. – 280 с.

Петрашень Г.И., Нахамкин С.А. Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. – Л.: Наука, 1973. – 170 с.

Подъяпольский Г.С. Физика упругих волн // Справочник геофизика. – М.: Недра, 1966. – Т. IV. – С. 28–96.

Фиников Д.Б., Шалашников А.В. Трансформация волновых полей: миграция, погружение, моделирование // Новые геотехнологии для старых провинций: Тезисы докладов 3 международной научно-практической конференции EAGE (Тюмень, 25–29 марта 2013 г.) – Тюмень, 2013. – С. S5.

Шалашников А.В., Фиников Д.Б. Возможности миграционных преобразований для оценивания атрибутов волновых полей // ГеоЕвразия 2018. Современные технологии изучения и освоения недр Евразии: Труды Международной геолого-геофизической конференции. – Тверь: ООО «ПолиПРЕСС», 2018. – С. 539–542.

Шпак Г.А. Алгоритмы академика Алексеева // Наука в Сибири. – 1998. – № 37–38. – С. 11–12.

Kennett B. Seismic wave propagation in stratified media. – Canberra: ANU E Press, 2009. – 288 p.

Korneev V.A. Krauklis Wave in a stack of alternating fluid-elastic layers // Geophysics. – 2011 – Vol. 76, No. 6 – P. 47–53.

Kristek J., Moczo P., Galis M. A brief summary of some PML formulations and discretizations for the velocity-stress equation of seismic motion // Studia Geophysica et Geodaetica. – 2009. – Vol. 53, No. 4. – P. 459–474.

LeVeque R.J. Finite volume methods for hyperbolic problems. – New York: Cambridge university press, 2002. – 558 p.

Roden J.A., Gedney S.D. Convolution PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media // Microwave and Optical Technology Letters. – 2000. – Vol. 27, No. 5. – P. 334–339.

Ryan H. Ricker, Ormsby, Klauder, Butterworth – a choice of wavelets // CSEG Recorder. – 1994. – Vol. 19, No. 7. – P. 8–9.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

ШАЛАШНИКОВ Андрей Владимирович – ведущий программист ООО «Сейсмотек». Область научных интересов: обработка сейсмических данных и моделирование сейсмических волновых полей.

ФИНИКОВ Дмитрий Борисович – директор департамента разработки алгоритмического и программного обеспечения ООО «Сейсмотек». Область научных интересов: разработка алгоритмов обработки сейсмических данных, e-mail: d.finikov@seismotech.ru.

ХОХЛОВ Николай Игоревич – кандидат физико-математических наук., с.н.с. лаборатории прикладной вычислительной геофизики МФТИ. Область научных интересов: разработка и реализация численных методов повышенного порядка точности для моделирования динамических волновых процессов в гетерогенных средах на высокопроизводительных вычислительных системах, e-mail: khokhlov.ni@mipt.ru.

ИВАНОВ Андрей Михайлович – инженер лаборатории прикладной вычислительной геофизики МФТИ. Область научных интересов: параллелизация численных алгоритмов на системах с центральными и графическими процессорами, ускорение численных алгоритмов, e-mail: ip-e@mail.ru.

Геофизические технологии, № 1, 2019, с. 33–59 www.rjgt.ru
doi: 10.18303/2619–1563–2019–1–33 УДК 550.8.053

ОСОБЕННОСТИ ОПЕРАТОРОВ ПРОДОЛЖЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ (НА ПРИМЕРЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВОЛНЫ-СПУТНИКА)

М.С. Денисов, А.А. Егоров

ООО «ГЕОЛАБ», 119071, Москва, ул. Орджоникидзе, 12/4, Россия,

e-mail: denisovms@gmail.com

Алгоритмы подавления волн-спутников задействуют процедуру продолжения волнового поля. Оператор такого преобразования является интегральным, а при применении к дискретным сейсмическим данным используется его аппроксимация, соответствующая численному способу интегрирования. В статье исследуются границы применимости аппроксимации по методу ячеек и методу прямоугольников. Показано, что при обработке площадных сейсмограмм, зарегистрированных при помощи традиционных схем наблюдения, корректное прогнозирование спутника возможно только после применения интерполяции. При обработке профильных сейсмограмм имеется возможность прогнозирования и удаления волн-спутников как при глубокой, так и при мелкой буксировке косы. Форма косы может быть произвольной. Результаты исследования и сделанные на его основании выводы справедливы не только для операторов прогнозирования волн-спутников, но и распространяются на все задачи сейсморазведки, в которых используются методы продолжения волновых полей.

Морская сейсморазведка; продолжение волнового поля; численное интегрирование; волна-спутник

PROPERTIES OF WAVEFIELD EXTRAPOLATION OPERATORS (ON THE EXAMPLE OF PREDICTION OF GHOST REFLECTIONS)

M.S. Denisov, A.A. Egorov

GEOLAB Ltd, Ordzhonikidze str., 12/4, Moscow, 119071, Russia,

e-mail: denisovms@gmail.com

Seismic deghosting algorithms involve wavefield extrapolation. The operator of such a transformation is integral, and when applied to discrete seismic data, its approximation is used, which corresponds to a method of numerical integration. The paper examines the limits of applicability of the approximation by the method of cells and the method of rectangles. It is shown that when processing 3D seismograms recorded using traditional survey geometries, correct ghost prediction is possible only after interpolation. When processing 2D seismic gathers, it is possible to predict and remove ghost waves for deep and shallow streamers. The streamer shape can be arbitrary. The results of the study and the conclusions made are valid not only for ghost prediction operators, but also for all seismic exploration tasks that involve wavefield extrapolation.

Marine seismic; wavefield extrapolation; numerical integration; ghost reflection

ВВЕДЕНИЕ

Волны-спутники являются помехой, возникающей при регистрации морских или наземных сейсмических данных [Боганик, Гурвич, 2006]. В морской сейсморазведке спутник представляет собой волну, претерпевшую переотражение от свободной поверхности. Различают спутник со стороны источника и спутник со стороны приемника. С первым вполне успешно справляются различные модификации схемы излучения волн, наиболее известной из которых является двухуровневое возбуждение [Гольдин, 1974]. Нас будет интересовать задача подавления спутника со стороны приемника.

В результате проведенного нами исследования [Денисов, Егоров, 2016а; Бурцев и др., 2016; Денисов, Егоров, 2016б] был предложен оптимизационный алгоритм, позволяющий производить подавление волн-спутников по площадным (3D) и профильным (2D) сейсмограммам для морских данных, полученных с произвольной геометрией глубоко буксируемой косы. Настоящая работа продолжает это исследование, обобщая результаты на случай мелкой буксировки косы и уточняя область применимости алгоритмов. Здесь мы не ставим перед собой цели написания литературного обзора на тему удаления волн-спутников. Достаточно полную информацию о современном состоянии задачи, включая алгоритмы, основанные на интегральных методах продолжения волнового поля (а именно такие и только такие операторы волновых продолжений будут нас интересовать), можно найти в работах [Beasley et al., 2013; Denisov et al., 2018]. Предметом нашего исследования являются способы численной реализации интегральных преобразований, а проблема волн-спутников затрагивается нами лишь с целью наглядной и геофизически содержательной иллюстрации наших выводов.

Читателю может показаться, что статья перегружена выкладками. Такой стиль подачи материала неизбежен и обусловлен тем, что перед нами стоит задача изучения особенностей математического аппарата, привлекаемого для решения различных задач обработки сейсмических данных. Известно множество алгоритмов, в которых явно или неявно используются интегральные операторы прямого и обращенного продолжения поля. Помимо подавления волн-спутников, к этим алгоритмам относятся прогнозирование кратных волн, коррекция уровня приведения, компенсация влияния верхней части разреза, сейсмическая миграция, погружение сейсмограмм, замещение слоя и пр. [Денисов, Силаенков, 2008].

Наш алгоритм основывается на модели волнового поля, связывающей полезные отражения $w(x,t)$ (в данном случае к ним относятся все восходящие волны: как однократно отраженные, так и многократно отраженные) и спутники $g(x,t)$. Вывод модели детально описан в первой части исследования [Денисов, Егоров, 2016а], к которой мы и отсылаем читателя, интересующегося соответствующими подробностями. Алгоритм подавления спутника реализован в виде обращения модели относительно поля полезных волн. Здесь же мы приведем лишь необходимые краткие пояснения.

Пусть $d(x,t)$ – сейсмограмма общего пункта возбуждения (ОПВ), которую представим в виде

$$d(x,t) = w(x,t) + g(x,t).$$

Введем декартову систему координат так, чтобы ось z была ортогональна поверхности наблюдений и направлена в глубь среды. Если мы имеем дело с площадной сейсмограммой, то под x понимаем векторкоординату $x=(x_1,x_2)$ проекции точки, в которой производится регистрация. Если сейсмограмма профильная, то x – координата точки приема на линии наблюдений.

Применив к последнему равенству преобразование Фурье по t, приходим к

$$D(x,\omega)=W(x,\omega)+G(x,\omega), \tag{1}$$

где $D(x,\omega)$, $W(x,\omega)$, $G(x,\omega)$ – спектральные характеристики волновых полей $d(x,t)$, $w(x,t)$ и $g(x,t)$ соответственно, ω – циклическая частота. Для краткости, выражения типа *спектральная характеристика волнового поля* в дальнейшем (там, где это не приведет к путанице) будем заменять на *волновое поле*. Кроме того, с целью компактности записи формул будем применять упрощенные обозначения, не выписывая аргументы функций. При необходимости будем указывать аргументы, не делая при этом оговорок. Спектральные характеристики условимся записывать в предположении $\omega\geq 0$, а их форма при $\omega<0$ будет определяться из свойств симметрии спектров действительных функций [Оппенгейм, Шафер, 1979].

ОБРАБОТКА ПЛОЩАДНЫХ СЕЙСМОГРАММ (ЗАДАЧА 3D)

Образование спутника со стороны приемника происходит следующим образом. Регистрируемое сейсмоприемниками на косе поле восходящих волн W распространяется до поверхности наблюдений и после переотражения в нижнее полупространство вновь регистрируется в виде падающих волн-спутников G. Поэтому модель спутника связана с полем полезных волн преобразованием вида прямого продолжения поля, и это продолжение осуществляется *вдоль семейства лучей* (терминология заимствована из книги [Петрашень, Нахамкин, 1973]) отраженной волны M, а именно:

$$G(x,\omega)=a\int_{b_1}\int_{b_2}W(b_1,b_2,\omega)K(b_1,b_2,x,\omega)db_1db_2, \tag{2}$$

или с использованием упрощенного обозначения вектор-координаты $b=(b_1,b_2)$

$$G(x,\omega)=a\int_{b\in\Sigma}W(b,\omega)K(b,x,\omega)db,$$

где

$$K(b,x,\omega)=-2\frac{\partial}{\partial n}M(b,x,\omega), \tag{3}$$

a – коэффициент отражения восходящей волны от поверхности моря $(|a|\leq 1,\, a\approx -1)$, Σ – функция, описывающая геометрию косы, n – нормаль к Σ в точке интегрирования $b=(b_1,b_2)$, $aM(b,x,\omega)$ –

спектральная характеристика поля точечного источника, расположенного в точке с вектор-координатой b и наблюдаемого в точке x. Введенные условные обозначения иллюстрируются на рис. 1.

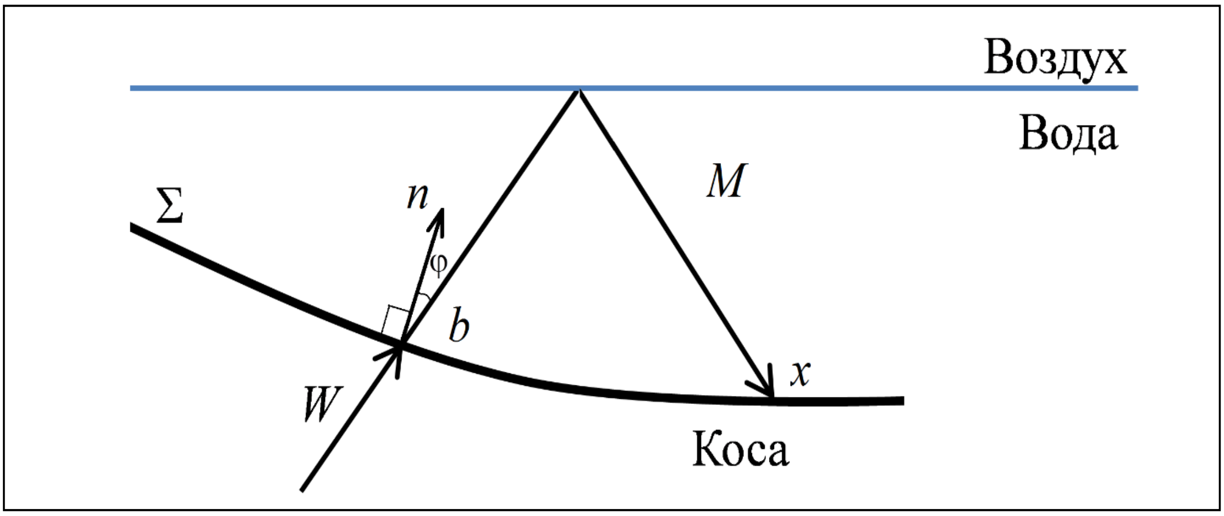


Рис. 1. Условная схема процесса образования волны-спутника со стороны приемника. Восходящая волна W регистрируется буксируемой сейсмической косой Σ, переотражается в нижнее полупространство от границы вода/воздух и вновь регистрируется в виде спутника. Луч связывает точки b и x. M – волна, по спектральной характеристике которой производится построение оператора продолжения поля

Так как (см. [Петрашень, 1959])

$$M(b,x,\omega) = \frac{1}{4\pi r(b,x)} e^{j\frac{\omega}{v}r(b,x)}, \tag{4}$$

где $r(b,x)$ – путь, пройденный волной от точки b до точки x, v – скорость упругих волн в воде, $j=\sqrt{-1}$, то, подставив (4) в (3), имеем

$$K(b,x,\omega) = -\frac{j\omega}{2\pi v}\frac{\cos\phi(b,x)}{r(b,x)} e^{j\frac{\omega}{v}r(b,x)}\left(1+\frac{jv}{\omega r(b,x)}\right). \tag{5}$$

Функцию $\tau(b,x) \equiv r(b,x)/v$ принято называть траекторией суммирования. При большом заглублении косы действие оператора (5) в пространственно-временной области сводится к взвешенному суммированию трасс исходного поля вдоль траектории τ и последующей одноканальной фильтрации суммотрассы. При получении последнего выражения мы воспользовались следствием из закона Бендорфа [Урупов, Левин, 1985]:

$$\frac{\partial}{\partial n} r(b,x) = \cos\phi(b,x).$$

Опираясь на работу [Денисов, Егоров, 2016а], можно подставить в сумму (1) выражение (2) для волны-спутника $G(x,\omega)$ и тем самым получить уравнение, в правой части которого будет находиться лишь $W(x,\omega)$. Отсюда для каждой фиксированной частоты ω имеем систему линейных уравнений относительно искомой спектральной характеристики поля восходящих волн, решая которую получим очищенные от волны-спутника сейсмограммы.

Разумеется, выражение (2) не может быть применено непосредственно к зарегистрированному волновому полю, так как наблюдения производятся в дискретных точках на поверхности Σ, удаленных друг от друга на расстояние Δb_1, под которым понимается интервал между приемниками на косе, и на расстояние Δb_2, под которым понимается интервал между соседними косами. Во всех известных нам работах, посвященных прямым или обращенным продолжениям волновых полей, переход от интегральной формы записи преобразования к дискретной осуществляется без каких-либо оговорок. Авторы как бы считают само собой разумеющимся, что для применения преобразования к зарегистрированным данным формулу (2) следует просто заменить на

$$G(x,\omega) = a\Delta b_1 \Delta b_2 \sum_m \sum_n W(m\Delta b_1, n\Delta b_2, \omega) K(m\Delta b_1, n\Delta b_2, x, \omega) . \quad (6)$$

На наш взгляд, такой подход вовсе не очевиден и требует отдельных пояснений. Так как в литературе мы не встречаем необходимых в данном случае комментариев, а сам переход оказывается принципиально важным в решаемой задаче, то мы обсудим этот вопрос детально, т. е. более тщательно, чем, вероятно, следовало бы в иной ситуации. Впрочем, основной текст статьи содержит лишь наглядные и упрощенные рассуждения, в то время как более строгий вывод вынесен в Приложение. Легко понять, что формула (6) оказывается способом оценивания двойного интеграла (2) по методу ячеек [Калиткин, 1978], являющегося двумерным аналогом метода средних прямоугольников. Такой способ имеет свои ограничения, и мы их проанализируем.

Пусть поле W представляет собой горизонтально-плоскую волну, импульс которой имеет спектральную характеристику $S(\omega)$, и пусть Σ – плоскость. Тогда интеграл (2) с учетом (5) записывается как

$$G(x,\omega) = -aS(\omega)\frac{j\omega}{2\pi v}\int_{b_1}\int_{b_2} \frac{\cos\phi(b,x)}{r(b,x)} e^{j\frac{\omega}{v}r(b,x)} \left(1 + \frac{jv}{\omega r(b,x)}\right) db_1 db_2 . \quad (7)$$

Для дальнейших рассуждений нам удобно ввести новые обозначения, а именно переписать (7) в виде

$$G(x,\omega) = -aI(x,\omega),$$

где через I обозначен двойной интеграл

$$I(x,\omega) = S(\omega)\frac{j\omega}{2\pi v}\int\limits_{b_1}\int\limits_{b_2} J(x,\omega,b_1,b_2)db_1 db_2$$

с подынтегральной функцией J, равной

$$J(x,\omega,b_1,b_2) = \frac{\cos\phi(b,x)}{r(b,x)} e^{j\frac{\omega}{v}r(b,x)}\left(1+\frac{jv}{\omega r(b,x)}\right).$$

Преобразование производит прямое продолжение поля с одного глубинного уровня на другой, а расстояние между уровнями равно $2h$, где h – глубина буксировки косы. Будем прогнозировать волну-спутник в точку с вектор-координатой $x=0: r(b,x) = r(b,x=0) = \sqrt{(2h)^2 + b_1^2 + b_2^2}$.

Основной вклад в интеграл вносит окрестность точки касания траектории суммирования и годографа волны, которая в нашем случае имеет координаты $b_1 = b_2 = 0$. Иначе говоря, для получения оценки функции $I(x,\omega)$ достаточно провести интегрирование по половине первой зоны Френеля Φ_1 [Боганик, Гурвич, 2006], имеющей радиус

$$R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2h\lambda + \frac{\lambda^2}{4}},$$

где λ – длина волны, за которую мы примем длину волны гармоники, доминирующей в спектре сейсмического импульса $S(\omega)$. Для этого в интеграле следует выбрать область интегрирования $b_1, b_2 \in \Phi_1$ такую, что

$$\sqrt{b_1^2 + b_2^2} \le R_1, \qquad (8)$$

т. е.

$$I(x,\omega) = S(\omega)\frac{j\omega}{2\pi v}\iint\limits_{\Phi_1} J(x,\omega,b_1,b_2)db_1 db_2 . \qquad (9)$$

Рассчитаем погрешность оценивания интеграла, для чего введем понятие полной (т. е. для всех частот) относительной ошибки интегрирования Ω. Обозначив через $\tilde{I}(\omega) \equiv \tilde{I}(x=0,\omega)$ оценку интеграла $I(\omega) \equiv I(x=0,\omega)$ по методу ячеек, записываемую в виде двойной суммы, аналогичной (6), вычислим суммарную энергию разности истинного значения и оценки для всех частот в пределах сигнального диапазона, после чего нормируем ее на энергию функции $I(\omega)$ и извлечем квадратный корень:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\int_0^\pi \left| I(\omega) - \tilde{I}(\omega) \right|^2 d\omega}{\int_0^\pi \left| I(\omega) \right|^2 d\omega}} \,. \qquad (10)$$

Погрешность зависит от глубины буксировки и расстояний между сейсмоприемниками: $\Omega = \Omega(h, \Delta b_1, \Delta b_2)$, и именно эта функциональная зависимость будет изучена. Воспользуемся следующим простым соображением. Преобразование (9) точно реализует прямое продолжение поля горизонтально-плоской волны в однородном слое на глубину $2h$. Поэтому $I(\omega)$ является спектральной характеристикой сигнала $S(\omega)$, в который введена временная задержка $2h/v$:

$$I(\omega) = S(\omega) e^{-j\omega \frac{2h}{v}} \,.$$

Отсюда следует, в том числе, что $\left| I(\omega) \right| = \left| S(\omega) \right|$. Выражение для ошибки аппроксимации (10) принимает вид

$$\Omega = \sqrt{\frac{\int_0^\pi \left| S(\omega) e^{-j\omega \frac{2h}{v}} - \tilde{I}(\omega) \right|^2 d\omega}{\int_0^\pi \left| S(\omega) \right|^2 d\omega}} \,. \qquad (11)$$

Мы получили упрощенную и компактную форму записи выражения для погрешности аппроксимации интеграла. Более общие выкладки приведены в Приложении, и из них следует (см. равенство (П3)), что для достижения заданной точности максимальное расстояние между косами можно назначать при выборе минимального расстояния между сейсмоприемниками Δb_1. Универсальные формулы в Приложении удобны еще и тем, что позволяют исследовать зависимость при $\Delta b_1 \equiv 0$. Также из них следует важный вывод, что при фиксированной глубине буксировки повышение ошибки аппроксимации с увеличением шага между приемниками происходит по квадратичному закону $\Omega \sim \Delta b_1^2 + \Delta b_2^2$, т. е. функция характеризуется быстрым возрастанием.

На практике всегда соблюдается неравенство $\Delta b_1 << \Delta b_2$. Поэтому в наших расчетных формулах назначим малый шаг Δb_1 и исследуем влияние глубины буксировки и расстояния между соседними косами на точность вычислений.

Пусть для определенности $S(\omega)$ является спектральной характеристикой импульса Рикера с доминирующей частотой 30 Гц. Этот же импульс будет использован и в дальнейшем, когда мы перейдем к изучению особенностей задачи 2D. Посчитанные функции ошибки аппроксимации интеграла суммой в зависимости от расстояния между косами представлены на рис. 2. Расстояние между соседними приемниками было выбрано равным 6,25 м. Вычисления произведены для набора глубин буксировки от 1 до 32 м. При достижении глубины $\approx$ 10 м форма кривых стабилизируется, и дальнейшее ее увеличение на точность аппроксимации не влияет. Эту, а также другие особенности демонстрируемых графиков мы обсудим в разделе статьи, посвященном анализу задачи 2D.

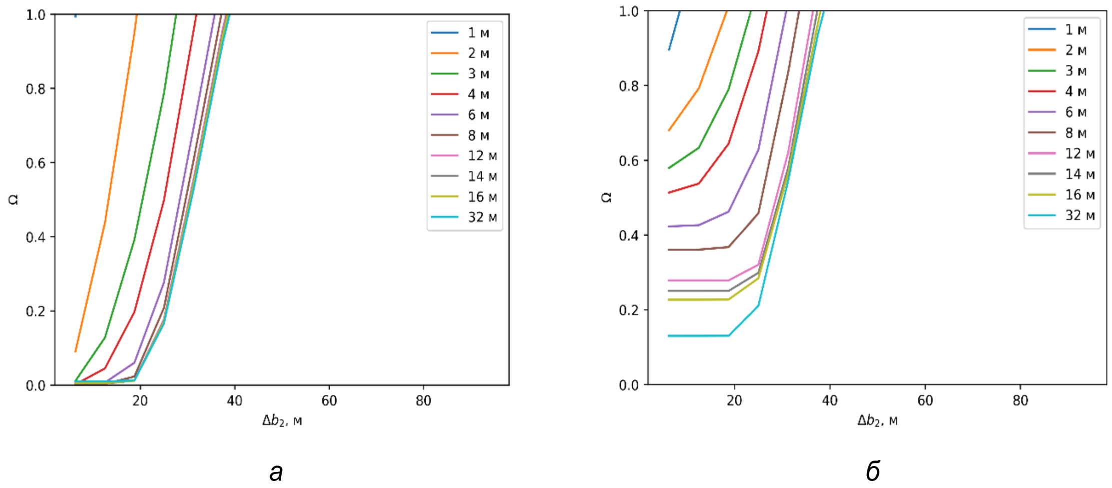


Рис. 2. Графики точности аппроксимации интегрального оператора 3D. По горизонтальной оси отложено расстояние между соседними косами. Расчеты выполнены для набора глубин буксировки, указанного на рисунке:
а – прогнозирование спутника при помощи «полного оператора» (5);
б – прогнозирование спутника при помощи оператора дальней зоны

Пусть требуется обеспечить погрешность вычислений, не превышающую 5 %. Как следует из рис. 2,*а*, заданная точность может быть достигнута при выборе расстояния между косами менее 20 м. Если предположить, что такая расстановка может быть использована для получения площадных сейсмограмм, то глубину буксировки следует выбрать 10 м и более. Разумеется, на практике не встречается ситуаций, когда соседние косы буксируются на столь малом расстоянии друг от друга. Поэтому полученные нами результаты могут рассматриваться как рекомендации к выбору параметров алгоритмов интерполяции, показывая, при каком расстоянии между косами и при какой глубине буксировки можно обеспечить заданную точность вычислений.

Здесь мы не ограничивали апертуру интегрирования, назначив ее заведомо большой. В дальнейшем будут подробно рассмотрены особенности и возможности реализации волновых продолжений операторами с применением тех или иных ограничений апертуры. Забегая вперед, скажем, что сужение области интегрирования может приводить к снижению уровня алайсинг-помех. Однако погрешности аппроксимации, которые влияют на характер кривых, показанных на рис. 2, не устраняются путем введения таких ограничений.

Будем полагать, что для двух неотрицательных чисел p и q неравенство $p << q$ выполняется, если $p < \dfrac{q}{5}$. Тогда при $\dfrac{v}{\omega r(b,x)} \le \dfrac{1}{5}$ вторым слагаемым в круглых скобках в равенстве (5) можно пренебречь. В случае нормального падения плоской волны последнее условие принимает вид:

$$h \ge \frac{5v}{2\omega}. \tag{12}$$

Если падение волны происходит не по нормали, то условие тем более соблюдается, так как $r(b,x) \ge 2h$ и $r(b,x) = 2h$ при $b = x = 0$, т. е. в случае нормального падения. Для получения соответствующих оценок за ω условимся принимать частоту гармоники, доминирующей в спектре сейсмического импульса, которую обозначим через $\omega_{дом}$, при этом $\omega_{дом} = 2\pi f_{дом}$, где f – линейная частота. Если положить $f_{дом} = 30$ Гц и $v = 1500$ м/с, то вторым слагаемым в (5) можно пренебречь для глубин $h \ge 20$ м. Иначе говоря, при выборе глубины буксировки 20 м и более становится корректным приближение дальней зоны для оператора продолжения поля, и (5) можно переписать в виде

$$K(b,x,\omega) \approx K^{ДЗ}(b,x,\omega), \text{ где } K^{ДЗ}(b,x,\omega) = -\frac{j\omega}{2\pi v}\frac{\cos\phi(b,x)}{r(b,x)}e^{j\frac{\omega}{v}r(b,x)}.$$

Тогда получим оператор прогнозирования спутника, тождественный тому, к которому мы пришли в работе [Денисов, Егоров, 2016а]. В литературе его принято называть оператором дальней зоны [Козлов, 1986], что мы учли, введя верхний индекс *ДЗ*. Графики точности аппроксимации, полученные для оператора $K^{ДЗ}(b,x,\omega)$, представлены на рис. 2,*б*.

ОБРАБОТКА ПРОФИЛЬНЫХ СЕЙСМОГРАММ (ЗАДАЧА 2D)

Если сейсморазведка проводится при помощи одиночной буксируемой косы, то регистрируются профильные сейсмограммы, которые, в отличие от использованных ранее вектор-координат, будем характеризовать одномерными латеральными координатами. Геометрия косы может быть произвольной: горизонтально-плоской, наклонной или даже криволинейной. Для построения алгоритмов обработки таких данных принято делать предположение о цилиндрической симметрии среды, когда принимается гипотеза о том, что наклоны глубинных границ в направлении, перпендикулярном линии наблюдений, малы. Именно этой логики рассуждений мы будем придерживаться.

Воспользуемся приемом, предложенным в работе [Wapenaar et al., 1992], чтобы скорректировать амплитуды сигналов в трассах, применив *преобразование к линейному источнику*. В простейшем случае алгоритм реализуется как коррекция геометрического расхождения путем умножения каждой трассы на функцию $\sqrt{t}$. В результате динамика сигналов станет такой, как если бы волновое поле было вызвано не точечным, а линейным источником, ориентированным ортогонально профилю наблюдений. Полученное волновое поле не зависит от координаты b_2, тем самым задача сводится к двумерной.

К сожалению, мы не можем ограничиться простым упоминанием того факта, что задача 3D сведена к 2D, и заимствовать оператор продолжения поля из известной литературы. Дело в том, что, несмотря на кажущуюся проработанность вопроса, мы не нашли публикаций, в которых содержалась бы достоверная информация. Хотя оператор для двумерной задачи известен и связан с так называемой 2D функцией Грина, в подавляющем большинстве источников приводится асимптотическое выражение оператора дальней зоны – см., например, [Петрашень, Нахамкин, 1973; Козлов, 1986] и др. Вероятно, это обусловлено тем, что в отличие от задачи 3D, где вычисление производной функции Грина с сохранением члена ближней зоны не сопряжено с трудностями (см. выражения (3) и (5)), в задаче 2D ситуация иная, и приходится прибегать к выводу формул повышенной сложности. Нас интересуют вопросы, связанные, в том числе, с обработкой данных, полученных при помощи мелко буксируемой косы, что требует продолжения поля на небольшие расстояния, вследствие чего мы не имеем возможности ограничиться только асимптотикой дальней зоны, и при выводе оператора необходимо учитывать и эффекты, происходящие в ближней зоне.

Так как волна-спутник прогнозируется при помощи интегрального преобразования (2), ядро которого определяется равенством (3), то, подставив (3) в (2), и с учетом (4) приходим к

$$G(x,\omega) = -\frac{a}{2\pi}\int_{b_1}\int_{b_2}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r(b_1,b_2,x)}e^{j\frac{\omega}{v}r(b_1,b_2,x)}\right)W(b_1,b_2,\omega)db_1 db_2 .$$

Так как поле восходящих волн не зависит от координаты b_2: $W(b_1,b_2,\omega) = W(b_1,\omega)$, то

$$G(x,\omega) = -\frac{a}{2\pi}\int_{b_1}W(b_1,\omega)\frac{\partial}{\partial n}\left(\int_{b_2}\frac{1}{r(b_1,b_2,x)}e^{j\frac{\omega}{v}r(b_1,b_2,x)}db_2\right)db_1,$$

где из-под интеграла по b_2 мы вынесли W, а также поменяли местами процедуры интегрирования и вычисления производной по нормали. Интеграл в круглых скобках вычисляется с привлечением специальных функций:

$$\int_{b_2}\frac{1}{r(b_1,b_2,x)}e^{j\frac{\omega}{v}r(b_1,b_2,x)}db_2 = -j\pi H_0^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v}),$$

где $H_0^{(1)}$ – первая функция Ханкеля нулевого значка, $\rho = \sqrt{(2h)^2 + b_1^2}$ [Прудников и др., 2003]. Таким образом, имеем

$$G(x,\omega) = -\frac{ja}{2}\int_{b_1} W(b_1,\omega)\frac{\partial}{\partial n}H_0^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v})db_1 . \quad (13)$$

Запишем цепочку равенств:

$$\frac{\partial}{\partial n}H_0^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v}) = \frac{\omega}{v}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(H_0^{(1)}(\xi)\right)\frac{\partial\rho}{\partial n} = \frac{\omega}{v}\cos\phi(b_1,x)\frac{\partial}{\partial\xi}\left(H_0^{(1)}(\xi)\right) = -\frac{\omega}{v}\cos\phi(b_1,x)H_1^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v}) , \quad (14)$$

где использовано обозначение $\xi = \rho\frac{\omega}{v}$. Последнее равенство в цепочке записано с учетом свойства $\frac{\partial}{\partial\xi}\left(H_0^{(1)}(\xi)\right) = -H_1^{(1)}(\xi)$ [Абрамовиц, Стиган, 1979]. Преобразование, при помощи которого прогнозируется волна-спутник, принимает вид

$$G(x,\omega) = \frac{ja\omega}{2v}\int_{b_1} W(b_1,\omega)\cos\phi(b_1,x)H_1^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v})db_1 , \quad (15)$$

и на основании этого выражения при решении задачи подавления спутника на каждой фиксированной частоте формируется система линейных уравнений относительно искомой спектральной характеристики поля восходящих волн.

Теперь, аналогично тому, как мы это делали в задаче 3D, нам предстоит исследовать вопросы, связанные с точностью аппроксимации интеграла (15). В данной ситуации замена интеграла на сумму оказывается тождественной численному интегрированию функции одной переменной по методу левых или правых прямоугольников. Вновь сделаем предположение о том, что поле W представляет собой горизонтально-плоскую волну, импульс которой имеет спектр $S(\omega)$, а Σ – плоскость. Тогда в силу симметрии задачи метод левых или правых прямоугольников оказывается тождественным методу средних прямоугольников, известными формулами оценивания точности которого мы воспользуемся [Самарский, 1982]. Хотя это не оговаривалось, последнее соображение о тождественности методов привлекалось нами и ранее при оценивании точности аппроксимации двойного интеграла. Разумеется, если в качестве W выступает не горизонтально-плоская волна, то симметрия нарушается, причем тем сильнее, чем круче наклон волны.

Как и в предыдущем разделе, воспользуемся равенством (11) для получения простой и наглядной оценки. Посчитанные функции ошибки аппроксимации интеграла в зависимости от расстояния между приемниками представлены на рис. 3. Вычисления вновь произведены для набора глубин буксировки от 1 до 32 м. Результат, полученный при выборе интервала интегрирования, совпадающего с половиной первой зоной Френеля, симметрично расширенной областью аподизации (в англоязычной литературе – *tapering*), показан на рис. 3,*а*. Важно отметить, что в данном случае радиус половины первой зоны Френеля варьировался от 13 м (для заглубления косы 1 м) до 31 м (для заглубления косы 32 м). Таким образом, в ее пределах могло находиться лишь три трассы или даже одна трасса. Последнее имеет место, например, при глубине буксировки 1 м и шаге между приемниками 13 м и более. В таких условиях не происходит корректного формирования импульса продолженной волны в точке касания траектории суммирования и годографа исходной волны, поэтому характерные особенности соответствующих графиков с трудом поддаются интерпретации.

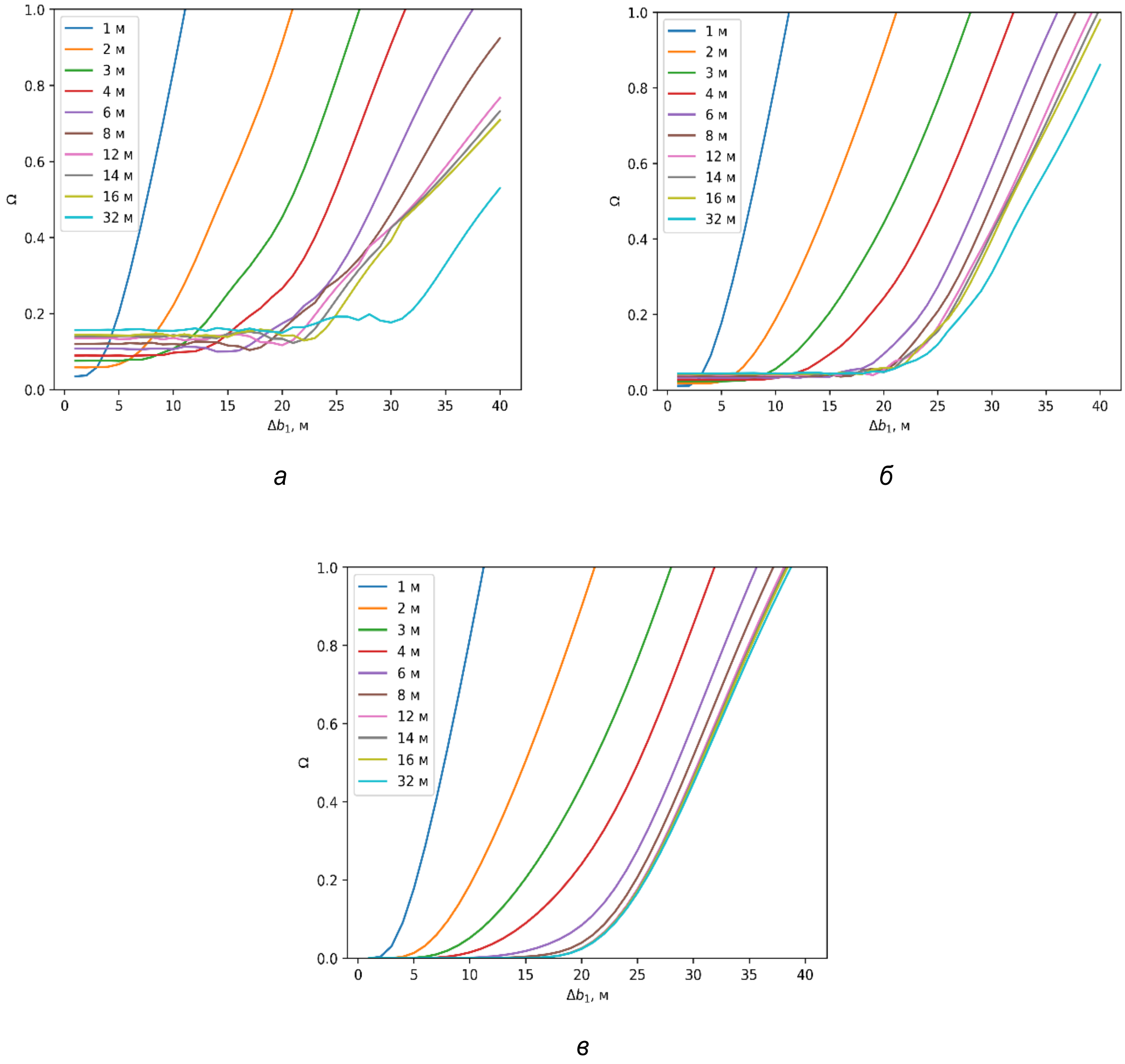
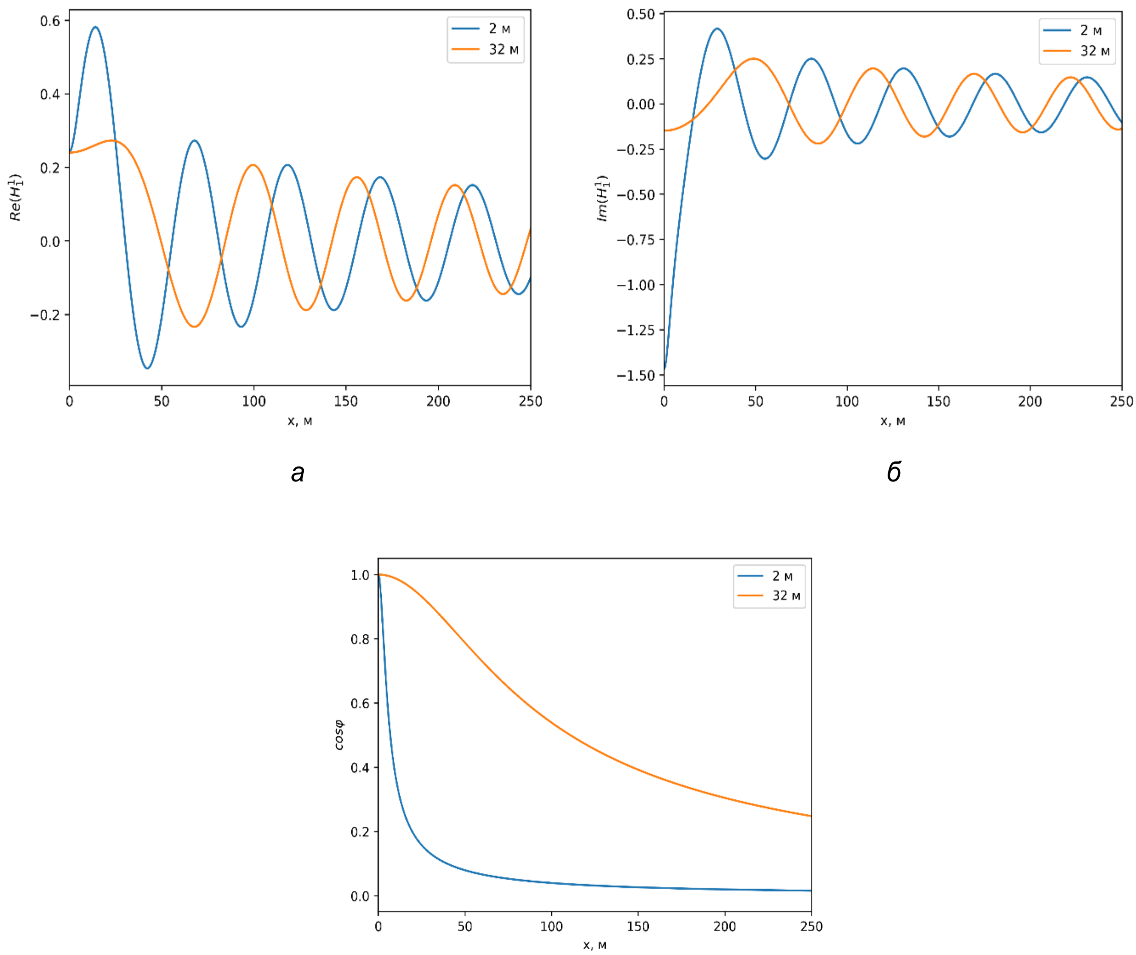


Рис. 3. Графики точности аппроксимации интегрального оператора 2D. По горизонтальной оси отложено расстояние между соседними сейсмоприемниками. Расчеты выполнены для набора глубин буксировки, указанного на рисунке:
а – размер апертуры – половина первой зоны Френеля, расширенная на область аподизации;
б – размер апертуры – полторы зоны Френеля, расширенные на область аподизации;
в – заведомо большая апертура

Также отметим, что на рис. 3,*а* при уменьшении расстояния между приемниками погрешность аппроксимации не стремится к нулю. Это свидетельствует о том, что, ограничивая апертуру половиной первой зоны Френеля, мы не имеем возможности точно реализовать волновое продолжение. Иначе говоря, даже интегральное преобразование, но посчитанное по ограниченной апертуре, не позволяет получить искомый сигнал в виде импульса, принадлежащего плоской волне, в которую внесена временная подвижка относительно исходной плоской волны.



в

Рис. 4. Действительная (*а*) и мнимая (*б*) части первой функции Ханкеля первого значка, а также функция $\cos\phi(b_1, x)$ (*в*) при глубинах буксировки 2 и 32 м

Увеличение интервала интегрирования до полутра зон Френеля, расширенных областью аподизации, улучает качество аппроксимации (рис. 3,*б*). Дальнейшее наращивание апертуры до заведомо больших значений (рис. 3,*в*) приводит к тому, что погрешность аппроксимации становится очень малой в пределах некоторого диапазона расстояний между приемниками. Кривые приобретают специфическую форму: при большой глубине буксировки на них наблюдается протяженный пологий участок, который достаточно резко сменяется участком интенсивного роста. Такое поведение графиков легко объяснить. Для некоторой фиксированной большой глубины буксировки постепенный рост шага интегрирования мало влияет на точность аппроксимации, так как функция ядра интегрального преобразования (15) характеризуется малой кривизной. В самом деле, в подынтегральном выражении фигурирует произведение функции $H_1^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v})$ (рис. 4,*а,б*) и $\cos\phi(b_1,x)$ (рис. 4,*в*). Функция $H_1^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v})$ связана с переменной интегрирования b_1 посредством зависимости $\rho=\rho(b_1)=\sqrt{(2h)^2+b_1^2}$. Для больших значений h , а именно, когда

$$(2h)^2 >> b_1^2 \tag{16}$$

(т. е., соответственно, для малых b_1) функция $\rho=\rho(b_1)$ изменяется медленно, следовательно, и подынтегральное выражение оказывается почти константой. Функция $\cos\phi(b_1,x)$ для больших значений глубины также изменяется медленно. Поэтому метод прямоугольников обеспечивает высокую точность аппроксимации. С увеличением b_1 функция $H_1^{(1)}$ начинает осциллировать и точность аппроксимации снижается. При достижении некоторого шага (ниже будет показано, что этот шаг соответствует побочному максимуму характеристики направленного суммирования плоской волны [Гольцман, 1964]) наблюдается резкий рост погрешности аппроксимации. Он связан с проявлением пространственного аляйсинга [Кондратьев, 1976], и мы считаем необходимым пояснить этот эффект подробнее.

При $b_1\to\infty$ выполняется $\rho\to\infty$, поэтому для больших значений координаты b_1 первая функция Ханкеля первого значка переходит в свое асимптотическое представление в виде [Абрамовиц, Стиган, 1979]

$$H_1^{(1)}(\xi)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi\xi}}e^{j(\xi-\frac{3\pi}{4})},$$

или, с учетом введенных ранее обозначений,

$$H_1^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v})\approx\sqrt{\frac{2v}{\pi\rho\omega}}e^{j\rho\frac{\omega}{v}}e^{-j\frac{3\pi}{4}}. \tag{17}$$

Понятно, что действие такого оператора в пространственно-временной области сводится к взвешенному суммированию трасс исходного поля вдоль гиперболической траектории $\tau=\rho/v$ с последующей одноканальной фильтрацией. Так как проявление эффекта пространственного аляйсинга всегда связано с крутонаправленным накапливанием сигналов, а максимальный наклон траектории суммирования достигается на ее асимптоте, то нас будут интересовать эффекты, возникающие на больших удалениях (т. е. при больших значениях координаты b_1, для которой и записано приближение (17)). В этом случае траектория становится почти линейной и имеет угол наклона, тангенс которого равен $1/v$. Импульс продолженной плоской волны формируется в локальной области точки касания годографа волны и траектории суммирования, т. е. при $b_1\approx 0$. При малом шаге Δb_1 накапливание сигналов в области асимптоты приводит к тому, что их амплитуды взаимно компенсируют друг друга, и вклад этой области в результат продолжения поля окажется почти нулевым. Если увеличивать шаг, будет наблюдаться аляйсинг-эффект, при котором в области асимптоты сформируются артефакты.

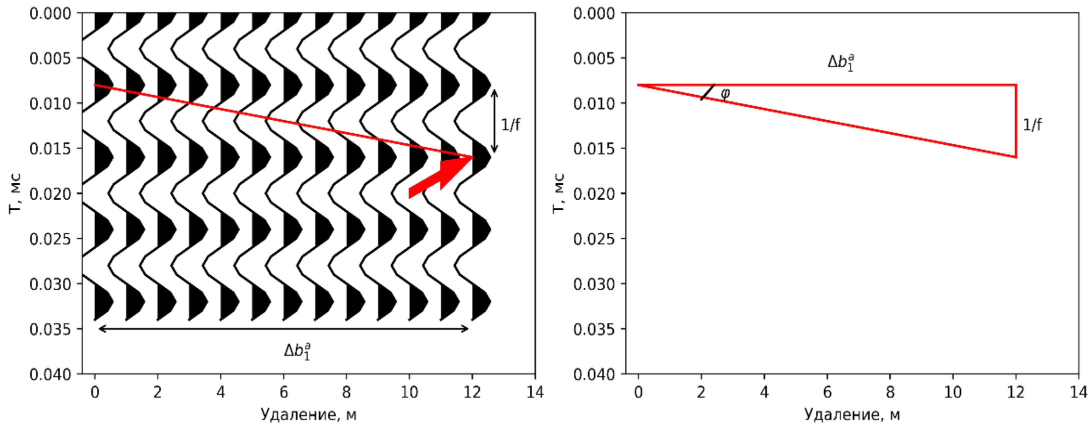


Рис. 5. Слева показан фрагмент сейсмограммы, содержащей горизонтально плоскую волну, импульс которой является монохромным сигналом. Наклонная линия – траектория суммирования в области асимптоты. Этой условной конфигурации соответствует прямоугольный треугольник, изображенный справа. Через ϕ обозначен угол, тангенс которого известен и равен $1/v$

Пусть импульс исходной плоской волны представляет собой монохрому частоты f. Как условно показано на рис. 5, накапливание отсчетов трасс вдоль линейной траектории суммирования при малом шаге Δb_1 оказывается несинфазным, поэтому результат будет иметь почти нулевую амплитуду. Увеличивая шаг, можно достигнуть такого его значения Δb_1^a, что суммируемые сигналы будут не компенсировать, а усиливать друг друга. Величину Δb_1^a вычислить несложно: при таком шаге набег фазы сигнала на соседних трассах должен быть равным периоду колебаний, т. е. $1/f$. Из приведенной на рисунке условной схемы можно сформировать прямоугольный треугольник, в котором известен тангенс угла между гипотенузой и стороной, длина которой является искомой. Также известна длина противолежащей стороны треугольника.

Из соотношения сторон и углов следует $\Delta b_1^a = v/f$. Например, если $f = 50$ Гц и $v = 1500$ м/с, то $\Delta b_1^a = 30$ м. Этот вывод подтверждается результатами расчетов, демонстрируемыми на рис. 6, где показаны графики погрешности аппроксимации. Как мы уже наблюдали ранее, для больших глубин (30 м и более) погрешность оказывается небольшой, если $\Delta b_1 < \Delta b_1^a$. Когда шаг достигает величины Δb_1^a, появляются аляйсинг-помехи, и это приводит к резкому падению точности. При мелкой (менее 6 м) буксировке косы постепенный рост ошибки аппроксимации связан с нарастающей по мере увеличения шага погрешностью метода численного интегрирования.

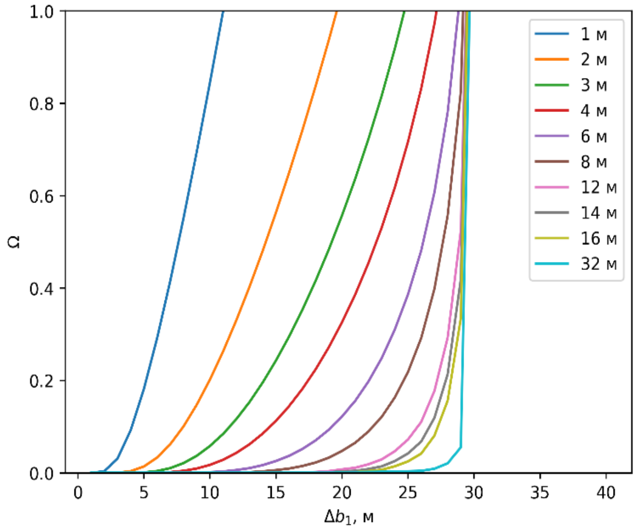


Рис. 6. Графики точности аппроксимации интегрального оператора 2D. По горизонтальной оси отложено расстояние между соседними сейсмоприемниками. В качестве импульса исходной плоской волны используется монохроматический сигнал частоты 50 Гц

При вычислении интеграла (15) по методу прямоугольников проявление аляйсинг-эффекта имеет следующую специфику. Как следует из (17), в области больших значений координаты b_1 интегрируемая функция является затухающим гармоническим колебанием частоты $2\pi f / v$ (в данном случае аргументом периодической функции является b_1). При малом шаге Δb_1 численное интегрирование такой функции на ее периоде приводит к результату почти нулевой амплитуды, что и требуется получить. По мере увеличения шага будет достигнуто такое его значение, при котором последовательные отсчеты будут браться по одинаковым фазам гармонического колебания, например, по его максимумам, и это приведет к усилению сигнала. Такой шаг совпадает с периодом колебаний, а последний равен v / f. Таким образом, мы получили то же значение шага численного интегрирования Δb_1^a, к которому приходили выше, исходя из иных соображений.

Отличие кривых на рис. 6 от аналогичных графиков на рис. 3 заключается в том, что для получения последних использовался импульс Рикера, и именно поэтому на них отсутствует излом. Амплитудный спектр импульса Рикера имеет максимум на выбранной частоте и затухает по мере удаления от нее. Поэтому описанные выше факторы начинают действовать не скачкообразно, а постепенно. Например, при увеличении шага аляйсинг-помеху вначале порождают высокочастотные компоненты сигнала, а затем к ним добавляются среднечастотные. Как следствие, кривая погрешности аппроксимации становится гладкой.

Для ослабления аляйсинг-эффекта при решении задач обработки данных сейсморазведки вводят ограничение апертуры. Именно так мы и поступали, исследуя вопросы аппроксимации интеграла, вычисляемого в пределах половины или полутора зон Френеля. Однако на практике такое ограничение, как правило, не является эффективным средством борьбы с аляйсингом. В наших экспериментах мы располагали полной информацией об исходном волновом поле, что позволило локализовать область, в которой формировался сигнал продолженной волны. При обработке реальных сейсмограмм заранее неизвестно положение точки касания, поэтому введение ограничения апертуры оказывается рискованным, так как оно может привести к потере сигнала на некоторых пространственных частотах. Как известно [Козлов, 1986], применение преобразований миграционного типа (к ним относится и продолжение волновых полей) может рассматриваться как двухшаговая процедура. На первом этапе производится обнаружение сигнала в исходном волновом поле. Накапливание вдоль траектории суммирования фактически означает перебор всех возможных точек касания, что тождественно процедуре обнаружения. Поэтому необходимо использовать достаточно широкие апертуры. На втором этапе реализуется подвижка сигнала в соответствии с кинематической схемой преобразования. В морской сейсморазведке косы буксируются на небольших глубинах. Это значит, что траектория оператора прогнозирования спутника очень быстро выходит на асимптоту. Поэтому при выборе даже ограниченной апертуры траектория на ее границах имеет почти максимальный наклон, что делает неизбежным появление аляйсинг-помех.

Наконец, понятие зоны Френеля в задачах сейсморазведки, имеющей дело с импульсными сигналами, оказывается достаточно размытым и всегда требующим пространных комментариев. На неоднозначность соответствующих определений указывают, в том числе, авторы учебника [Гурвич, Боганик, 2006], подробно обсуждая проблему оценивания размера *эффективной отражающей площадки*.

При мелкой буксировке пологий участок кривых на рис. 3 теряет протяженность. Это объясняется тем, что теперь неравенство (16) соблюдается лишь для очень небольшого диапазона значений b_1. Подынтегральная функция становится негладкой почти всюду, и ошибка аппроксимации быстро возрастает с увеличением Δb_1. Напомним, что точность метода прямоугольников определяется второй производной интегрируемой функции (подробнее – см. Приложение). Достижение порогового значения, при котором проявляется аляйсинг-эффект, уже не оказывает принципиального влияния на поведение кривой погрешности аппроксимации.

На основании приведенных на рис. 3,*в* кривых можно сделать вывод, что для наиболее распространенного в настоящее время расстояния между сейсмоприемниками, которое составляет 12,5 м, точность аппроксимации 5 % обеспечивается при глубине буксировки 4 м и более. Иногда используются буксируемые косы с расстоянием 6,25 м. В таком случае точность аппроксимации 5 % обеспечивается при глубине буксировки 2,5 м и более.

Из рис. 3,*в* также следует, что преобразование (15) способно обеспечивать корректный результат прогнозирования даже при предельно малом заглублении косы. Причина заключается в том, что при выводе (15) мы не прибегали к асимптотическим допущениям о большой глубине косы и пр. Был построен универсальный оператор прогнозирования, корректно обслуживающий ситуацию как дальней, так и ближней зон. Хотя в литературе встречаются попытки (к сожалению, весьма немногочисленные) построения 2D оператора преобразования, способного производить продолжение поля в условиях ближней зоны, мы вынуждены констатировать, что нам не удалось найти достоверного источника информации. Публикации даже в весьма авторитетных изданиях, как, например, [Bevc, 1997], содержат неточности и ошибки, которые не позволяют воспользоваться полученными результатами. В связи с этим мы посчитали целесообразным кратко изложить вывод оператора здесь, а также исследовать возможность его применения для решения задачи прогнозирования волны-спутника.

Во всех известных нам работах, посвященных изучению таких операторов, рассуждения отталкиваются от выражения (13) и затем, не переходя к цепочке равенств (14), производится дифференцирование либо асимптотического представления функции Ханкеля $H_0^{(1)}(\xi)$, либо ее разложения в виде усеченного ряда.

Представим функцию Ханкеля в виде разложения в ряд [Градштейн, Рыжик, 1962]:

$$H_0^{(1)}(\xi) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi\xi}} e^{j(\xi-\frac{\pi}{4})} \left(1+\frac{1}{j8\xi}+...\right), \tag{18}$$

где выписаны два первых члена. Очень часто ограничиваются только одним членом, так как в приближении дальней зоны выполняется $8\xi >> 1$. Мы же подставляем (18) в (13) с сохранением обоих слагаемых. Теперь требуется посчитать находящуюся под знаком интеграла производную по нормали, что связано с достаточно громоздкими выкладками, в результате которых имеем

$$\frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(\rho\frac{\omega}{v}) = j\sqrt{\frac{2\omega}{\pi\rho v}} \left(1+j\frac{3v}{8\omega\rho}\right) e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{j\frac{\omega}{v}\rho} \cos\phi(b_1, x)\,. \tag{19}$$

Подставляя (19) в (13), приходим к окончательному выражению для 2D оператора прямого продолжения поля с возможностью работы в ближней зоне:

$$G(x,\omega) = a\sqrt{\frac{\omega}{2\pi v}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \int_{b_1} W(b_1,\omega) \left(1+j\frac{3v}{8\omega\rho}\right) e^{j\frac{\omega}{v}\rho} \frac{\cos\phi(b_1,x)}{\sqrt{\rho}}\, db_1\,. \tag{20}$$

Вновь отметим, что проделанные выкладки представляются нам как усложненный способ получения искомого оператора (20), и проведены лишь с целью исправления ошибочных результатов, полученных в некоторых публикациях и приводящих к путанице. К этому же результату можно прийти на основании более простых преобразований. А именно: подставив в (15) функцию $H_1^{(1)}$ в виде ряда и ограничиваясь двумя первыми членами разложения [Градштейн, Рыжик, 1962].

Используем оператор (20) для прогнозирования волны-спутника в тех же условиях, в которых мы изучали оператор (15). Функции ошибки аппроксимации интеграла суммой в зависимости от расстояния между приемниками представлены на рис. 7. Вычисления вновь произведены для набора глубин буксировки, а апертура была выбрана заведомо большой.

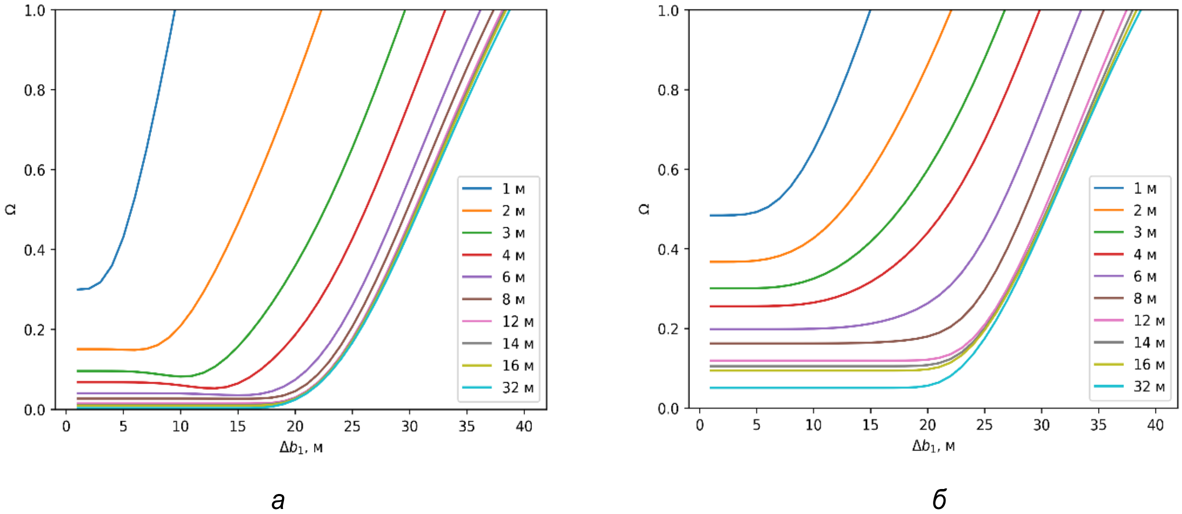


Рис. 7. Графики точности аппроксимации 2D интегрального оператора ближней зоны (20) (*а*) и 2D интегрального оператора дальней зоны (*б*). По горизонтальной оси отложено расстояние между соседними сейсмоприемниками

Как следует из рис. 7,*а*, при малой глубине буксировки ошибка аппроксимации не стремится к нулю при уменьшении расстояния между приемниками. Указанная особенность объясняется тем, что при выводе формулы мы ограничились учетом лишь двух членов разложения в ряд (18). При увеличении глубины эффект уменьшается и, начиная с 14 м, погрешность не превышает величины 5 %. При продолжении поля на любые расстояния преобразование (20) обеспечивает ошибку, меньшую той, которую мы имеем, учитывая лишь первый член разложения (18), т. е. используя так называемый оператор дальней зоны (рис. 7,*б*). Универсальное выражение для погрешности численного интегрирования (20) приведено в Приложении.

ПРИМЕР ОБРАБОТКИ

Продемонстрируем возможности операторов прогнозирования в задаче 2D. На рис. 8,*а* представлена сейсмограмма ОПВ до подавления волн-спутников и ее амплитудный спектр, который заметно обеднен низкими частотами и имеет ярко выраженный минимум в диапазоне между 50 и 60 Гц. Этот минимум вызван волнами-спутниками со стороны источника (близкая к нулю амплитуда на частоте 54 Гц, что связано с глубиной буксировки источника, равной 14 м) и приемника (провал частотной характеристики на 50 Гц, что связано с глубиной буксировки косы, равной 15 м). Результат подавления волн-спутников со стороны приемника (рис. 8,*б*) характеризуется расширением спектра сигнала (в данном случае – преимущественно в область низких частот).

Для подавления волн-спутников со стороны источника к сейсмограммам общего пункта приема (ОПП), сформированным при помощи бинирования, был применен этот же алгоритм после замены в нем глубины приемников на глубину источников. В результате применения процедуры (рис. 8,*в*) удалось восстановить провал в амплитудном спектре и еще больше усилить низкие частоты. Повышение разрешающей способности сигнала и расширение диапазона частот реализовано при помощи деконволюции сжатия импульса (рис. 8,*г*).

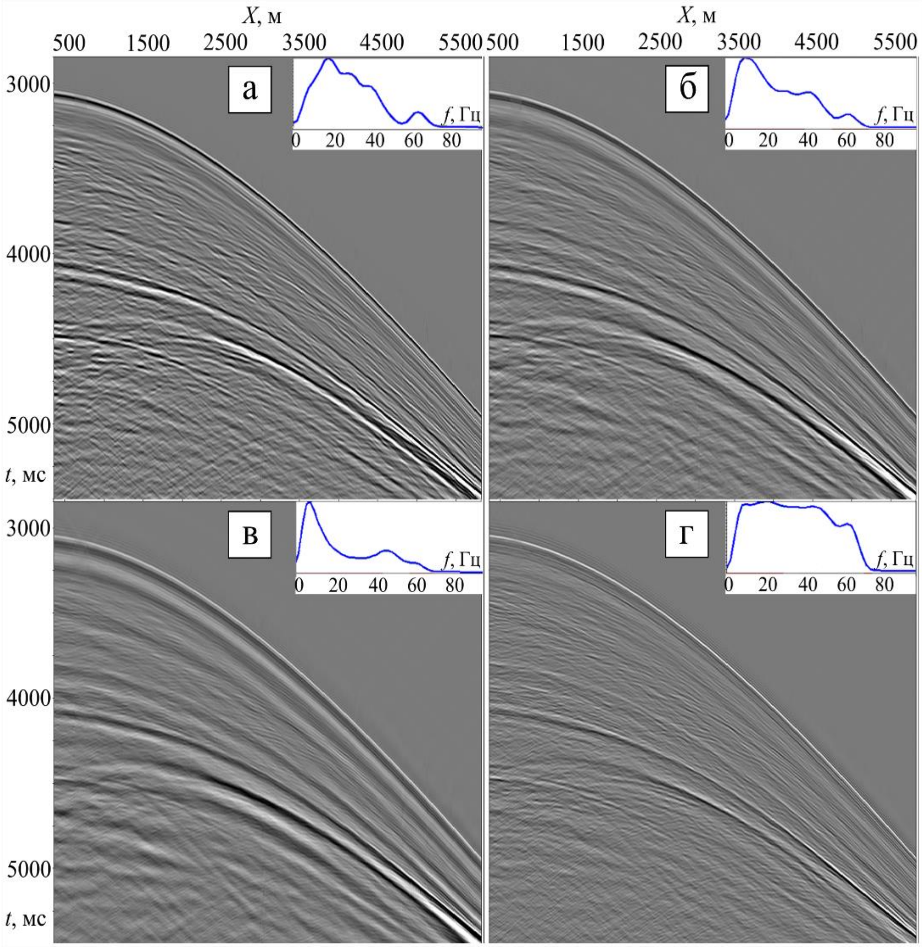


Рис. 8. Сейсмограммы ОПВ и их амплитудные спектры:
а – до подавления волн-спутников;
б – после подавления волн-спутников со стороны приемника;
в – после подавления волн-спутников со стороны приемника и источника;
г – после подавления волн-спутников со стороны приемника и источника и последующей деконволюции сжатия

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На примере задачи прогнозирования и подавления волн-спутников мы изучили свойства, а также границы применимости интегральных операторов продолжения упругих волновых полей, применяемых к дискретным сигналам. Сделанные выводы относятся и к иным практическим задачам обработки сейсмических данных, в которых применяются прямые и обращенные волновые продолжения. Впрочем, отдельные алгоритмы не столь требовательны к параметрам систем наблюдений. К таким алгоритмам можно отнести, в том числе, и сейсмическую миграцию, если она применяется для построения изображения глубоко залегающих границ. Все же большинство из перечисленных во вводной части статьи алгоритмов не может уверенно использоваться без отдельного изучения корректности применяемых преобразований. Например, компенсация влияния неоднородностей верхней части разреза, рассматриваемая как альтернатива методу статических поправок, подразумевает прямое и обращенное продолжение поля на небольшие расстояния, измеряемые единицами или первыми десятками метров. Аналогично, методы прогнозирования кратных волн, применяемые к сейсмическим данным, полученным в условиях мелководья, должны корректно реализовывать прямое продолжение поля восходящих волн на небольшие расстояния, равные удвоенной глубине водного слоя.

Представим, что нам предстоит решить задачу продолжения горизонтально-плоской волны на небольшое расстояние. Пусть это будет 1 м или даже 1 см. Если подставить в (5) величину $h=1$ см, то фигурирующий в этом выражении параметр $r=\sqrt{(2h)^2+b_1^2+b_2^2}$ в точке $b_1=b_2=0$ окажется очень малой величиной. Тогда в формуле (5), где во втором слагаемом в круглых скобках r расположен в знаменателе, первым слагаемым можно пренебречь, т. е. при $r\to 0$ справедливо $1<<\frac{v}{\omega r}$. С учетом этого от (5) переходим к

$$K^{Б З}(b,x,\omega)=\frac{\cos\phi(b,x)}{2\pi r^2(b,x)}e^{j\frac{\omega}{v}r(b,x)}, \tag{21}$$

т. е. к оператору ближней зоны (БЗ). В пространственно-временной области (21) производит взвешенное суммирование трасс исходного поля, при этом веса обратно пропорциональны квадрату расстояния: $\sim 1/r^2$. Так как $r\to 0$, то вес в центральной точке апертуры, которой соответствует $r(b=0,x=0)$, быстро устремляется к бесконечности.

В качестве мысленного эксперимента представим, что мы применили этот оператор к волновому полю, зарегистрированному на дискретной сети наблюдений. Амплитуда результата будет неограниченно возрастать при уменьшении расстояния, на которое продолжается плоская волна, в то время как требуется сохранить ее амплитуду. Иными словами, в пределе, при $h=0$, когда уровень регистрации не меняется, оператор преобразования должен сохранять исходную волну, т. е. должен выродиться в дельта-функцию. Но что здесь следует понимать под дельта-функцией? Если допустить, что дискретности нет, данные непрерывны и, как следствие, используется интегральный оператор, то волновое поле не изменится при свертке с оператором вида функции Дирака [Корн, Корн, 1973], которую мы для ясности назовем *непрерывной дельта-функцией*. Можно условно полагать, что амплитуда такого оператора равна бесконечности в начале координат. Если же имеются данные в виде трасс, зарегистрированных на дискретной сети наблюдений, то оператор, не изменяющий волновое поле, должен выглядеть как *дискретная дельта-функция*, которую принято называть символом Кронекера [Корн, Корн, 1973]. Амплитуда такого оператора равна единице в его центральной точке.

Легко понять, что описанные особенности связаны с некорректной аппроксимацией интегрального преобразования при его применении к дискретным данным. Поэтому мы призываем осуществлять такой переход с осторожностью и осознанием ограничений, сопутствующих замене оператора преобразования. На практике почти повсеместно переход от интеграла Кирхгофа или аналогичных ему выражений к суммам производят без специальных рассуждений и изучений условий возможности такой замены. Анализу этих вопросов мы посвятили значительную часть нашего исследования еще и потому, что сделанные выводы напрямую относятся не только к задаче подавлении волн-спутников, которая была нами выбрана в качестве удобного примера, но и к целому классу упомянутых выше и широко используемых на практике алгоритмов.

Для изучения границ применимости аппроксимации интегрального оператора продолжения поля следует анализировать зависимость глубинного интервала, на который можно корректно производить продолжение, от величины шага между сейсмоприемниками. Например, в задаче прогнозирования кратных волн, связанных с переотражением от выбранного горизонта, в роли глубины буксируемой косы будет выступать глубина этого горизонта. При погружении сейсмограмм, коррекции уровня приведения или замещения слоя – глубина, на которую происходит пересчет волнового поля. При сейсмической миграции – глубина, для которой производится построение изображения. Так, в задаче прогнозирования кратных волн, связанных с переотражением от морского дна, применяется оператор прямого продолжения поля по семейству лучей волны, однократно отраженной от этой границы [Денисов, Фиников, 2007]. Типичный шаг между сейсмоприемниками буксируемой косы указаны нами выше, он равен 12,5 м. Это значит, что минимальная глубина морского дна, при которой применение интегрального оператора продолжения поля будет корректным, совпадает с полученной нами оценкой для минимальной глубины буксировки и при $f_{дом} = 30$ Гц составляет 4 м. В таком случае необходимо использовать не асимптотическое выражение для дальней зоны, а «полный» оператор (15). Аналогичный анализ особенностей аппроксимации операторов можно проводить и в других перечисленных выше задачах обработки.

Очень часто в публикациях, в которых привлекаются интегральные продолжения волновых полей, зарегистрированных на дискретной сети наблюдений, характеризуемой большим расстоянием между соседними пунктами приема, предлагается применять алгоритмы интерполяции. Здесь мы намеренно оставили эти вопросы вне нашего рассмотрения, так как понимаем всю сложность задачи и знаем о недостатках и ограничениях интерполяционных алгоритмов.

Наконец заметим, что хотя арсенал численных методов решения математических задач содержит множество различных способов вычисления интегралов, и большинство из них оказываются более точными, чем метод прямоугольников и метод ячеек, в нашей задаче мы не имеем возможности использовать эти методы. В самом деле, интегральное преобразование вида прямого продолжения поля применяется нами не в явном виде с целью прогнозирования волны-спутника, а лишь как элемент расчетных формул. Алгоритм сводится к решению системы линейных уравнений, в результате чего получаем волновое поле, очищенное от помех. Если же применить альтернативный способ аппроксимации интегрального оператора, то мы не получим решения задачи в удобном и компактном виде. Мы допускаем, что в других упомянутых задачах можно воспользоваться более точными способами численного интегрирования. Однако это уже выходит за рамки темы нашего исследования, и этот вопрос мы пока оставим без комментария. Скажем лишь, что о возможности улучшения оператора продолжения поля можно судить после тщательного изучения каждой конкретной ситуации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы исследовали вопросы, связанные с точностью аппроксимации интегральных операторов продолжения волновых полей в задачах сейсморазведки. В качестве примера выбрано прогнозирование волны-спутника для буксируемой косы. Особенностью алгоритма является необходимость продолжения поля на небольшие расстояния, т. е. работа в ближней зоне. Это позволяет детальнее изучить границы применимости используемых средств численного интегрирования: метода ячеек и метода прямоугольников.

В статье построен, проанализирован и опробован оператор прогнозирования и удаления волны-спутника для косы произвольной конфигурации, в том числе, в условиях мелкой буксировки.

При необходимости можно оснастить алгоритмы средствами оптимизации в соответствии с принципами, описанными в работе [Денисов, Егоров, 2016а], что позволит оценивать и учитывать реальный коэффициент отражения от поверхности моря и локально уточнять скорость распространения упругой волны в водном слое.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ЗАДАЧА 3D

Воспользуемся выражением для погрешности вычисления двойного интеграла по методу ячеек, которое приводится в монографии по численным методам [Калиткин, 1978]:

$$\Psi(x,\omega) \approx \frac{j\omega}{48\pi v}\left[\Delta b_1^2 \iint\limits_{\Phi_1} J''_{b_1b_1} db_1 db_2 + \Delta b_2^2 \iint\limits_{\Phi_1} J''_{b_2b_2} db_1 db_2\right],$$

где Ψ – разность между точным значением интеграла и его оценкой, $J''_{b_1b_1}$ – частная производная второго порядка по переменной b_1, $J''_{b_2b_2}$ – частная производная второго порядка по переменной b_2.Тогда в силу свойств симметрии функции J интегралы в выражении, взятом в квадратные скобки, равны. Поэтому

$$\Psi(\omega) \approx \frac{j\omega}{48\pi v}\left[\Delta b_1^2 + \Delta b_2^2\right] \iint\limits_{\Phi_1} J''_{b_1b_1} db_1 db_2 \,, \tag{П1}$$

где мы для компактности записали $\Psi(\omega) = \Psi(x=0,\omega)$.

Более информативной окажется полная относительная ошибка прогнозирования спутника Ω, в качестве аргументов которой нам будет удобно указывать глубину буксировки и расстояния между сейсмоприемниками: $\Omega = \Omega(h, \Delta b_1, \Delta b_2)$, и для получения которой следует проинтегрировать энергию погрешности (П1) в пределах сигнального диапазона частот с последующей нормировкой на энергию вычисляемого интеграла (9) и извлечением квадратного корня

$$\Omega(h, \Delta b_1, \Delta b_2) = \frac{1}{\sqrt{E}} \sqrt{\int_0^{\pi} \Psi(\omega)\Psi^*(\omega) d\omega} \,,$$

где Ψ^* комплексно сопряжено к Ψ, а

$$E = \int_0^{\pi} I(\omega) I^*(\omega) d\omega ,$$

где введено аналогичное обозначение $I(\omega) = I(x = 0, \omega)$. Интеграл (9) описывает продолжение поля плоской волны на расстояние $2h$ в однородном слое, и в результате его вычисления мы получили бы плоскую волну с введенной подвижкой и с сохраненной формой импульса. Тогда приходим к выражению для относительной ошибки:

$$\Omega(h, \Delta b_1, \Delta b_2) = \sqrt{\frac{\int_0^{\pi} \Psi(\omega) \Psi^*(\omega) d\omega}{\int_0^{\pi} |S(\omega)|^2 \, d\omega}} .$$

Теперь нам предстоит произвести вычисление двойного интеграла $\iint_{\Phi_1} J''_{b_1 b_1} db_1 db_2$, входящего в равенство (П1). Так как по переменной b_1 производится интегрирование частной производной второго порядка по этой же переменной, то результат вычисляется элементарно. Первообразная совпадает с производной первого порядка, поэтому двойной интеграл вырождается в интеграл по одной переменной b_2:

$$\iint_{\Phi_1} J''_{b_1 b_1} db_1 db_2 = 4 \int_0^{\sqrt{R_1^2 - b_1^2}} \left(J'_{b_1} \Big|_{b_1 = 0}^{b_1 = \sqrt{R_1^2 - b_2^2}} \right) db_2 ,$$

где учтены пределы интегрирования, заданные неравенством (8). Остается вычислить интеграл в правой части последнего равенства, что мы можем сделать численно, задавая заведомо подробный шаг интегрирования (в данном случае он может быть выбран сколь угодно малым). Результат интегрирования, зависящий от глубины буксировки h, обозначим через $Q(h, \omega)$, откуда получим окончательное выражение для погрешности:

$$\Omega(h, \Delta b_1, \Delta b_2) = \frac{\left(\Delta b_1^2 + \Delta b_2^2\right)}{12\pi v} \sqrt{\frac{\int_0^{\pi} \omega^2 Q(h,\omega) Q^*(h,\omega) d\omega}{\int_0^{\pi} |S(\omega)|^2 \, d\omega}} . \qquad (П2)$$

Последнее равенство имеет структуру

$$\Omega(h, \Delta b_1, \Delta b_2) = \left(\Delta b_1^2 + \Delta b_2^2\right) D(h) , \qquad (П3)$$

где множитель в круглых скобках оказывается независящим от параметра h, а функция D не зависит от шагов Δb_1 и Δb_2. Следовательно, (П3) представляет собой параболоид вращения относительно аргументов Δb_1 и Δb_2, кривизна которого $D(h)$ задается параметром h. Чем меньше глубина буксировки косы, тем быстрее нарастает погрешность с увеличением шага дискретизации.

Нетрудно убедиться в том, что второй множитель в виде дроби в правой части равенства (П2) всегда неотрицателен, поэтому $D(h) \geq 0$. Тем самым, при фиксированном шаге Δb_2 минимальное значение погрешности Ω достигается при $\Delta b_1 = 0$. На практике всегда выполняется неравенство $\Delta b_2 >> \Delta b_1$. Поэтому в (П3) положим $\Delta b_1 \equiv 0$ и будем изучать зависимость точности аппроксимации интеграла от шага Δb_2 и глубины буксировки. Функция, к которой мы пришли, является центральным сечением параболоида плоскостью, т. е. параболой. При фиксированной глубине буксировки с ростом расстояния между косами ошибка аппроксимации возрастает по квадратичному закону.

ЗАДАЧА 2D

Оценим погрешность численного расчета интеграла (20), который мы вновь обозначим как I:

$$I(x,\omega) = S(\omega)\sqrt{\frac{2\omega}{\pi v}}e^{-j\frac{\pi}{4}}\int_{\Phi_1} J(x,\omega,b_1)db_1 \tag{П4}$$

с подынтегральной функцией

$$J(x,\omega,b_1) = \left(1 + j\frac{3v}{8\omega\rho}\right)e^{j\frac{\omega}{v}\rho}\frac{\cos\theta(b_1,x)}{\sqrt{\rho}}. \tag{П5}$$

Воспользуемся формулой для расчета погрешности метода средних прямоугольников [Самарский,1982], обозначив ее так же, как погрешность метода ячеек, и подставив в нее выражение (П4). Тогда имеем

$$\Psi(x,\omega) \approx S(\omega)\frac{\Delta b_1^2}{24}\sqrt{\frac{2\omega}{\pi v}}e^{-j\frac{\pi}{4}}\int_{\Phi_1} J''_{b_1 b_1}db_1.$$

Отсюда перейдем к полной относительной ошибке Ω:

$$\Omega(h,\Delta b_1) = \frac{1}{\sqrt{E}}\sqrt{\int_0^{\pi}\Psi(\omega)\Psi^*(\omega)d\omega}.$$

Интеграл от второй производной функции J вычислим как

$$\int_{\Phi_1} J''_{b_1 b_1} db_1 = 2 J'_{b_1}\Big|_{b_1=0}^{b_1=R_1},$$

для чего предварительно продифференцируем (П5) по b_1. Обозначив через $q(h,\omega)$ разность значений первой производной на границах отрезка в правой части последнего выражения, приходим к окончательному выражению для погрешности в задаче 2D:

$$\Omega(h,b_1) = \frac{\Delta b_1^2 \sqrt{2}}{12\sqrt{\pi v}} \sqrt{\frac{\int_0^{\pi} \omega q(h,\omega) q^*(h,\omega) d\omega}{\int_0^{\pi} |S(\omega)|^2 d\omega}}.$$

Мы вновь наблюдаем, что ошибка аппроксимации очень быстро нарастает с увеличением расстояния между приемниками, а именно – по квадратичному закону.

ЛИТЕРАТУРА

Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

Боганик Г.Н., Гурвич И.И. Сейсморазведка. – Тверь: АИС, 2006. – 744 с.

Бурцев А.П., Денисов М.С., Егоров А.А. Оптимизационный способ подавления волн-спутников для морских данных, полученных с произвольной геометрией косы. Часть 2: Свойства оператора // Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 3. – С. 66–76.

Гольдин С.В. Линейные преобразования сейсмических сигналов. – М.: Недра, 1974. – 352 с.

Гольцман Ф.М. Основы теории интерференционного приема регулярных волн. – М.: Наука, 1964. – 283 с.

Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1962. – 2000 с.

Денисов М.С., Егоров А.А. Оптимизационный способ подавления волн-спутников для морских данных, полученных с произвольной геометрией косы. Часть 1: Модель и алгоритм // Технологии сейсморазведки. – 2016а. – № 3. – С. 57–65.

Денисов М.С., Егоров А.А. Оптимизационный способ подавления волн-спутников для морских данных, полученных с произвольной геометрией косы. Часть 3: Применение к модельным и реальным данным // Технологии сейсморазведки. – 2016б. – № 3. – С. 77–82.

Денисов М.С., Силаенков О.А. Расширение возможностей обработки результатов сейсмических наблюдений за счет использования процедуры продолжения волнового поля // Технологии сейсморазведки. – 2008. – № 3. – С. 3–18.

Денисов М.С., Фиников Д.Б. Методы подавления кратных волн в сейсморазведке. Часть 3. // Технологии сейсморазведки. – 2007. – № 3. – С. 3–17.

Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

Козлов Е.А. Миграционные преобразования в сейсморазведке. – М.: Недра, 1986. – 248 с.

Кондратьев И.К. Линейные обрабатывающие системы в сейсморазведке. – М.: Недра, 1976. – 175с.

Корн Г., Корн К. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.

Петрашень Г.И. Элементы динамической теории распространения сейсмических волн // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Сборник III. – Л.: ЛГУ, 1959. – С. 11–101.

Петрашень Г.И., Нахамкин С.А. Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. – Л.: Наука, 1973. – 171 с.

Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Том 2. Специальные функции. – М.: Физматлит, 2003. – 664 с.

Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1982. – 272 с.

Урупов А.К., Левин А.Н. Определение и интерпретация скоростей в методе отраженных волн. – М.: Недра, 1985. – 236 с.

Beasley C., Coates R., Ji Y. Wave equation receiver deghosting // 75th EAGE Conference & Exhibition: Extended Abstracts. – 2013. – P. 5103–5104.

Bevc D. Flooding the topography: Wave-equation datuming of land data with rugged acquisition topography // Geophysics. – 1997. – Vol. 62, No. 5. – P. 1558–1569.

Denisov M., Egorov A., Burtsev A. A method for deghosting of data recorded with a streamer of arbitrary shape in rough sea conditions // Geophysical Prospecting. – 2018. – Vol. 66, No. 9. – P. 1702–1713.

Wapenaar C.P.A., Verschuur D.J., Herrmann P. Amplitude preprocessing of single- and multicomponent seismic data // Geophysics. – 1992. – Vol. 57, No. 9. – P. 1178–1188.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

ДЕНИСОВ Михаил Сергеевич – доктор физико-математических наук, директор по науке ООО «ГЕОЛАБ». Научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

ЕГОРОВ Антон Алексеевич – геофизик ООО «ГЕОЛАБ». Научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки, полное обращение волновых полей, e-mail: anton21egorov@gmail.com.

Геофизические технологии, № 1, 2019, с. 60–71 www.rjgt.ru

doi: 10.18303/2619–1563–2019–1–60 УДК 550.834, 550 34

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРАЖЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ С НИЗКОСКОРОСТНОЙ АЗИМУТАЛЬНО-АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

К.В. Федин[1,2,3], Ю.И. Колесников[1,4], Р.Н. Бейсембаев[1,2]

[1]Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 3, Россия,

[2]Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2, Россия,

[3]Новосибирский государственный технический университет, 630073, Новосибирск, пр. Карла Маркса, 2, Россия,

[4]Сейсмологический филиал федерального исследовательского центра Единая геофизическая служба РАН, 630090, Новосибирск, пр. Акад. Коптюга, 3, Россия,

e-mail: fedinkv@ipgg.sbras.ru

Проведено физическое моделирование упругих волн, отраженных от границы воды, и модели низкоскоростной азимутально-анизотропной среды, изготовленной с помощью печати на 3D-принтере. Результаты экспериментов показали, что при углах падения менее 25° коэффициенты отражения от азимута практически не зависят. При бóльших углах падения наблюдается азимутальная зависимость коэффициентов отражения, наиболее сильно проявляющаяся при азимутах от 45° до 75°. Результаты измерений в направлении слоистости хорошо согласуются с теоретическими коэффициентами отражения для границы изотропных сред.

Азимутально-анизотропная среда; коэффициенты отражения; физическое моделирование

PHYSICAL MODELING OF THE ELASTIC WAVES REFLECTION FROM THE BOUNDARY WITH LOW-VELOCITY AZIMUTHALLY ANISOTROPIC MEDIUM

K.V. Fedin[1,2,3], Yu.I. Kolesnikov[1,4], R.N. Beysembaev[1,3]

[1]Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Koptyug Avenue, 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

[2]Novosibirsk State University, Pirogova Str., 2, Novosibirsk, 630090, Russia,

[3]Novosibirsk State Technical University, 630073, Novosibirsk, Karl Marx Avenue, 2, Russia,

[4]Seismological Branch of the Federal Research Center of Unified Geophysical Service RAS, Koptyug Avenue, 3, Novosibirsk, 630090, Russia,

e-mail: fedinkv@ipgg.sbras.ru

The physical modelling of elastic waves reflected from the boundary between the water and the model of low-velocity azimuthally anisotropic medium was carried out. The model of anisotropic medium was made using 3D printer. The results of experiments showed that the reflection coefficients are practically independent from the azimuth at the angles of incidence less than 25°. At larger angles of incidence, the azimuthal dependence of the reflection coefficients is observed, which is most pronounced at azimuths from 45° to 75°. The results of measurements in the layering direction are in good agreement with the theoretical reflection coefficients for the boundary of isotropic media.

Azimuthally anisotropic medium; reflection coefficients; physical modelling

ВВЕДЕНИЕ

Сейсмическая анизотропия, т. е. зависимость упругих свойств среды от направления распространения волн, может быть вызвана разными причинами: упорядоченным расположением зерен породообразующих минералов, тонкослоистой структурой горных пород, их трещиноватостью и т. д. В анизотропных средах от направления могут зависеть как скорости, так и затухание сейсмических волн. Хорошо известны также такие связанные с сейсмической анизотропией эффекты как расщепление поперечных волн на быструю и медленную, образование петель на индикатрисах лучевых скоростей *SV*-волн, зависимость коэффициентов отражения и преломления от анизотропных свойств граничащих сред и др. [Гольдин, 2008].

В последние годы повышенный интерес к проявлениям анизотропии горных пород связан с трещиноватыми коллекторами, которые могут содержать залежи углеводородов. Трещины в таких залежах в большинстве случаев имеют субвертикальную ориентацию, что обусловлено преобладанием вертикальных напряжений в горных породах над горизонтальными. Азимутальное направление такой трещиноватости является важной характеристикой трещиноватых коллекторов и должно учитываться на разных этапах проектирования разработки и эксплуатации нефтегазовых месторождений.

Породы с вертикальной трещиноватостью в первом приближении можно рассматривать как трансверсально-изотропную среду с горизонтальной осью симметрии (модель среды HTI) или азимутально-анизотропную среду. Поэтому на практике зависимость коэффициентов отражения от азимута может быть использована для определения направления преимущественной ориентации трещин погруженных коллекторов, например, с помощью методов AVO-анализа, разрабатываемых для азимутально-анизотропных сред [Lynn et al., 1996; Mallick et al., 1998; Jenner, 2002; Hall, Kendall, 2003; Нефедкина и др., 2011]. Для отработки и надежной верификации таких методов должны привлекаться данные моделирования, в том числе физического.

Для физического моделирования анизотропных сред используются как готовые материалы, обладающие в той или иной мере анизотропными свойствами, так и специально изготовленные при помощи различных технологий. Для моделирования тонкослоистых сплошных сред либо применяют готовые слоистые пластики, такие как гетинакс, текстолит и др. [Brown et al., 1991; Cheadle et al., 1991; Chang et al., 1994, 1995; Chang, Gardner, 1997; Chang, Chang, 2001; Mah, Schmitt, 2001], либо склеивают (например, эпоксидной смолой) пачки тонких пластин из стекла [Melia, Carlson, 1984], алюминия [Ebrom et al., 1990b] или других листовых материалов. Промышленные слоистые материалы достаточно однородны, но обычно характеризуются относительно невысокой степенью анизотропии. При кустарном же изготовлении тонкослоистых материалов трудно обеспечить их однородность, в частности, выдерживать постоянную толщину слоев склеивающего материала.

Еще один способ получения сплошного анизотропного материала для лабораторных экспериментов описан в работе [Luan et al., 2016]. Авторы смешивали порошки разных минералов с последующим их прессованием, получая таким образом образцы с микроструктурой, подобной природным сланцам. Технология изготовления таких образцов довольно трудоемка, и не очевидно, получаются ли они достаточно однородными после прессования.

Трещиноватые среды моделируются, как правило, пачками тонких пластин, например, из плексигласа, подвергнутых сжатию вдоль оси симметрии [Tatham et al., 1992; Ebrom et al., 1990a; Гик, Бобров, 1996]. Для изготовления более сложных моделей трещиноватых сред с контролируемой геометрией трещин предложена подобная технология, но с включением между пластинами плексигласа тонких пленок фольги с вырезами, имитирующими трещины [Караев и др., 2008]. К недостаткам таких моделей можно отнести некоторые технические проблемы, которые могут возникнуть при проведении экспериментов, что связано с необходимостью обеспечивать равномерное сжатие пластин.

Наконец, развивающиеся в последние годы технологии 3D-печати позволили создавать тонкослоистые модели с хорошо контролируемыми свойствами. По-видимому, первый опыт создания таких моделей описан в работе [Huang et al., 2016]. Нами для моделирования азимутально-анизотропной среды использована именно технология 3D-печати.

В опубликованных ранее работах по физическому моделированию отражения упругих волн от границ с азимутально-анизотропными средами в качестве последних использовались слоистые пластики типа гетинакса [Chang, Gardner, 1997] или текстолита [Mahmoudian et al., 2015; Malehmir, Schmitt, 2017]. Скорости продольных волн в этих материалах выше, чем в граничащих с ними средах, в которых распространялись падающие и отраженные волны. В данной работе приведены результаты физического моделирования отражения продольных волн от границы воды с низкоскоростной азимутально-анизотропной средой, то есть для случая, когда критические углы отсутствуют.

МОДЕЛЬ АЗИМУТАЛЬНО-АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Учитывая особенности применявшейся нами методики проведения экспериментов, размеры образца материала, моделирующего азимутально-анизотропную среду, были выбраны относительно небольшими (10×10×3 $см^3$). Образец был напечатан на 3D-принтере Raise3D N2 Dual методом послойного наплавления нитей акрилонитрилбутадиенстирола (ABS-пластика) толщиной 0.1 мм. Вертикальная слоистость моделировалась чередованием параллельных одной из боковых граней образца «двойных» вертикальных слоев толщиной 0.2 мм с разными упругими и плотностными свойствами. Структура образца схематически показана на рис. 1*а*.

В процессе печати при переходе от каждого законченного слоя к последующему ориентация нитей менялась с 45 на 135 градусов относительно краев слоя или наоборот, то есть нити в любых соседних слоях были ориентированы ортогонально (см. рис. 1*б*). Таким образом, структура материала слоев имела орторомбическую симметрию. Для моделирования азимутальной анизотропии (точнее, квазианизотропии) при печати производилось чередование пар слоев с разным расстоянием между соседними нитями в слое.

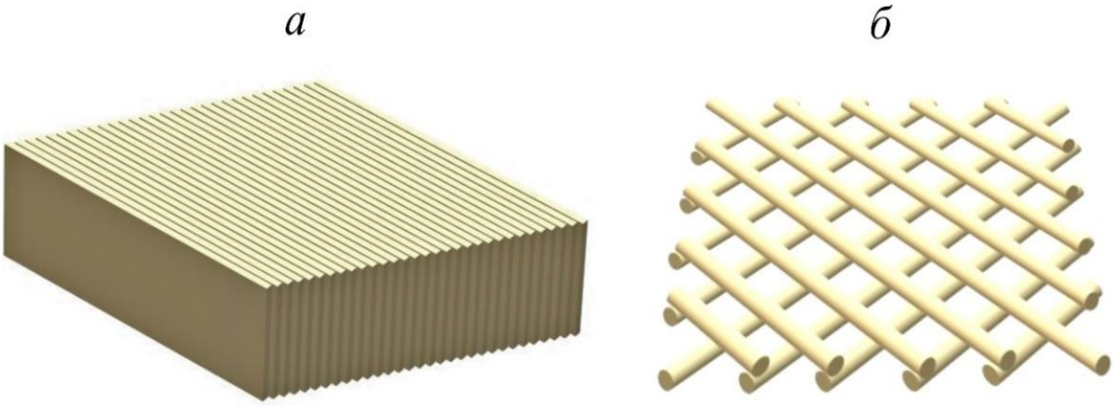


Рис. 1. Структура напечатанного на 3D-принтере образца азимутально-анизотропного материала (*а*) и схема расположения нитей пластика ABS в «двойных» слоях образца (*б*)

Половина «двойных» слоев печаталась без зазоров между нитями. Измеренная по контрольному образцу плотность такого «сплошного» материала составила 0.92 г/см³. Учитывая паспортную плотность пластика ABS (1.04 г/см³), пористость этих слоев равна примерно 11.5 %. Для получения образца с относительно большими значениями коэффициентов анизотропии печать другой половины слоев программировалась с десятипроцентным наполнением нитями. Плотность готового слоистого образца составила 0.52 г/см³, из чего следует, что его пористость равна примерно 50 %, а пористость «разреженных» слоев близка к 88.5 %.

Такой комбинированный слоистый образец можно считать моделью породы с частично заполненными твердым материалом трещинами. Герметичность образца обеспечивалась напечатанным на поверхности всех граней «сплошным» слоем пластика толщиной 0.1 мм. При этом для минимизации влияния герметизирующего слоя на результаты экспериментов нити в нем на отражающей грани образца были ориентированы вдоль слоистости. Для контроля герметичности образец перед проведением экспериментов взвешивался на электронных лабораторных весах (точность 0.01 г) и затем выдерживался в воде примерно в течение суток. После этого производилось контрольное взвешивание образца, которое не показало заметного изменения его массы.

Измерения скоростей продольных волн в двух главных направлениях дали значения $V_{p1} = 1110$ м/с вдоль слоистости и $V_{p2} = 795$ м/с поперек слоистости. Для поперечных волн были получены следующие значения быстрой и медленной волн: $V_{s1} = 680$ м/с и $V_{s2} = 485$ м/с. Таким образом, для данного образца коэффициенты анизотропии для продольных и поперечных волн оказались практически равными $x_p = x_s = 1.4$. Измеренная скорость продольных волн в воде составила 1502 м/с, плотность воды – 1 г/см³.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Методика проведения экспериментов практически не отличалась от применявшейся ранее для определения коэффициентов отражения от границы воды с неидеально упругими средами [Колесников, 2005]. Схема экспериментов приведена на рис. 2*а*. Для варьирования углов падения/отражения использовалось рычажное устройство (рис. 2*б*), которое позволяло вращать источник и приемник ультразвуковых импульсов (далее датчики) на независимых рычагах фиксированной длины вокруг воображаемой оси, проходящей по плоской верхней границе исследуемого образца. При этом оси максимальной чувствительности датчиков были всегда ориентированы перпендикулярно к оси вращения рычагов.

При каждом измерении рычаги с датчиками устанавливались под одинаковыми углами к поверхности образца, в ходе получения экспериментальных данных о зависимости коэффициентов отражения от угла падения эти углы изменялись синхронно в противоположных направлениях с шагом 5°. Таким образом, при любых углах наклона рычагов центр отражающей площадки находился в одном и том же месте. Такая методика позволила минимизировать влияние диаграмм направленности датчиков на результаты измерений.

а *б*

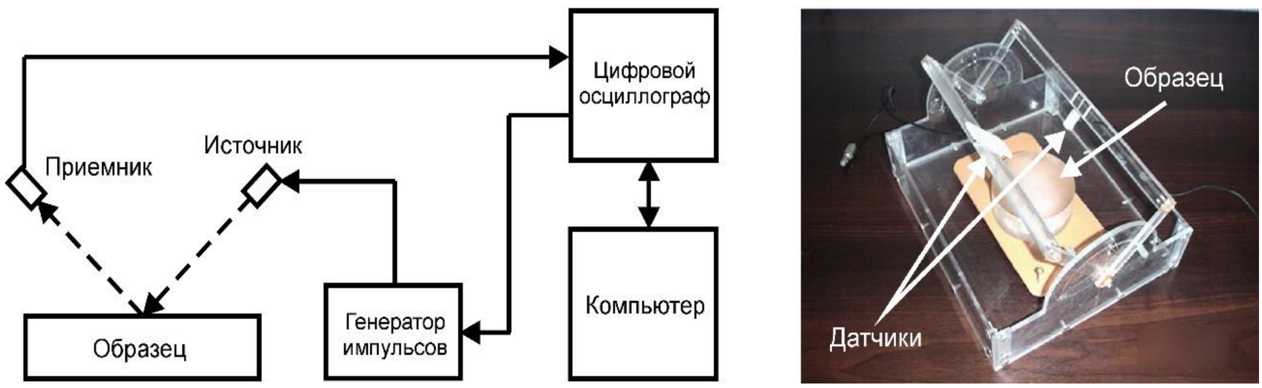


Рис. 2. Схема эксперимента (*а*) и конструкция рычажного устройства (*б*)

Датчики поршневого типа были изготовлены на основе пьезокерамических дисков толщиной 1 мм и диаметром 6 мм (источник) и 10 мм (приемник). Расстояние от оси вращения до источника составляло 64 мм, до приемника – 70 мм. Длина падающего на границу и затем отраженного от нее луча равнялась, таким образом, 134 мм. Для экранирования приходящей в первых вступлениях прямой волны между датчиками помещалась тонкая пластина из пенопласта. Вся конструкция вместе с образцом на время эксперимента помещалась в емкость с водой.

Для возбуждения в воде упругих волн на источник подавались прямоугольные электрические импульсы длительностью 1 мкс и амплитудой 60 В. Отраженные от границы вода–образец ультразвуковые импульсы преобразовывались приемником в электрические сигналы, которые после усиления регистрировались с помощью цифрового осциллографа В-423 и записывались на жесткий диск компьютера для последующей обработки.

Частота дискретизации аналоговых сигналов при оцифровке составляла 200 МГц. Для увеличения отношения сигнал/шум производилось 1000-кратное накопление сигналов. Пример экспериментальной сейсмограммы для азимута 45° приведен на рис. 3.

Как можно видеть из рисунка, в результате прямого и обратного электромеханического преобразования в пьезокерамических источнике и приемнике прошедшие через воду импульсы имеют вид затухающей синусоиды с преобладающей частотой около 1.8 МГц. Длина волны в воде на такой частоте составляет 0.83 мм, что примерно на порядок больше толщины нитей пластика, из которых напечатана модель. В низкоскоростном материале образца длины волн, естественно, меньше, но и в этом случае они в основном значительно превышают толщину нитей.

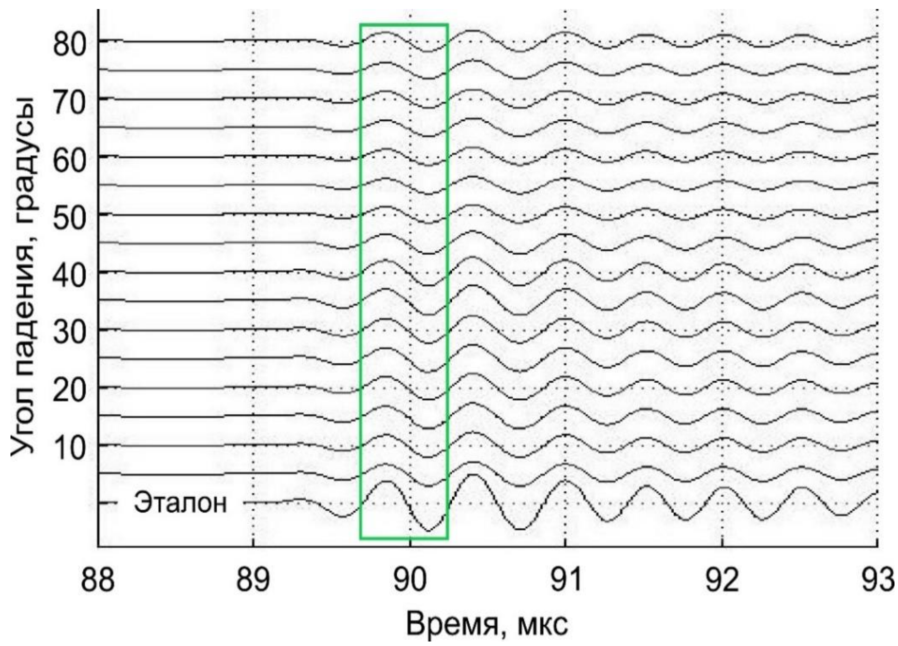


Рис. 3. Пример экспериментальной сейсмограммы для азимута 45°

При обработке экспериментальных данных для каждого угла падения измерялся размах отраженного сигнала (разность максимума и минимума) во временном окне, выделенном на рис. 3 зеленым контуром. Для вычисления модулей коэффициентов отражения размах каждого сигнала делился на размах «эталонной» прямой волны. За «эталонную» принималась прямая волна, зарегистрированная в воде в отсутствие образца при соосном расположении датчиков на расстоянии 134 мм, равном длине луча при регистрации отраженных волн. Таким образом, влияние геометрического расхождения на результаты измерений компенсировалось.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В ходе экспериментов были получены зависимости модуля коэффициента отражения от углов падения (в диапазоне от 5° до 80°) для азимутальных направлений плоскости падения от 0° (вдоль слоистости) до 90° (поперек слоистости) с шагом 5° по каждому из этих параметров. Графики зависимости модуля коэффициента отражения от угла падения для некоторых азимутов приведены на рис. 4.

Как можно видеть, для углов падения меньше 25° модули коэффициентов отражения для разных азимутов практически не отличаются, но для бóльших углов наблюдается азимутальная зависимость этого параметра. Максимальные значения он имеет при азимутах, близких к 0° и 90° (это направления вдоль и поперек слоистости), при этом различия для этих азимутов в основном не превышают 15 %.

Максимальное же снижение модулей коэффициентов отражения в сравнении с этими азимутами (для некоторых углов падения более чем в 2 раза) наблюдается для азимутов 45–75°.

Полностью результаты, полученные для всех исследованных азимутов и углов падения, показаны в виде поверхности на рис. 5. Здесь также хорошо видно, что при относительно небольших углах падения модуль коэффициента отражения почти не зависит от азимута, в то время как при больших углах наблюдается сильная азимутальная зависимость этого параметра.

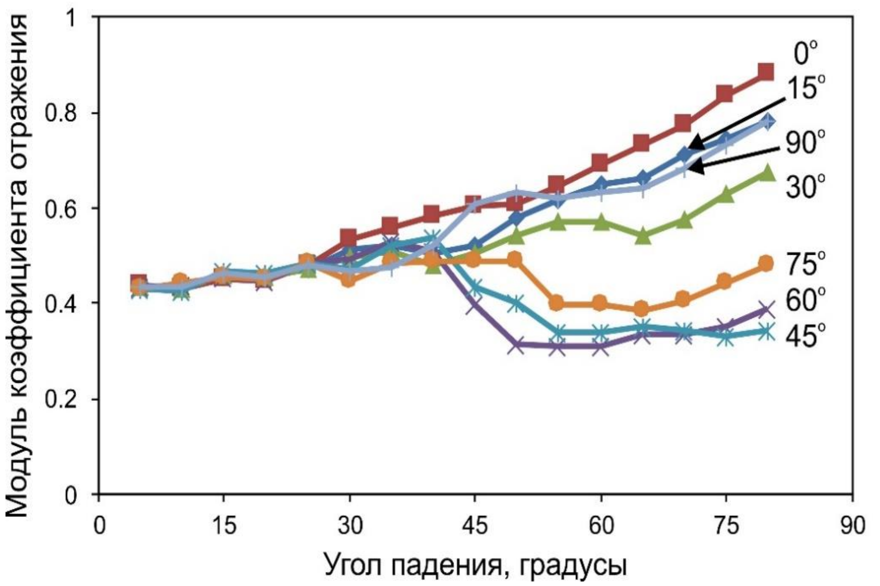


Рис. 4. Зависимости коэффициента отражения от угла падения на границу воды с азимутально-анизотропным образцом для некоторых азимутов плоскости падения относительно направления слоистости (0° – вдоль, 90° – поперек слоистости)

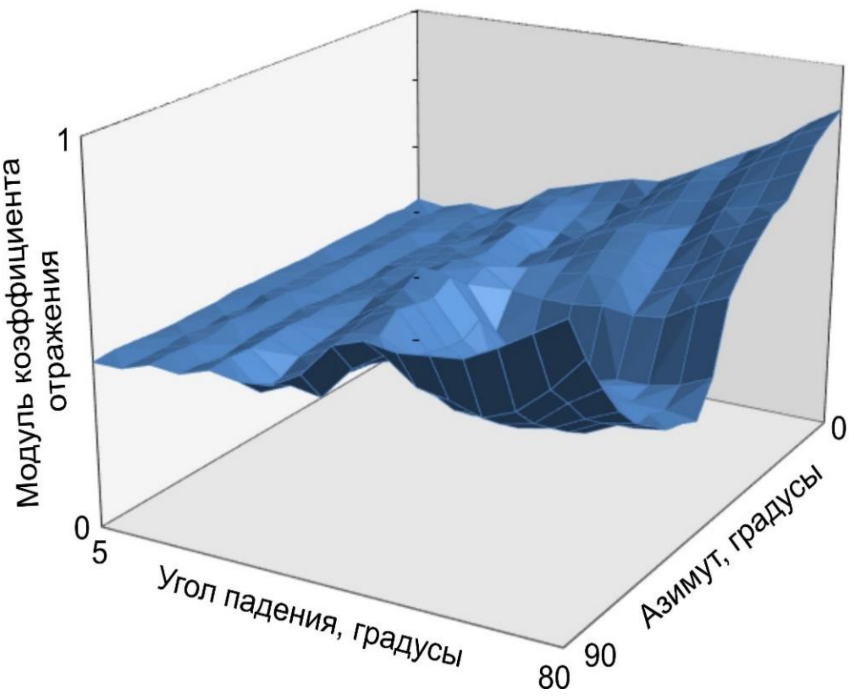


Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения от угла падения и азимута плоскости падения относительно направления слоистости (азимут 0° – вдоль, 90° – поперек слоистости)

Нужно заметить, что хотя коэффициенты отражения в направлениях вдоль и поперек слоистости близки, но характер их изменения вблизи этих направлений существенно отличается. При приближении азимута плоскости падения к направлению слоистости коэффициенты отражения меняются относительно плавно. В то же время азимут, совпадающий с осью симметрии, при больших углах падения характеризуется резкими пиковыми значениями коэффициента отражения. Кроме того, область пониженных значений коэффициентов отражения смещена к направлению оси симметрии.

Конечно, единичный эксперимент не позволяет делать какие-то серьезные обобщения. Однако, если отмеченные особенности характерны и для других анизотропных материалов, то это может быть использовано на практике для оценки направления оси симметрии низкоскоростной азимутально-анизотропной среды.

Интересно сопоставить полученные результаты с результатами экспериментов по отражению упругих волн от границы с высокоскоростной азимутально-анизотропной средой, приведенными в статье [Malehmir, Schmitt, 2017]. В этой работе исследовалось отражение ультразвука от границы воды и более высокоскоростного слоистого материала (текстолита). Как и в наших экспериментах, коэффициенты отражения слабо зависели от азимута при углах падения меньше примерно 25°.

Авторы предположили, что это следствие того, что для всех исследованных азимутов этот диапазон соответствует докритическим углам. Основные же изменения по результатам их экспериментов наблюдались как раз в области критических углов, которые для разных азимутов, естественно, отличались. С изменением азимута от направления слоистости к направлению оси симметрии эти углы увеличивались, соответственно монотонно смещались и пиковые значения модулей коэффициентов отражения.

В наших же экспериментах при падении упругих волн на границу более низкоскоростной среды критические углы отсутствуют, так как углы преломления в низкоскоростную среду меньше, чем углы падения и отражения. Тем не менее, если для углов падения меньше 25° полученные нами коэффициенты отражения для всех азимутов очень близки, то для больших углов наблюдается значительная зависимость коэффициентов отражения от азимута, причем эта зависимость имеет довольно сложный характер. А именно, изменение азимута от направления слоистости к направлению оси симметрии приводит сначала к уменьшению, а затем к увеличению модулей коэффициентов отражения почти до первоначальных значений. В этом коренное отличие нашей низкоскоростной среды от высокоскоростной, с которой проводились эксперименты, описанные в работе [Malehmir, Schmitt, 2017].

Кроме основного эксперимента нами был проведен контрольный, в процессе которого азимут плоскости падения изменялся от 90° до 180°. Так как эти наблюдения в идеале должны дать «зеркальный» результат по отношению к основному эксперименту, их результаты позволили оценить повторяемость измерений. Сравнение модулей коэффициентов отражения, измеренных на «зеркальных» азимутах, показало, что их отличия в основном не превышали нескольких процентов.

Известно, что если продольные и поперечные волны распространяются в плоскости изотропии и поляризованы в этой же плоскости, то явления отражения–преломления могут быть описаны так же, как в случае изотропных сред со скоростями соответствующих волн [Гольдин, 2008; Rüger, 1997]. В наших экспериментах такой ситуации соответствует азимут 0° (а также 180° в контрольном эксперименте) и скорости в анизотропном образце $V_{p1} = 1110$ м/с и $V_{s1} = 680$ м/с.

Мы рассчитали зависимость модуля коэффициента отражения от угла падения для этого случая, воспользовавшись компьютерной программой для плоских волн в изотропных средах из работы [Young, Braile, 1976], в которой запрограммированы формулы коэффициентов отражения из монографии [Červený, Ravindra, 1971, с. 63–64]. Заметим, что в наших экспериментах волны могут рассматриваться как практически плоские [Аки, Ричардс, 1983], так как расстояние от излучателя до площадки отражения превышает длину волны на преобладающей частоте в несколько десятков раз. Как можно видеть из рис. 6, расчетные и полученные нами экспериментальные коэффициенты отражения в целом хорошо согласуются.

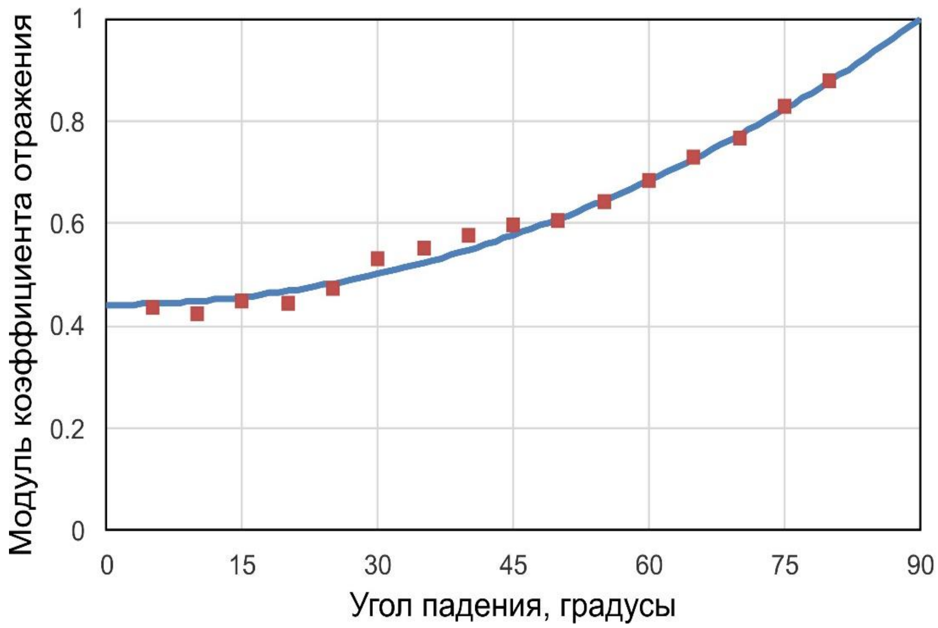


Рис. 6. Сравнение экспериментальных (квадратные маркеры) и теоретических (сплошная линия) коэффициентов отражения для азимутального направления плоскости падения вдоль слоистости

Тем не менее, нужно сказать, что несколько пониженные относительно теоретических значения коэффициентов при углах падения 10°, 20° и повышенные значения в диапазоне от 30° до 45° наблюдаются как для азимута 0°, так и для «зеркального» азимута 180°. Возможно, эти регулярные отклонения связаны с орторомбической симметрией «двойных» слоев, из которых состоит образец.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Технология послойной 3D-печати с переменной плотностью заполнения слоев позволяет изготавливать образцы материалов с высокой степенью анизотропии. Образец, напечатанный на 3D-принтере из ABS-пластика, был использован нами для экспериментального исследования отражения ультразвука от границы воды с низкоскоростным азимутально-анизотропным материалом.

Проведенные эксперименты показали, что отражение упругих волн от тонкослоистой низкоскоростной среды с горизонтальной осью симметрии может зависеть от азимута довольно сложным образом. Если при относительно небольших (примерно до 25°) углах падения азимутальной зависимости коэффициентов отражения не наблюдалось, то при бóльших углах модули коэффициентов отражения в зависимости от азимута плоскости падения по отношению к направлению слоистости могут как возрастать, так и снижаться, причем довольно существенно.

В то же время модули коэффициентов отражения при ориентации плоскости падения вдоль и поперек слоистости отличаются незначительно, что может затруднить определение направления оси симметрии низкоскоростной азимутально-анизотропной среды по данным об отраженных от нее волнах. В этом коренное отличие низкоскоростной среды от высокоскоростной, на границе с которой коэффициенты отражения резко отличаются для этих двух азимутов в области критических углов. Тем не менее, особенности зависимости коэффициентов отражения от азимута, а именно пониженные значения их модулей в диапазоне азимутов от 45° до 75°, могут быть использованы на практике для оценки направления оси симметрии азимутально-анизотропной среды.

Полученные экспериментальные результаты могут быть использованы для тестирования алгоритмов и программ расчета волновых полей в средах с азимутально-анизотропными слоями, коэффициентов отражения для границ анизотропных сред, различных методов AVO-анализа и т. д.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке проекта ФНИ № 0331-2019-0009 «Динамический анализ сейсмических данных для построения реалистичных моделей геологической среды на основе математического и физического моделирования». Авторы благодарны сотруднику ИНХ СО РАН к.х.н. Д.Г. Самсоненко за помощь в изготовлении образца анизотропного материала.

ЛИТЕРАТУРА

Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. Т. 1. – М.: Мир, 1983. – 520 с.

Гик Л.Д., Бобров Б.А. Экспериментальное лабораторное изучение анизотропии тонкослоистых сред // Геология и геофизика. – 1996. – Т. 37, № 5. – С. 97–110.

Гольдин С.В. Сейсмические волны в анизотропных средах. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2008. – 375 с.

Караев Н.А., Лукашин Ю.П., Прокатор О.М., Семенов В.П. Физическое моделирование трещиноватых сред // Технологии сейсморазведки. – 2008. – № 2. – С. 64–73.

Колесников Ю.И. Отражение ультразвуковых импульсов от границы воды с неидеально упругими средами: экспериментальные данные для случая наклонного падения // Физическая мезомеханика. – 2005. – Т.8, № 1. – С. 91–97.

Нефедкина Т.В., Карстен В.В., Егорова А.А. Пространственный анализ амплитуд отраженных продольных волн в азимутально-анизотропных средах // Технологии сейсморазведки. – 2011. – № 3. – С. 42–48.

Brown R.J., Lawton D.C., Cheadle S.P. Scaled physical modelling of anisotropic wave propagation: multioffset profiles over an orthorhombic medium // Geophysical Journal International. – 1991. – Vol. 107, No. 3. – P. 693–702.

Červený V., Ravindra R. Theory of Seismic Head Waves. – Toronto: University of Toronto Press, 1971. – 312 p.

Chang C.H., Gardner G.H.F. Effects of vertically aligned subsurface fractures on seismic reflections: A physical model study // Geophysics. – 1997. – Vol. 62, No. 1. – P. 245–252.

Chang C.H., Gardner G.H.F., McDonald J.A. A physical model of shear-wave propagation in a transversely isotropic solid // Geophysics. – 1994. – Vol. 59, No. 3. – P. 484–487.

Chang C.H., Gardner G.H.F., McDonald J.A. Experimental observation of surface wave propagation for a transversely isotropic medium // Geophysics. – 1995. – Vol. 60, No. 1. – P. 185–190.

Chang Y.F., Chang C.H. Laboratory results for the features of body-wave propagation in a transversely isotropic media // Geophysics. – 2001. – Vol. 66, No. 6. – P. 1921–1924.

Cheadle S.P., Brown R.J., Lawton D.C. Orthorhombic anisotropy: A physical seismic modeling study // Geophysics. – 1991. – Vol. 56, No. 10. – P. 1603–1613.

Ebrom D., Tatham R., Sekharan K., McDonald J., Gardner G. Hyperbolic traveltime analysis of first arrivals in an azimuthally anisotropic medium: a physical modeling study // Geophysics. – 1990a. – Vol. 55, No. 2. – P. 185–191.

Ebrom D.A., Tatham R.H., Sekharan K.K., McDonald J.A., Gardner G.H.F. Dispersion and anisotropy in laminated versus fractured media: An experimental comparison // 60th Annual International Meeting. Society of Exploration Geophysicists. Expanded Abstracts – 1990b. – P. 1416–1419.

Hall S.A., Kendall J-M. Fracture characterization at Valhall: Application of P-wave amplitude variation with offset and azimuth (AVOA) analysis to a 3D ocean-bottom data set // Geophysics. – 2003. – Vol. 68, No. 4. – P. 1150–1160.

Huang L., Stewart R., Dyaur N., Baez-Franceschi J. 3D-printed rock models: Elastic properties and the effects of penny-shaped inclusions with fluid substitution // Geophysics. – 2016. – Vol. 81, No. 6. – P. D669–D677.

Jenner E. Azimuthal AVO: Methodology and data examples // The Leading Edge. – 2002. – Vol. 21, No. 8. – P. 782–786.

Luan X., Di B., Wei J., Zhao J., Li X. Creation of synthetic samples for physical modelling of natural shale // Geophysical Prospecting. – 2016. – Vol. 64, Iss. 4. – P. 898–914.

Lynn H.B., Simon K.M., Bates C.R., Van Dok R. Azimuthal anisotropy in P-wave 3-D (multiazimuth) data // The Leading Edge. – 1996. – Vol. 15, No. 8. – P. 923–928.

Mah M., Schmitt D.R. Experimental determination of the elastic coefficients of an orthorhombic material // Geophysics. – 2001. – Vol. 66, No. 4. – P. 1217–1225.

Mahmoudian F., Margrave G.F., Wong J., Henley D.C. Azimuthal amplitude variation with offset analysis of physical modeling data acquired over an azimuthally anisotropic medium // Geophysics. – 2015. – Vol. 80, No. 1. – P. C21–C35.

Malehmir R., Schmitt D.R. Acoustic reflectivity from variously oriented orthorhombic media: analogies to seismic responses from a fractured anisotropic crust // Journal of Geophysical Research – Solid Earth. – 2017. – Vol. 122, Iss. 12. – P. 10069–10085.

Mallick S., Craft K.L., Meister L.J., Chambers R.E. Determination of the principal directions of azimuthal anisotropy from *P*-wave seismic data // Geophysics. – 1998. – Vol. 63, No. 2. – P. 692–706.
Melia P.J., Carlson R.L. An experimental test of P-wave anisotropy in stratified media // Geophysics. – 1984. – Vol. 49, No. 4. – P. 374–378.
Rüger A. P-wave reflection coefficients for transversely isotropic models with vertical and horizontal axis of symmetry // Geophysics. – 1997. – Vol. 62, No. 3. – P. 713–722.
Tatham R., Matthews M., Sekharan K., Wade C., Liro L. A physical model study of shear-wave splitting and fracture intensity // Geophysics. – 1992. – Vol. 57, No. 4. – P. 647–652.
Young G.B., Braile L.W. A computer program for the application of Zoeppritz's amplitude equations and Knott's energy equations // Bulletin of the Seismological Society of America. – 1976. – Vol. 66, No. 6. – P. 1881–1885.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

КОЛЕСНИКОВ Юрий Иванович – доктор технических наук, доцент, главный научный сотрудник лаборатории динамических проблем сейсмики ИНГГ СО РАН. Область научных интересов: физическое моделирование сейсмических волновых полей, пассивные сейсмические методы, e-mail: *kolesnikovyi@ipgg.sbras.ru*

ФЕДИН Константин Владимирович – кандидат технических наук, научный сотрудник лаборатории динамических проблем сейсмики ИНГГ СО РАН. Область научных интересов: физическое моделирование сейсмических волновых полей, пассивные сейсмические методы.

БЕЙСЕМБАЕВ Руслан Нуржанович – магистрант НГУ, кафедра геофизики. Область научных интересов: физическое моделирование сейсмических волновых полей, e-mail: *libyf@yandex.kz.*

Геофизические технологии, № 1, 2019, с. 72–83 www.rjgt.ru
doi: 10.18303/2619–1563–2019–1–72 УДК 550.834

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКОГО СИГНАЛА, ОСЛОЖНЕННОГО ГАРМОНИКАМИ

М.С. Денисов, А.А. Егоров

ООО «ГЕОЛАБ», 119071, Москва, ул. Орджоникидзе, 12/4, Россия,
e-mail: denisovms@gmail.com

Решается задача построения математической модели вибросейсмического сигнала, искаженного гармониками. Для аппроксимации используется разложение по базисным функциям. Коэффициенты разложения по базису оказываются частотно зависимыми, т. е. вместо множителей применяются фильтры. Полученная модель станет отправной точкой дальнейших исследований, проводимых с целью разработки алгоритмов подавления гармонических искажений или их использования для расширения частотного диапазона сигнала.

Вибрационная сейсморазведка; гармоники; аппроксимация; разложение по базису

CONSTRUCTING A MODEL OF VIBROSEIS SIGNAL COMPLICATED BY HARMONICS

M.S. Denisov, A.A. Egorov

GEOLAB Ltd, Ordzhonikidze Str., 12/4, Moscow, 119071, Russia,
e-mail: denisovms@gmail.com

We solve the problem of constructing the mathematical model of a vibroseis signal distorted by harmonics. Basis function decomposition is used for the approximation. The basis decomposition coefficients are frequency-dependent, i. e. filters are applied instead of multipliers. The resulting model will be the starting point for further research aimed at developing processing algorithms for the suppression of harmonic distortion, or for utilizing the harmonics to extend the frequency range of the signal.

Vibroseis; harmonics; approximation; decomposition

ВВЕДЕНИЕ

Процесс возбуждения вибросейсмических колебаний всегда сопровождается появлением так называемых гармонических шумов, которые, следуя традиции, мы будем называть просто *гармониками* [Теория и практика…, 1998]. В литературе встречается множество объяснений этого эффекта. К ним относятся, в том числе, условия контакта плиты с грунтом, конструкция вибратора и пр. Здесь мы не имеем нужды останавливаться на этом вопросе, так как нас не будет интересовать причина появления гармоник. Дело в том, что процесс построения модели помех не зависит от их природы. На основании такой модели в дальнейшем мы приступим к разработке алгоритма подавления гармоник, а также алгоритма их использования для расширения спектра сигнала.

Хотя нашей конечной целью является получение алгоритмов обработки вибросейсмических данных, мы не имеем возможности ограничиться простой ссылкой на какой-либо литературный источник, в котором содержалась бы удовлетворительная информация о модели гармоник. К сожалению, во всех известных нам публикациях очень мало места уделяется анализу модели. Там же, где такой анализ проводится, зачастую предлагаются недостоверные рассуждения и выводы. Поэтому мы посчитали необходимым предпринять специальное исследование, результаты которого изложены в настоящей статье.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача, которая перед нами стоит, заключается в построении математической модели реального искаженного вибросигнала. В дальнейшем будем считать, что уходящий в глубь земли импульс неизвестен, и нужно получить его оценку. Поэтому математическое представление сигнала должно оказаться максимально компактным. Иначе говоря, нашей целью является получение модели, адекватно описывающей наблюдаемые на практике эффекты, и при этом содержащей как можно меньшее число искомых параметров. Поясним это требование подробнее. При получении оценки формы сигнала можно было бы вообще обойтись без параметризации, просто оценивая каждый его отсчет (впрочем, и такое описание сигнала оказывается своеобразной его параметризацией в виде последовательности отсчетов). В таком случае, однако, мы имели бы дело с тысячами неизвестных величин.

В качестве альтернативных параметрических моделей назовем разложение сигнала по базису. В роли базиса может выступать, к примеру, набор гармонических функций. Тогда мы имеем дело с преобразованием Фурье, и неизвестными величинами окажутся коэффициенты разложения, т. е. отсчеты спектральной характеристики. Понятно, что выбор такого базиса не приводит к компактности представления. В задаче аппроксимации функций часто используют полиномы. Но и выбор такого базиса приведет к необходимости работы с тысячами неизвестных коэффициентов.

К счастью, ситуация, с которой приходится иметь дело в вибрационной сейсморазведке, не столь безнадежна. Мы располагаем априорной информацией о форме сигнала: он близок к опорному свипу, хотя и не совпадает с ним. Таким образом, в качестве одной из базисных функций выберем теоретический свип-сигнал, а остальные базисные функции будут призваны обеспечить возможность учета отклонений от него.

Характерный фрагмент реального монохроматического виброимпульса частоты 50 Гц приводится в статье [Ведерников и др., 2001], и мы показываем его, заимствуя этот рисунок (рис. 1). Очевидно, что записанный в процессе полевых наблюдений сигнал отличается от теоретического. Он асимметричен и характеризуется наличием искажений амплитуд в области пиковых нагрузок.

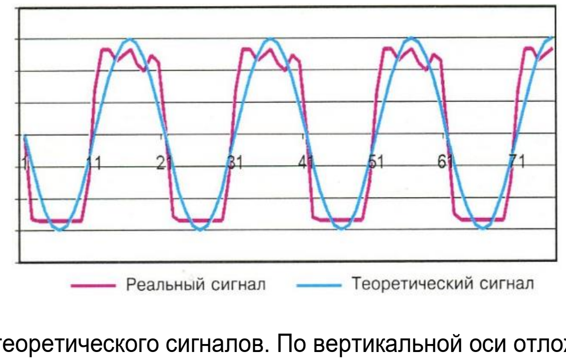


Рис. 1. Фрагменты реального и теоретического сигналов. По вертикальной оси отложены относительные амплитуды, по горизонтали – номера отсчетов

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

Очень часто, в том числе в классических работах, например, [Seriff, Kim, 1970], модель дискретного вибросейсмического сигнала записывается в виде

$$q(t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m q_m(t)\ , \qquad (1)$$

где q_m – m-я гармоника, a_m – весовые коэффициенты, t – индекс дискретного времени. В качестве основного свипа q_1 используется линейно-частотно-модулированный (ЛЧМ) сигнал [Боганик, Гурвич, 2006], его амплитуда равна условной единице $a_1 \equiv 1$. Параметры сигнала: $f_{\min}$ – начальная мгновенная частота колебаний, μ – глубина модуляции, определяющая скорость линейного изменения частоты,

$$\mu = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{2T},$$

$f_{\max}$ – максимальная мгновенная частота колебаний, T – длительность свипа:

$$q_m(t) = \begin{cases} \sin 2\pi m(f_{\min} + \mu t)t, t \in (0,T) \\ 0, t \notin (0,T) \end{cases}. \qquad (2)$$

Сразу же заметим, что при помощи представлений (1) и (2) невозможно корректно аппроксимировать реальные вибросигналы, отягощенные гармониками. Так, например, в работе [Денисов, Шнеерсон, 2017] приблизить модельный сигнал к реальному удалось в результате замены четных гармоник с синусов на косинусы (аналогичные выводы сделаны в научном отчете CREWES [Lamoureux, 2014]):

$$q(t) = \sum_{m=1,3,...} a_m \sin 2\pi m(f_{\min} + \mu t)t + \sum_{m=2,4,...} a_m \cos 2\pi m(f_{\min} + \mu t)t\ .$$

На рис. 2, аналогичном соответствующему рисунку из указанной работы, представлены графики отдельных гармоник, а также их сумма. Каждая m-я гармоника на рисунке показана с соблюдением относительной амплитуды (т. е. умножена на свой весовой коэффициент a_m), а также фазы (1-я и 3-я гармоники – синусы, 2-я гармоника – косинус). На сумме гармоник успешно воспроизводится эффект несимметричности импульса, а также свойственные ему искажения формы. Помимо этого, из приведенных иллюстраций можно сделать вывод, что даже небольшим количеством членов разложения по базису гармоник можно успешно описывать интересующие нас эффекты.

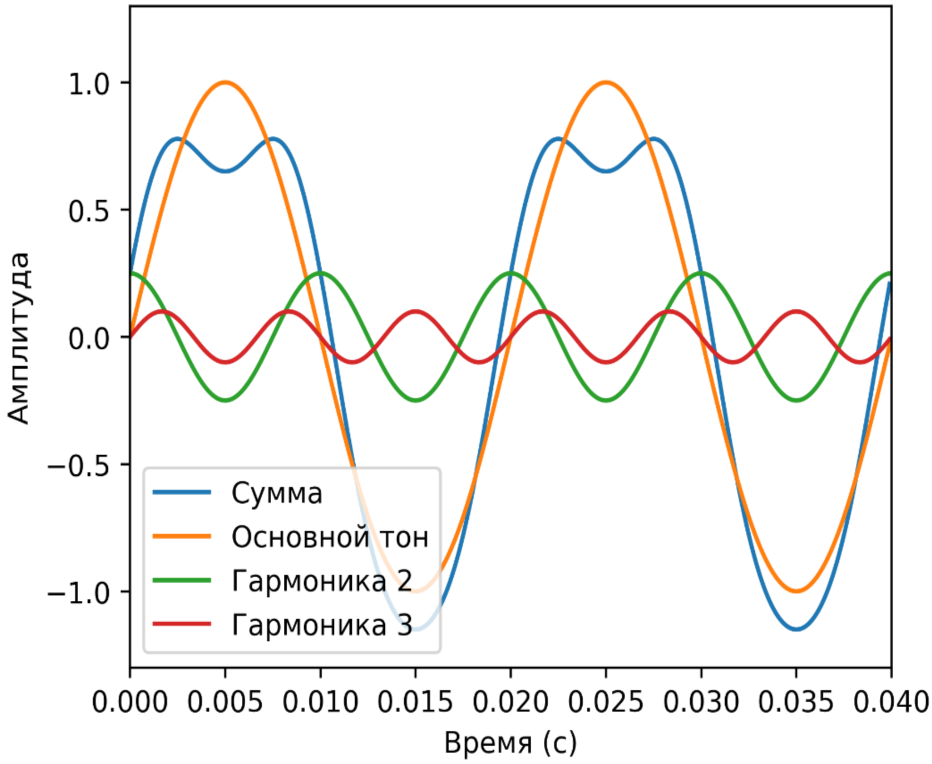


Рис. 2. Аппроксимация сигнала сложного вибровоздействия при помощи разложения по набору нечетных и четных гармоник с порядковыми номерами 1, 2, 3

В такой ситуации мы могли бы использовать универсальную запись модели в виде

$$q(t) = \mathrm{Re}\left\{\sum_{m=1}^{\infty} a_m \exp(j2\pi m(f_{\min} + \mu t)t)\right\},$$

где a_m – комплексные весовые коэффициенты, $j = \sqrt{-1}$. Однако, как будет показано в дальнейшем, и такое представление сигнала страдает от неполноты, делая невозможной обработку полевых виброграмм и коррелограмм на его основе.

Мы будем использовать следующую модель:

$$q(t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) * q_m(t), \tag{3}$$

где q_m определяются равенством (2), а звездочка обозначает свертку. Иначе говоря, вместо весовых коэффициентов a_m будем применять фильтры $a_m(t)$. Упомянутая ранее нормировка первой гармоники на единицу в данном случае приобретает смысл $a_1(t) \equiv \delta(t)$. При этом мы не используем в виде базисных функций (2) косинусы, так как фазовая подвижка, отличающая косинус от синуса, при необходимости будет обеспечена фильтрами $a_m(t)$.

Так как верхний предел в сумме (3) равен бесконечности, то у читателя может возникнуть закономерный вопрос о количестве членов разложения, требуемых для корректной аппроксимации реального вибросигнала. Такой вопрос традиционно ставится в задачах приближения функций. Это позволяет проверить, насколько удачно выбран базис для достижения компактной аппроксимации, а также имеется ли сходимость ряда, т. е. стремятся ли к нулю коэффициенты разложения (в нашем случае – фильтры) при увеличении их порядкового номера. Фактически, такое исследование уже было проведено, и его результаты подробно описаны в упомянутой выше статье [Ведерников и др., 2001]. В результате анализа многочисленных вибросейсмических сигналов, полученных в разнообразных условиях возбуждения и приема, авторы работы делают вывод, что для практических нужд достаточно ограничиться тремя (реже четырьмя) членами разложения. Заметим, что это согласуется с заключениями, сделанными и в иных геофизических источниках, которые мы здесь не цитируем.

Сейсмическая трасса $v(t)$ описывается сверткой сложного импульса (1) с последовательностью коэффициентов отражения $r(t)$ и фильтром $p(t)$:

$$v(t) = r(t) * q(t) * p(t), \tag{4}$$

где $p(t)$ описывает эффект влияния верхней части разреза (ВЧР) на сигнал: при прохождении ВЧР сигнал преимущественно теряет высокочастотные компоненты. В выражении (4) мы пренебрегли влиянием аддитивного шума.

В результате корреляции виброграммы v с опорным свипом q_1 получаем коррелограмму z_1:

$$z_1(t) = v(t) * q_1(-t). \tag{5}$$

Аналогично можно получить z_2, z_3 и т. д.

Нам также понадобятся спектральные эквиваленты выписанных выше формул. Условимся обозначать спектры заглавными буквами. Например, преобразование Фурье функции $v(t)$ будем записывать как $V(\omega)$. Формулы, которые мы будем выписывать, справедливы для $\omega \geq 0$. Соответствующие выражения для $\omega < 0$ легко получить на основании свойств симметрии спектров действительных функций [Оппенгейм, Шафер, 1979]. Спектральный эквивалент модели (3) имеет вид

$$Q(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(\omega) Q_m(\omega). \tag{6}$$

Теперь нам следует коснуться вопроса расчета спектральной характеристики ЛЧМ сигнала. Непосредственная подстановка выражения (2) в формулу прямого преобразования Фурье приводит к достаточно громоздким выкладкам, которые для случая $m = 1$ подробно анализируются в книге [Гоноровский, 1986], где показано, что при соблюдении условия

$$T(f_{\max} - f_{\min}) >> 1 \tag{7}$$

можно воспользоваться асимптотическим выражением, которое мы здесь обобщили на случай $m \geq 1$:

$$Q_m(\omega) \approx \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\pi T}}{\sqrt{2m}\sqrt{\omega_{\max} - \omega_{\min}}} \exp j \left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{T\left(\omega - m\dfrac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}\right)^2}{m(\omega_{\max} - \omega_{\min})} \right), \omega \in (m\omega_{\min}, m\omega_{\max}) \\ 0, \omega \in (m\omega_{\min}, m\omega_{\max}) \end{cases}. \tag{8}$$

В задачах вибрационной сейсморазведки обычно $T \geq 6$ с, $f_{\max} - f_{\min} \geq 80$ Гц, поэтому условие (7) оказывается заведомо справедливым.

Как и следовало ожидать, каждая m-я гармоника имеет равномерный амплитудный спектр в пределах диапазона частот $m\omega_{\min} \leq \omega \leq m\omega_{\max}$. Фазовый спектр гармоник описывается параболой.

При переходе от виброграммы к коррелограмме (по основному свипу $q_1(t)$) импульс $q(t)$ претерпевает свертку с $q_1(-t)$:

$$q(t) * q_1(-t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) * q_m(t) * q_1(-t). \tag{9}$$

Детерминированные (т. е. неслучайные) функции $c_{ml}(t) = q_m(t) * q_l(-t)$ будем называть функциями взаимной корреляции m-й и l-й гармоник. В силу свойства ассоциативности оператора свертки форму импульса (9) представим в виде

$$q(t) * q_1(-t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) * c_{m1}(t).$$

Для получения спектральной характеристики взаимной корреляции $c_{ml}(t)$ следует $Q_m(\omega)$ умножить на $\bar{Q}_l(\omega)$, где черта над буквой обозначает комплексное сопряжение. Обе функции, $Q_m(\omega)$ и $\bar{Q}_l(\omega)$, определяются выражением (8). Впрочем, чтобы не записывать формул повышенной сложности, мы не будем производить явных подстановок и ограничимся лишь комментарием. При умножении этих функций происходит умножение их амплитудных спектров и вычитание (в силу комплексной сопряженности одной из комплексных функций именно вычитание, а не сложение) фазовых спектров. Как это уже было отмечено, амплитудные спектры с высокой степенью точности совпадают с прямоугольниками, определенными соответственно в диапазонах $m\omega_{\min} \leq \omega \leq m\omega_{\max}$ и $l\omega_{\min} \leq \omega \leq l\omega_{\max}$. Для определенности будем считать, что $m > l$. Тогда результат произведения прямоугольников будет равен константе (значение которой нетрудно получить из (8)) в диапазоне частот $m\omega_{\min} \le \omega \le l\omega_{\max}$ и нулю вне его. Очевидно, что фазовый спектр, определяемый как разность двух парабол, также является параболой. При этом в нее уже не входит постоянная составляющая $\pi/4$.

Но вернемся к модели сигнала, в которой вместо фильтров фигурируют весовые коэффициенты. Мы остановимся на этом вопросе более подробно в силу его принципиальной важности для алгоритмов, которые нам предстоит развивать в последующих публикациях. В наших рассуждениях мы вновь будем опираться на уникальную по количеству проведенных полевых экспериментов и тщательности их постановки работу [Ведерников и др., 2001]. Рис. 3, на котором показаны относительные амплитуды второй и третьей гармоник в зависимости от частоты возбуждения основного тона колебаний, заимствован из этой статьи. Как следует из рисунка, амплитуды гармоник носят частотно-зависимый характер, не повторяя форму амплитудной кривой основного сигнала. Третья гармоника на всех частотах оказывается интенсивнее второй гармоники, при этом формы графиков их относительных амплитуд отличаются. Отсюда мы приходим к заключению, что соотношение амплитуд основного сигнала и гармоник носит частотно-зависимый характер. Более того, такая зависимость различна для второй и третьей гармоник.

Можно заметить, что и основной сигнал имеет неравномерный спектр, т. е. различные возбуждаемые вибратором частоты характеризуются различными амплитудами. Это не входит в противоречие со сделанным нами допущением, что коэффициент a_1 не является частотно-зависимым и равен условной единице. Указанный эффект можно легко учесть, включив частотную зависимость основного сигнала в спектральную характеристику оператора $p(t)$.

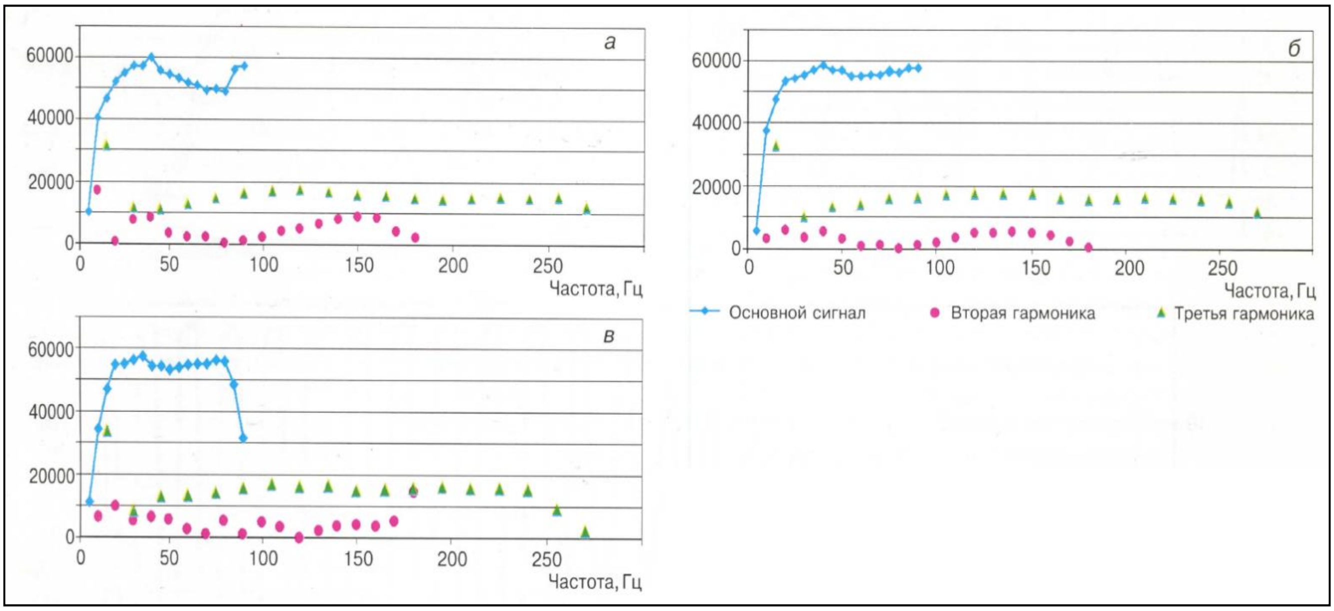


Рис. 3. Значения амплитудных спектров основного сигнала и его кратных гармоник при регистрации колебаний вблизи источника:
а – тундра;
б – лед озера;
в – песчаная грива

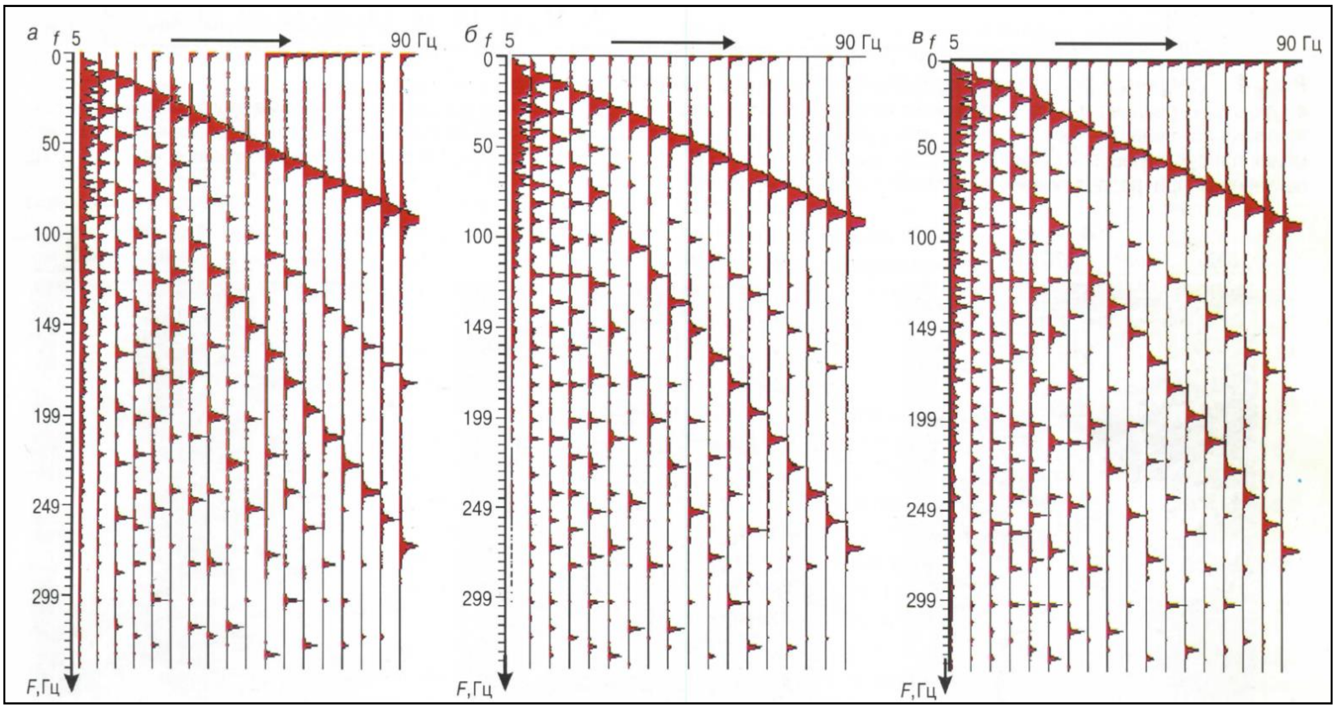


Рис. 4. Амплитудные спектры монохромных сигналов (шаг по частоте моносигнала 5 Гц), зарегистрированных вблизи источника:
а – на льду озера;
б – на песчаной гриве;
в – в заболоченной тундре

Сделанные выводы обобщаются и на гармоники более высокого ($m > 3$) порядка. На рис. 4, также заимствованном из статьи [Ведерников и др., 2001], представлены амплитудные спектры трасс, зарегистрированных вблизи источника. Возбуждались монохромные колебания. Выделяется минимум амплитуд на средних частотах четных гармоник, в то время как для нечетных гармоник зависимость амплитуды от частоты более гладкая.

Отсюда мы приходим к заключению, что использование модели (3), в которой вместо множителей a_m используются фильтры $a_m(t)$, является обоснованным. При этом для гармоник различного порядка фильтры, вообще говоря, различны.

Эти выводы подтверждаются в результате изучения полевой виброграммы, любезно предоставленной нам специалистами компании «Башнефтегеофизика» и показанной на рис. 5. Традиционным способом анализа гармоник является применение к трассам волнового поля преобразования Фурье в локальном скользящем окне. В результате такого преобразования приходят к так называемому спектрально-временному представлению (СВП) – рис. 6. Наклонные линии соответствуют гармоникам второго, третьего и т. д. порядков. Амплитуда поля СВП, прослеживаемая вдоль какой-либо из наклонных линий, показывает относительную интенсивность частоты в гармонике. Как следует из рисунка, интенсивности частот для одной гармоники могут существенно отличаться, и характер этих отличий варьируется от одной гармоники к другой. Это подтверждает сделанный выше вывод о необходимости привлечения фильтров.

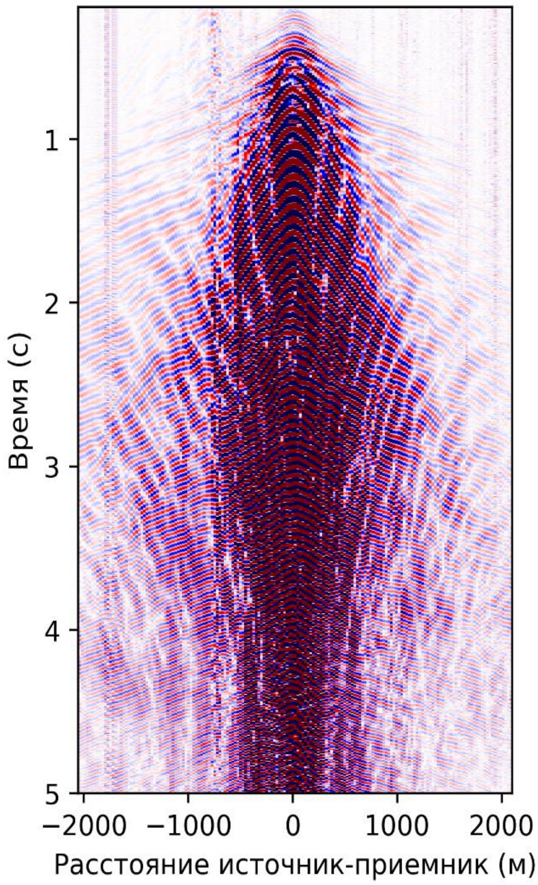


Рис. 5. Фрагмент полевой виброграммы, зарегистрированной в результате возбуждения свип-сигнала с граничными частотами 7-125 Гц и длительностью 24 с

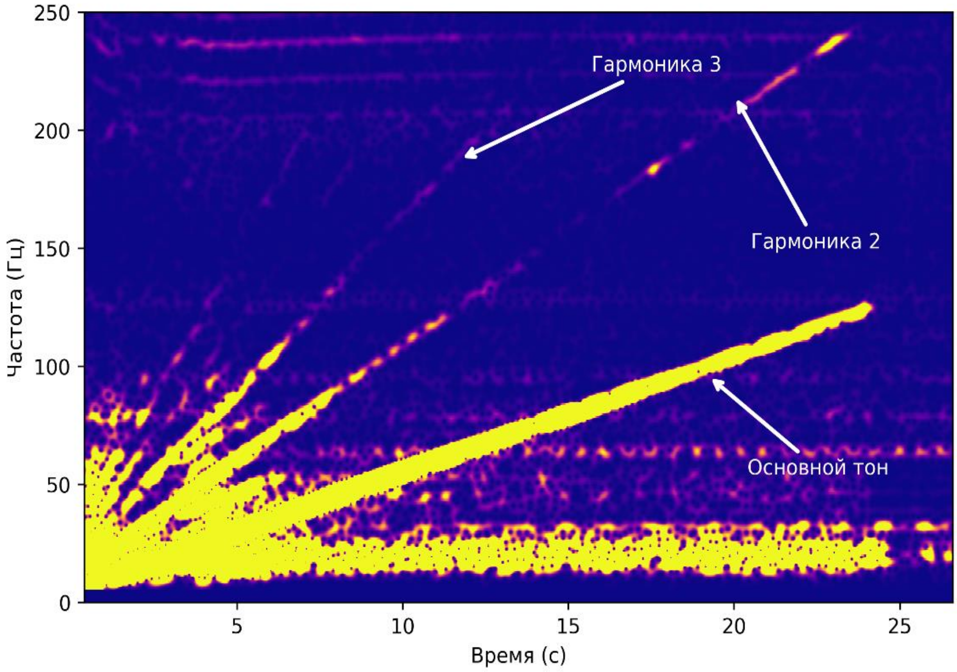


Рис. 6. Поле СВП, полученное по полевой сейсмограмме. Выделяются сигналы основного тона колебаний, а также гармоники различных порядков

Но что можно сказать о свойствах этих фильтров? Понятно, что они не могут быть произвольными, иначе появляется неопределенность: фильтр может брать на себя и роль самой базисной функции. Ограничения на сложность операторов фильтрации в процессе получения их оценок будут вводиться нами в дальнейшем при решении задачи адаптивного вычитания гармоник. Пока же мы можем сказать, что фильтры должны иметь почти постоянные фазовые спектры, близкие к нулю (в случае, если в полевой виброграмме гармоника описывается синусом), или к $\pi / 2$ (если гармоника описывается косинусом). Этот вывод сделан нами на основании рис. 2 и комментариев к нему. Амплитудные спектры фильтров являются простыми гладкими функциями. При этом амплитудные спектры фильтров при нечетных гармониках близки к константе. Это следует из рис. 3 и 4 и комментариев к ним.

В заключение заметим, что при получении аппроксимации на рис. 2 (сравнивая его с рис. 1) мы использовали фрагмент монохромного сигнала, поэтому применяли лишь весовые коэффициенты, и фильтры нам не понадобились. С аналогичной ситуацией мы бы столкнулись, если бы аппроксимировали небольшой фрагмент свип-сигнала, в пределах которого нет значительной дифференциации по мгновенной частоте.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Часто приходится слышать или встречать на страницах печатных изданий дискуссии на тему: реальны ли гармоники в вибросейсмическом методе. В связи с этим мы считаем полезным привести комментарий относительно реальных и абстрактных понятий в задачах обработки и интерпретации сигналов. При возбуждении вибрационных колебаний в глубь земли распространяется искаженный импульс $q(t)$, и именно он является той единственной реальностью, которая регистрируется в результате сейсмических наблюдений.

Его математическое описание – отдельная задача, которая решается в каждом конкретном случае, исходя из требований целесообразности; мы вводим ту или иную модель для нашего удобства. Выше мы аппроксимировали сигнал при помощи представления (1), и в таком разложении в качестве базисных функций $q_m(t)$ могут фигурировать не только гармоники. Для одного и того же сигнала существует бесконечно много представлений в виде разложения по набору тех или иных базисных функций, и выбор одного из них определяется спецификой решаемой задачи. В нашем случае этой задачей является оценивание формы сложного импульса, поэтому нам требуется описать его как можно меньшим числом параметров, которые затем будут искомыми величинами.

Очень часто при анализе функций применяют разложение по базису Фурье, и такая процедура называется преобразованием Фурье. Конечно же, это тоже есть лишь одно из возможных математических описаний сигнала. В принципе, можно было бы «работать» и с исходным сигналом, не раскладывая его по базису. Однако если мы будем изучать взаимодействие этого импульса с глубинными неоднородностями, то нам потребуется разложение (1), в котором в виде $q_m(t)$ следует выбрать моночастотные синусы и косинусы, т. е. базисные функции преобразования Фурье. Дело в том, что исследуемая среда реагирует на малоинтенсивное упругое воздействие как линейная система.

Собственными функциями линейной системы являются функции Фурье. Именно поэтому свертка в области времени переходит в произведение спектральных характеристик в частотной области, что позволяет значительно упростить изучение функции отклика среды, проводя ее отдельно для каждой частоты. Если говорить совсем просто, то в ситуации, когда мы по какой-либо причине затрудняемся провести анализ взаимодействия сложного сигнала с системой, мы пытаемся найти такие элементарные функции, реакция системы на каждую из которых может быть легко изучена. Затем сложный сигнал следует представить в виде суперпозиции этих функций, откуда следует, что искомый отклик системы есть суперпозиция откликов на каждую элементарную функцию.

Тем не менее, можно задаться вопросом: реальны ли гармоники как компоненты, из которых состоит сложный вибросейсмический сигнал? Мы переформулируем это вопрос иначе: корректно ли утверждать, что некоторый сигнал состоит из совокупности других сигналов? Например, можно ли сказать, что нулевой сигнал $q(t) \equiv 0$ состоит из двух синусоидальных колебаний одной частоты, но противоположного знака? Вряд ли кто-либо воспримет такое утверждение всерьез. С таким же успехом можно утверждать, что этот же сигнал состоит из произвольного набора разнополярных функций. Поставленный вопрос близок к тематике острой и продолжительной дискуссии, имевшей место в радиотехнике в середине прошлого века, которая касалась реальности существования спектральных составляющих Фурье в сигналах (подробнее об этой дискуссии см. [Финк, 1984]).

Итак, мы не отрицаем реальности гармоник, но утверждаем, что существуют они лишь в нашем воображении как математическая абстракция, обеспечивающая одно из множества возможных описаний эффекта, наблюдаемого в процессе эксперимента.

ВЫВОДЫ

В результате проведенного исследования мы показали необходимость применения модели (3) для корректной аппроксимации реального вибросигнала, искаженного гармониками. На основании полученной модели будут развиты алгоритмы удаления гармоник и использования гармоник для расширения спектра сигнала.

При практическом использовании модели введенные нами фильтры оказываются неизвестными функциями. Они неизвестны в том числе и потому, что их характер различен для различных условий возбуждения. Таким образом, в дальнейшем нам предстоит решать задачу получения соответствующих оценок.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят И.Р. Ягудина и Р.М. Гафарова (Башнефтегеофизика) за предоставленные полевые виброграммы и разрешение на их демонстрацию, а также М.Б. Шнеерсона (РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина) за плодотворные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

Боганик Г.Н., Гурвич И.И. Сейсморазведка. – Тверь: АИС, 2006. – 744 с.

Ведерников Г.В., Максимов Л.А., Жарков А.В. Исследование кратных гармоник вибросигналов // Геофизика. – 2001. – Спецвыпуск к 30-летию «Сибнефтегеофизики». – С. 33–38.

Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.

Денисов М.С., Шнеерсон М.Б. Использование гармоник для расширения спектрального состава волн в вибрационной сейсморазведке. Часть 2 // Технологии сейсморазведки. – 2017. – № 3. – С. 36–54.

Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.

Теория и практика наземной невзрывной сейсморазведки / Под ред. М.Б. Шнеерсона. – М.: Недра, 1998. – 527 с.

Финк Л.М. Сигналы, помехи, ошибки… – М.: Радио и связь, 1984. – 256 с.

Lamoureux M.P. Non-linear Vibroseis models for generating harmonics // CREWES Research Report – 2014. – Vol. 26. – P. 1–11.

Seriff A.J., Kim W.H. The effect of harmonic distortion in the use of vibratory surface sources // Geophysics. – 1970. – Vol. 35, No 2. – P. 234–246.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

ДЕНИСОВ Михаил Сергеевич – доктор физико-математических наук, директор по науке ООО «ГЕОЛАБ». Научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки.

ЕГОРОВ Антон Алексеевич – геофизик ООО «ГЕОЛАБ». Научные интересы: разработка алгоритмов обработки данных сейсморазведки, полное обращение волновых полей, e-mail: anton21egorov@gmail.com.